ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: AUTOMATYKA z. 50 Nr kol. 626

Witold PEDRYCZ

O WYZNACZANIU STEROWANIA W DIALOGOWYCH SYSTEMACH STEROWANIA OPISANYCH RÓWNANIAMI RELACYJNYMI

Streszczenie. Praca zawiera metodę sterowania dla obiektów opisanych relacyjnymi równaniami wielowartościowymi o postaci:

$$X_{k+1} = X_k \circ R_u$$

gdzie $X_k, X_{k+1} \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ są zbiorami rozmytymi przestrzeni $\mathcal{X}$, a $R_u \in \mathcal{F}(\mathcal{X} \times \mathcal{X})$ jest relacją wielowartościową. Oprócz sformułowania problemu i podania sposobu jego efektywnego rozwiązania artykuł zawiera przykład numeryczny ilustrujący sposób sterowania.

1. Wstęp

Znane trudności identyfikacji występujące przy określaniu modeli matematycznych złożonych procesów technologicznych oraz trudności związane z syntezą, na ich podstawie, algorytmów sterowania tymi procesami doprowadziły do poszukiwania różnych rozwiązań tego zadania. Próby takich rozwiązań zostały przedstawione w [1,2,3], a ich istota polega na wykorzystaniu wiedzy i doświadczenia człowieka operatora sterującego takim procesem. Prowadzi to do pojęcia stanów charakterystycznych procesu oraz stosowanych przez człowieka operatora w tych stanach - sterowań charakterystycznych. Samo zaś użycie maszyn cyfrowych w takim przypadku ma formę odpowiedniego dialogu umożliwiającego człowiekowi operatorowi wybór właściwych sterowań charakterystycznych. Celem niniejszej pracy jest próba wykorzystania przedstawionej w [1] metody predykcji stanów charakterystycznych procesu do wyboru sterowań charakterystycznych umożliwiających człowiekowi operatorowi stabilizację procesu w pewnym jego wybranym stanie charakterystycznym zwanym dalej stanem terminalnym.

2. Zagadnienie sterowania dla obiektów opisanych równaniami relacyjnymi

Niech $\mathcal{X}$ będzie przestrzenią skończenie elementową $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$. Podstawą rozważań będzie równanie relacyjne procesu postaci

$$X_{k+1} = X_k \circ R_u \quad (1)$$

$$X_k, X_{k+1} \in P(\mathcal{X})\ (\mathcal{F}(\mathcal{X})),\ R_u \in P(\mathcal{X} \times \mathcal{X})\ (\mathcal{F}(\mathcal{X} \times \mathcal{X}))$$

zaś sterowanie u należy do skończenie elementowej przestrzeni sterowa $u \in U$ lub skończonego zbioru algorytmów sterowania $|U| = J$ (liczba algorytmów).

Zdefiniujemy kilka pojęć niezbędnych dla ilustracji zagadnienia wyboru sterowania w systemach relacyjnych:

Definicja 1

Odległością pomiędzy zbiorami X, X^o nazywamy każdą metrykę ϱ o charakterze nielokalnym na przestrzeni funkcyjnej funkcji definiujących dane zbiory X, X^o z przestrzeni $\mathcal{X}$ tj.

- funkcji charakterystycznych gdy $X, X^o \in \mathcal{P}(\mathcal{X})$
- funkcji przynależności gdy $X, X^o \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$

i oznaczać je będziemy odpowiednio

$$\varrho(X,X^o) = \varrho(\chi_X, \chi_{X^o})$$

lub:

$$\varrho(X,X^o) = \varrho(\mu_X, \mu_{X^o}) \tag{2}$$

Definicja 2

Stanem ε - tolerantnym z danym ustalonym stanem X^o nazywamy każdy stan ze zbioru stanów należących do $\mathcal{P}(\mathcal{X})$ lub $\mathcal{F}(\mathcal{X})$ spełniający warunek

$$\varrho(X,X^o) \leqslant \varepsilon \tag{3}$$

Każda odległość ϱ i przyjęta liczba ε generuje podział $\mathcal{F}(\mathcal{X})(\mathcal{P}(x))$ na dwie klasy stanów: ε - tolerantnych i pozostałych. Przejdziemy obecnie do opisu sterowania procesem przez operatora, wykorzystując uprzednio wprowadzone definicje.

Niech X jest przestrzenią skończonej liczby sytuacji procesu technologicznego, zaś $U = \{U_i\}$ $i=1,2,\dots,I$ skończonym zbiorem sterowań (lub ogólniej, skończonym zbiorem algorytmów sterowania) stosowanym w przypadku wystąpienia typowych stanów charakterystycznych $\{X^i\}$ $i=1,2,\dots,I$, gdzie każdy ze stanów określony jest na przestrzeni $\mathcal{X}$ i przyjmujemy, że zachodzi:

$$\mathcal{X} = \bigcup_{i=1}^{I} X^i \quad X^i \cap X^j \neq \emptyset \quad i \neq j \quad i,j=1,2,\dots,I$$

Wśród stanów $\{X^i\}$ wyróżnimy jeden, który nazywać będziemy stanem normalnym i oznaczymy przez X^o. Stan normalny reprezentuje, zgodny z wymogami technologii przebieg procesu technologicznego. Przy takiej interpretacji stanów $\{X^i\}$ - tj. takich stanów, dla których istnieje odpowiedni sterowanie $U_i \in U$, każdy stan X, jaki może wystąpić w procesie można traktować jako ε-tolerantny z którymś ze stanów X^i, $i = 1,2,\dots,I$, określając "i" poprzez badanie odległości:

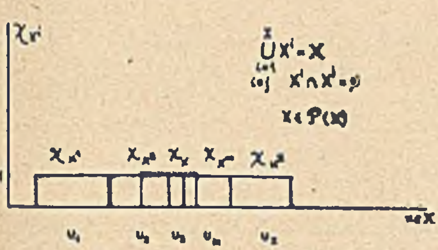
- gdy do X należą w sposób jednoznaczny niektóre elementy(sytuacje) $x \in \mathcal{X}$ (tzn. $X \in \mathcal{P}(\mathcal{X})$), ϱ zdefiniowanej jako:

$$\varrho(X,X^i) = \varrho(\mu_X(x),\ \mu_{X^i}(x)) \quad i=1,2,\dots,I \tag{4}$$

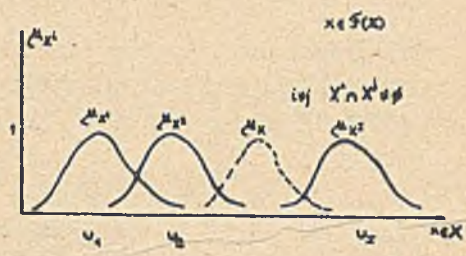
- gdy X jest zbiorem rozmytym $X \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$

$$\varrho(X,X^i) = \varrho(\mu_X(x),\ \mu_{X^i}(x)) \quad i=1,2,\dots,I \tag{5}$$

Powyższe pojęcia ilustruje rys. 1 i rys. 2.



Rys. 1. Ilustracja stanów X^i, X w przypadku $X^i X, \in \mathcal{P}(\mathcal{X})$



Rys. 2. Ilustracja stanów X^i, X w przypadku $X^i, X \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$

Ponieważ każdemu X^i $i = 1,2,\dots,I$ odpowiada sterowanie $U_i \in U$ to przyjmując, że stan normalny X^o jest osiągalny z tych stanów X^i przy pomocy sterowania ze zbioru U, algorytm postępowania można przedstawić w sposób następujący:

- przy pojawieniu się stanu $X \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ $(\mathcal{P}(\mathcal{X}))$ realizuje się procedura kolejnego obliczenia odległości, zgodnie ze wzorem (4) lub (5)

$$\varrho(X,X^o) \ \dots \ \varrho(X,X^I) \tag{6}$$

- znajdujemy jeden ze stanów X^j z warunku

$$\varrho(X,X^j) = \min_{i=1,2,\dots,I} \varrho(X,X^i) \tag{7}$$

- na podstawie (7) realizujemy sterowanie (algorytm sterowania) u_j, przeprowadzające X^j w X^o, co zapiszemy:

$$X^j \xrightarrow{U_j} X^o$$

Przedstawiony algorytm jest typowym dla stabilizacji procesu w zadanym reżimie technologicznym działaniem człowieka operatora. Zadaniem operatora jest bowiem dobór takich oddziaływań sterujących (sterowań) aby utrzy-

Rys. 3. Ilustracja problemu stabilizacyjnego

mywały one bądź doprowadzały proces do stanu terminalnego ze wszystkich pozostałych stanów charakterystycznych w jakichkolwiek może się znajdować proces pod wpływem zakłóceń. Ilustruje to rys. 3.

W nomenklaturze stanów charakterystycznych problem przedstawia się następująco:

- w skończenie elementowej przestrzeni $\mathcal{X}$ istnieje stan terminalny $X^o \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$, w którym to stanie proces powinien się znajdować, znaleźć niezmienne w czasie sterowania $u \in U$ takie, że jeżeli $\varrho(X,X^o) \leqslant \varepsilon$ to $\varrho(X_{u_i}, X^o) \leqslant \varepsilon$, gdzie

$$X_{u_i} \quad \text{oznacza} \quad X \xrightarrow{U_i} X_{u_i}$$

tzn. jeżeli stan X jest ε- tolerantny ze stanem terminalnym X^o, to stan uzyskany w wyniku sterowania $u_i \in U$ jest też ε- tolerantny z X^o. Oznaczamy zbiór U_i jako:

$$U_i = \left\{u_i \in U \mid \varrho(X,X^o) \leqslant \varepsilon \Longrightarrow \varrho(X_{u_i},X^o) \leqslant \varepsilon\right\} \tag{8}$$

Zauważmy, że U_i jest zbiorem jednoelementowym lub wieloelementowym. W szczególności, jeżeli $X \subseteq X^o$ to takim sterowaniem U_i jest U_o:

$$X \xrightarrow{U_o} X^o$$

Gdy otrzymamy zbiór U_i jest wieloelementowy, wówczas wybór sterowania $u_i \in U_i$ może być dokonany przez operatora w systemie dialogowym.

Przypomnijmy tu, że zbiór własny relacji R_u jest to największy zbiór $X \in \mathcal{F}(\mathcal{X})$ spełniający tożsamościowo zależności:

$$X = X \circ R_u$$

Inaczej możemy powiedzieć, że zbiór własny jest to największy niezmiennik relacji R_u ze względu na składanie maksyminowe. W oparciu o to pojęcie zadanie stabilizacji polega na znalezieniu dla zbioru relacji $\left\{R_{u_i}\right\}$ $i = 1,2,\ldots,I$ parametryzowanych sterowaniem o funkcjach przynależności $\mu_R(x,y,U_i)$ ich zbiorów własnych X^{W_i}, dla których zachodzi:

$$\varrho(X^{W_i}, X^o) \leqslant \varepsilon \tag{9}$$

wówczas dowolny element $u \in U_i'$ ze zbioru określonego:

$$U_i' = \left\{u \in U \mid \varrho(X^{W_i}, X^o) \leqslant \varepsilon\right\} \tag{10}$$

zapewnia stabilizację dowolnego stanu $X \subseteq X^{W_i}$ w klasie stanów ε-tolerantnych, zachodzi bowiem:

$$u_i \in U_i \quad \text{i} \quad X \subseteq X^{W_i}, \quad \text{stąd} \quad \varrho(X_{u_i}, X^o) \leqslant \varepsilon \tag{11}$$

gdzie:

$$X \xrightarrow{U_i} X_{u_i}$$

Rozpatrzyliśmy przypadek stabilizacji, wskazując jak przy użyciu pojęcia zbioru własnego danej relacji wielowartościowej dobierać sterowanie.

3. Przykład numeryczny

W celu zilustrowania powyższego sposobu sterowania przedstawimy następujący przykład obliczeniowy.

Przyjmijmy, że obiekt opisany jest przy pomocy następującego równania różnicowego:

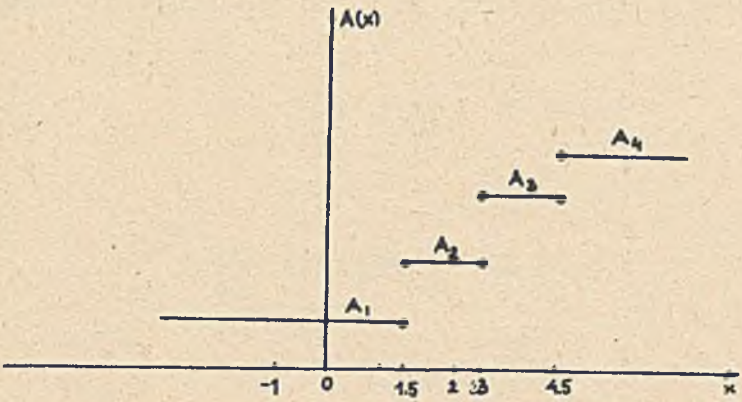
$$X_{k+1} = Ax_k + Bu_k \tag{12}$$

z warunkiem początkowym $x(o) = x_o$, przy czym przyjmijmy, że A jest funkcją x, a sposób zmian współczynnika A ma charakter skokowy, taki że:

$$A(x) = \begin{cases} A_1 & x \in (-\infty, a_1) \\ A_2 & x \in (a_1, a_2] \\ A_3 & x \in (a_2, a_3] \\ A_4 & x \in (a_3, \infty) \end{cases} \tag{13}$$

i zachodzi
$$a_1 < a_2 < a_3$$
oraz
$$B = 1$$

Przykładowy przebieg funkcji A (x) przyjętej do obliczeń przedstawia rysunek 4.



Rys. 4. Przykładowy przebieg współczynnika A(x)

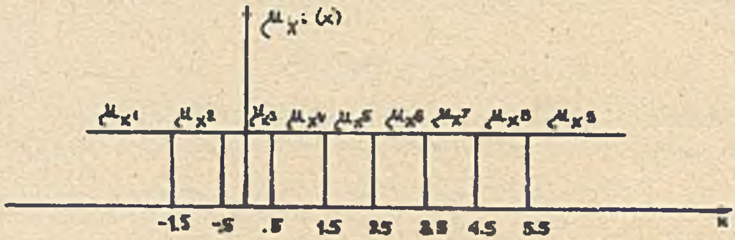
Przyjmijmy teraz opis obiektu oparty o relację wielowartościową i w wyniku obserwacji zachowania rozwiązania równania (12) dobierzmy następujące funkcje przynależności poszczególnych zbiorów rozmytych:

$$\mu_{R^{ij}}(x,y,u) =$$

$$= \exp\left\{-\frac{\left[x-\Delta(i-1)+\frac{\Delta}{2}\right]^2}{2}\right\}\exp\left\{-\frac{\left[y-\frac{\Delta(j-1)^2+\frac{\Delta}{U_{max}}\cdot u}{2}j\right]^2}{2}\right\}\varphi_{ij}(u)$$

gdzie dla dowolnego i-tego stanu charakterystycznego, który traktować będziemy jako przedział liczbowy o długości Δ z określoną dla niego funkcją przynależności:

$$\mu_{X^i}(x) = 1$$



Rys. 5. Funkcje przynależności dla zbiorów X^i

zaś

$$u \in \left[u^i_{min}, u^i_{max}\right] = U^i \subset U. = \left[u_{min}, u_{max}\right]$$

Zachodzi

$$R = \bigcup_{i,j=1}^{N} R^{ij}$$

Funkcja $\varphi_{ij}(u)$ jest nieliniową funkcją sterowania i stanów charakterystycznych X^i i X^j.

Przykładowo niektóre wartości $\varphi_{ij}(u)$ dla poszczególnych sterowań $u \in U$ wynoszą:

$$-14 \leq U \leq -13 \qquad \varphi_{ij}(u) = \begin{cases} 1 & i=1,2,\dots,7 \\ 2 & i=8 \\ 9 & i=9 \end{cases} \tag{15}$$

$$-12 \leq U \leq -11 \qquad \varphi_{ij}(u) \begin{cases} 1 & i=1,2,\dots,6 \\ 2 & i=7 \\ 4 & i=8 \\ 9 & i=9 \end{cases}$$

$$\vdots$$

$$0 \leqslant u \leqslant 0.5 \qquad \varphi_{ij}(u) = \begin{cases} i & i=1,2,\ldots 6 \\ 9 & i=7,8,9 \end{cases}$$

$$\vdots$$

Stany procesu (obiektu) traktować będziemy jako zbiory rozmyte zdegenerowane o funkcji przynależności:

$$\mu_{x_k}(x) = \delta_{x,x_o}$$

Dany stan X, poprzez obliczenie odległości pomiędzy wyróżnionymi stanami X^i $i = 1,2,\ldots,9$, możemy zaliczyć do jednego z nich, określając jednocześnie odpowiednie sterowanie.

Stąd, ze złożeniowej reguły max - min wynika, że funkcja przynależności stanu będącego wynikiem zastosowania sterowania $u \in U^i$ opisana jest wzorem:

$$\mu_{x^i_{k+1}}(y) = \bigvee_{\substack{x \in X \\ j=1,2,\ldots,I}} \left[\mu_{x_k}(x) \wedge \mu_{R}ij(x,y,u)\right] =$$

$$= \bigvee_{j=1,2,\ldots,I} \mu_{R}i_oj(x_o,y,u) = \mu_{R}i_oj_o(x_o,y,u) \tag{16}$$

Minimalizowanym wskaźnikiem jakości może być przykładowo odległość:

$$Q = \alpha \varrho(X^i_{K+1}, X^o) + \beta u^2 \tag{17}$$

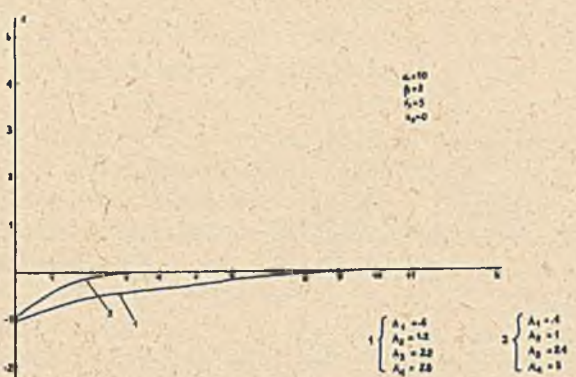
gdzie:

X_z - jest zbiorem jednopunktowym $X_z = \{x=0\}$ - wartością zadaną,

ϱ - jest odległością w sensie (5) a współczynniki wagowe α i β wynoszą

$$\alpha = 10, \quad \beta = 2$$

Wyniki modelowania cyfrowego ilustruje rysunek 6.



Rys. 6. Sterowanie rozmyte (fuzzy)

Dla porównania, rozważmy to samo zagadnienie sterowania w przypadku przyjęcia następującej postaci modelu:

$$x_{k+1} = \bar{A}\, x_k + Bu_k \qquad B=1$$

gdzie

$$\bar{A} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{4} A_i$$

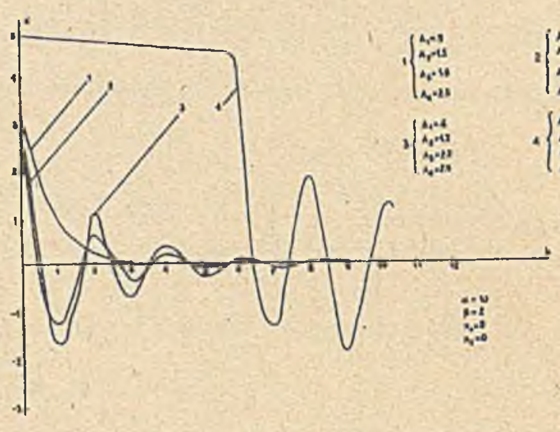
tzn. przyjmujemy, że modelem obiektu o zmiennym współczynniku $A(x)$ jest model o stałym współczynniku $\bar{A}$ będący uśrednioną wartością poszczególnych A_i, $i = 1,2,3,4$.

Przy przyjętym lokalnym wskaźniku jakości jak powyżej sterowanie można wyrazić w sposób jawny:

$$u_k^{opt} = - K(x_k) = - \frac{\alpha B(\bar{A}x_k - \mathring{x})}{\alpha B^2 + \beta} \qquad k=1,2,\dots \tag{18}$$

gdzie x_z - wartość zadana, $(x_z=0)$.

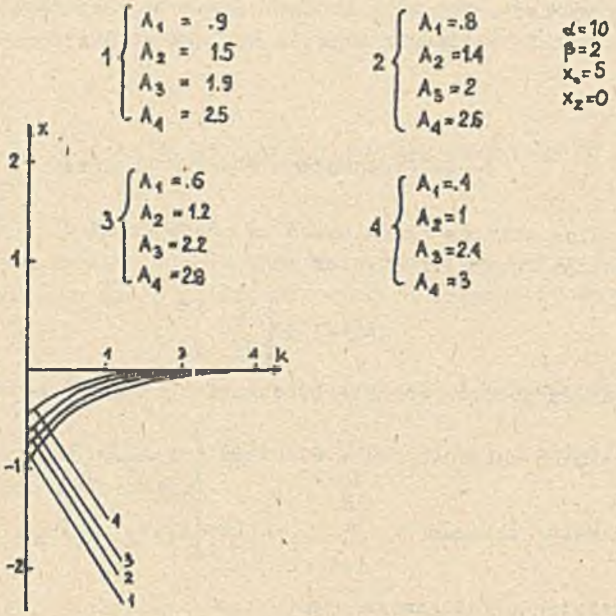
Uzyskane na drodze takiego sterowania rezultaty przedstawia rysunek 7.



Rys. 7. Sterowanie-model uśredniony

Zestawienie uzyskanych wyników (rys. 6 i 7) wskazuje na większą przydatność, w przypadku przybliżonego modelu danego obiektu (procesu) metody sterowania wykorzystującej pojęcie stanów charakterystycznych i relacji wielowartościowej stanowiącej formę opisu obiektu, w porównaniu z metodą bazującą na modelu obiektu w postaci równań (w tym rozważanym przypadku równań różnicowych).

W przypadku idealnej zgodności modelu z rozważanym obiektem, otrzymane wyniki są lepsze od uzyskanych w obu poprzednich przypadkach - rys.8, lecz otwartym problemem pozostaje sposób znalezienia modelu całkowicie zgodnego z rzeczywistym procesem, co zazwyczaj jest zadaniem niewykonalnym.



Rys. 8. Sterowanie przy pełnej informacji o obiekcie

4. Uwagi i wnioski końcowe

Przedstawiona metoda sterowania jest pod względem jakościowym różna od stosowanych dotychczas. Warto byłoby w sposób szerszy rozważyć wady i zalety tego rodzaju metod w kontekście ich użyteczności w klasie systemów informatycznych jaką stanowią interaktywne systemy sterowania.

Niewątpliwą zaletą jest to, że stosowany aparat pojęciowy, dzięki specyficznym pojęciom np. logiki wielowartościowej, pozwala na bardziej adekwatny i jednocześnie formalny opis sterowanego procesu (obiektu), a także na fakt małej ilości wymaganych obliczeń.

Na uwagę zasługuje również i to - co jest warunkiem koniecznym użyteczności algorytmu w systemach interaktywnych - że algorytmy te bazując na formalizacji heurystycznego sposobu sterowania operatora dają w wyniku decyzje precyzyjne i co dla zagadnień dialogu operator - komputer jest istotne, są one akceptowane przez operatora, gdy natomiast np. decyzje dotyczące sterowania podane przez ogólnie stosowane metody nie mogą być w wielu przypadkach przyjęte przez operatora (np. zasada sterowania bang - bang).

Wadą jest to, że metody sterowania opierają się o pojęcie funkcji przynależności, której wyznaczanie rzutuje na jakość sterowania czy też predykcji, a także na fakt niejednoznaczności sterowania. Trudność tę można łatwo ominąć, np. na etapie projektowania i przygotowania systemu,poprzez szczegółowy wywiad z operatorami lub w trakcie eksploatacji systemu poprzez rozszerzenie poziomu i zakresu dialogu człowiek operator - maszyna cyfrowa.

Wykaz stosowanych w pracy oznaczeń

$\mathcal{P}(X)$ - rodzina zbiorów określonych na przestrzeni X

χ_x - funkcja charakterystyczna zbioru

$$\chi_x(x) = \begin{cases} 1, & x \in X \\ 0, & x \notin X \end{cases}$$

$\mathcal{F}(X)$ - rodzina zbiorów rozmytych, określonych na przestrzeni

$\vee$ - operator maksimum $\bigvee_{i=1}^{N} a_i = \max\{a_1, a_2, \dots a_N\}$

$\wedge$ - operator minimum v $\bigwedge_{i=1}^{N} a_i = \min\{a_1, a_2, \dots, a_N\}$

o - operator składania maksyminowego

$$\mu_{AOR}(y) = \bigvee_{x \in X}[\mu_A(x) \wedge \mu_R(x,y)]$$

$$A \in \mathcal{F}(X)$$

$$R \in \mathcal{F}(X \times X)$$

LITERATURA

[1] W. PEDRYCZ: Metoda predykcji w systemach opisanych równaniami relacyjnymi. Zeszyty Nauk. Pol. Śl., seria Automatyka 47, 1979.

[2] A. MRÓZEK, R. POZOWSKI: Synteza modeli matematycznych obiektów drogą analizy stanów charakterystycznych. Podstawy Sterowania 4,1976.

[3] R. JAIN: Decisionmaking in the presence of fuzzy variables IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics 10, 1976.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРАВЛЕНИЯ В ДИАЛОГОВЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ, ОПИСАННЫХ УРАВНЕНИЯМИ В ВИДЕ ОТНОШЕНИЙ

Р е з ю м е

В работе представлен метод управления для объектов, описанных некоторыми многозначными отношениями в виде:

$$x_{k+1} = x_k \circ R_u$$

где x_k, $x_{k+1} \in F(X)$ - размытые множества пространства X, а $R_u \in F(X \ldots)$ многозначное отношение.

Кроме формулировки проблемы и представления метода решения в статье помещены тоже результаты вычислений для представленного способа управления.

ON CONTROL PROBLEM IN ON-LINE CONTROL SYSTEMS DESCRIBED BY FUZZY EQUATIONS

S u m m a r y

The paper deals with the control method used to control industrial processes described by means of the multivalued relational equation:

$$X_{k+1} = X_k \circ R_u$$

where $X_k, X_{k+1} \in \mathcal{F}(X)$ are fuzzy sets of universe X $R_u \in \mathcal{F}(X \times X)$ is a fuzzy relation.

Beside the problem formulation and presenting its solution, the paper contains a numerical example.