

Walerij PASS

## MODEL MATEMATYCZNY STREFY ROZKŁADU W PIECU SZYBOWYM DO WYPALANIA WAPNA

**Streszczenie.** W pracy podano równania różniczkowe opisujące dynamikę procesu cieplnego, zachodzącego w środkowej części wapienniczego pieca szybowego - tzw. strefie rozkładu (wypalenia).

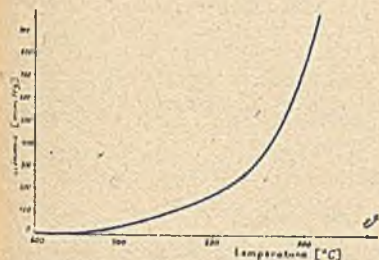
## 1. Wstęp

Model matematyczny strefy wypalenia jest bardziej skomplikowany niż modele strefy chłodzenia [8] i podgrzewania [9]. Wynika to ze złożoności i wzajemnego powiązania zjawisk fizyko-chemicznych zachodzących w tej części pieca.

Termiczny rozkład węgla wapienia zachodzi wtedy, gdy ciśnienie cząstkowe uwolnionego dwutlenku węgla przewyższa ciśnienie  $\text{CO}_2$  w otoczeniu [1].

Ciśnienie uwolnionego dwutlenku węgla jest funkcją temperatury bryły węgla wapienia [1].

Dysocjacja węgla wapienia rozpoczyna się w górnej części strefy rozkładu w atmosferze gazów spalinowych o znacznej zawartości  $\text{CO}_2$  (rzędu 33 ÷ 44%) [1], w tych warunkach minimalną temperaturą, w której następuje uwolnienie  $\text{CO}_2$  i powstanie  $\text{CaO}$  (wspno palone), jest temperatura około  $800^\circ\text{C}$ . Temperatura zapłonu koksu hutniczego, o małej zawartości składników lotnych, stosowanego w wapiennictwie, waha się w granicach  $700 \div 800^\circ\text{C}$ ,



Rys. 1. Zależność ciśnienia cząstkowego uwolnionego dwutlenku węgla od temperatury bryły kamienia wapiennego

przy czym pierwiastkowy węgiel zaczyna się palić w temperaturze około  $800^\circ\text{C}$ . Ponieważ w dolnej części strefy wypalenia rozkład zachodzi wewnątrz bryły, gdzie ciśnienie  $\text{CO}_2$  w kanałkach nieznacznie przewyższa ciśnienie gazów w otoczeniu, reakcja rozkładu zanika poniżej temperatury  $900^\circ\text{C}$  (rys. 1). Resztki koksu mogą palić się w temperaturze wyższej od  $800^\circ\text{C}$ . Na podstawie tych faktów można przyjąć umowną górną i dolną granicę strefy wypalenia na poziomie izoterm  $800^\circ\text{C}$ .

Ze wzrostem temperatury wzrasta szybkość dysocjacji  $\text{CaCO}_3$ . Szybkość przebiegu granicy rozkładu w głąb bryły jest wykładnicza funkcja temperatury [1].

$$v_{\text{gr}} = \frac{10^{-4}}{30} \exp(0,0072416(T_w - 273,15) - 7,61815) \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (1)$$

Taki wpływ temperatury na szybkość rozkładu wynika z gwałtownego wzrostu prędkości uwolnionego dwutlenku węgla ze wzrostem temperatury. Temperatura w strefie wypalania jest więc podstawowym parametrem określającym wydajność pieca. Przykładowo czas rozkładu bryły o średnicy 8 cm w temperaturze  $900^\circ\text{C}$  wynosi 12 h, natomiast w temperaturze  $1050^\circ\text{C}$  niecałe 4 h. Wypalania wapna w zbyt wysokiej temperaturze prowadzi jednak do pogorszenia jakości wapna; powstają spieki i zmniejsza się tzw. powierzchnia aktywna wapna palonego, co powoduje zmniejszenie szybkości reakcji gaszenia wapna [1], [7].

## 2. Założenia upraszczające i oznaczenia

W strefie wypalania zachodzą reakcje spalania koksu i dysocjacji węgla wapnia, skomplikowane procesy wymiany ciepła, przepływ masy i energii. Aby te zjawiska możliwie dokładnie, a równocześnie w miarę prosto opisać przyjęto założenia upraszczające.

### 2.1. Założenia upraszczające

- 1) Parametry pieca są skupione w przekroju a rozłożone wzdłuż osi,
- 2) granulacje kamienia wapiennego i koksu wchodzącego do strefy wypalania z góry (ze strefy podgrzewania), jest stała,
- 3) wsad osiada na skutek spalania koksu i kurczenia się brył wapna,
- 4) kamień i koks we wsadzie są równomiernie zmieszane,
- 5) ilość zanieczyszczeń w kamieniu i popiołu w koksie jest pomijalna,
- 6) odpływ ciepła przez wymurówkę jest pomijalny,
- 7) umowną górną i dolną granicą strefy wypalania jest izoterma  $800^\circ\text{C}$ ,
- 8) gazy są suche,
- 9) przepływ gazów jest turbulentny,
- 10) zmiana ciśnienia gazów wzdłuż osi pieca jest pomijalnie mała,
- 11) stany nieustalone strugi gazów trwają pomijalnie krótko,
- 12) spalanie jest całkowite, ale niezupełne,
- 13) wymiana ciepła między fazą stałą a gazową odbywa się wyłącznie na drodze konwekcji, między palącym się koksem a kamieniem wapiennym i wapnem tylko przez promieniowanie.

## 2.2. Stosowane oznaczenia

Równania modelu matematycznego wyprowadzono dla następujących oznaczeń:

- $\dot{m} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$  - strumień masy,
- $p$  - powietrze,  $O_2$  - tlenu,  $N_2$  - azotu,  $CO_2$  - dwutlenku węgla,  $CO$  - tlenku węgla,
- $C$  - koksu,  $CaO$  - wapna palonego,  $CaCO_3$  - wapienia,
- $m \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}} \right]$  - masa na jednostkę wysokości szybu,
- $C$  - koksu,  $CaO$  - wapna,  $CaCO_3$  - wapienia,
- $c \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$  - właściwa pojemność cieplna (ciepło właściwe),
- $C$  - koksu,  $CaO$  - wapna,  $CaCO_3$  - wapienia,
- $c \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$  - ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu,
- $O_2$  - tlenu,  $N_2$  - azotu,  $CO_2$  - dwutlenku węgla,  $CO$  - tlenku węgla
- $T_p$  [K] - temperatura bezwzględna gazów,
- $T_w$  [K] - temperatura bezwzględna wapna i wapienia.
- $T_c$  [deg] - temperatura bezwzględna koksu,
- $\zeta \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$  - masa objętościowa,
- $\rho$  [ " ] - masa niesypowa,
- $S$  [m<sup>2</sup>] - powierzchnia przekroju wewnętrznego szybu,
- $A, A_1 \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{smK}} \right]$  - zastępcze współczynniki wnikania ciepła,
- $B \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{s} \cdot \text{m} \cdot \text{K}^4} \right]$  - zastępczy współczynnik promieniowania,
- $w \left[ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$  - prędkość ruchu wssadu na skutek osiadania,
- $v_r$  [ " ] - szybkość przesuwania granicy rozkładu,
- $\Delta \dot{m}_C \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right]$  - strumień masy koksu spalającego się w elementarnej warstwie, na jednostkę wysokości,
- $\Delta \dot{m}_{CaCO_3} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right]$  - strumień masy kamienia wapiennego rozkładającego się w elementarnej warstwie, na jednostkę wysokości,
- $W_a \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$  - wartość opałowa koksu
- $W_r \left[ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$  - entalpia (ciepło) rozkładu węgla wapnia,
- $x_1, x_2$  [m] - dolna i górna granica strefy wypalenia,
- $\lambda$  [-] - stosunek szybkości spalania koksu na  $CO$  do szybkości spalania na  $CO_2$ ,

$N, M [-]$  - ilość brył kamienia wapiennego i ilość brył koksu,

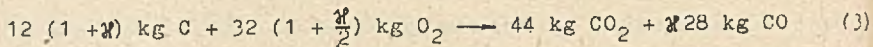
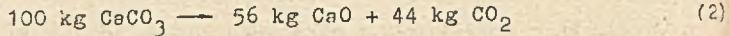
$Kc \left[ \frac{kg}{m^2 \cdot s} \right]$  - powierzchniowe intensywność spalania koksu.

### 3. Opis matematyczny

Analogicznie jak dla strefy chłodzenia, dzielimy szyb na elementarne warstwy o wysokości  $dx$ .

#### 3.1. Bilans masy

Bilans masy oparty jest na dwóch równaniach: rozkładu węgla wapienia i spalania koksu.



Z założenia 11 wynikają następujące równania dla gazów:

$$\dot{m}_{N_2}(x+dx, t) = \dot{m}_{N_2}(x, t) = 0,7657303 \dot{m}_p(0, t) = \dot{m}_{N_2}(t) \quad (4)$$

$$\dot{m}_{O_2}(x+dx, t) = \dot{m}_{O_2}(x, t) - \frac{32}{12} \frac{1+\lambda/2}{1+\lambda} dx \Delta \dot{m}_C(x, t)$$

stąd ostatecznie:

$$\frac{\partial \dot{m}_{O_2}(x, t)}{\partial x} = - (32/12) \frac{1+\lambda/2}{1+\lambda} \Delta \dot{m}_C(x, t) \quad (5)$$

$$\dot{m}_{O_2}(x_1, t) = 0,2342697 \dot{m}_p(0, t)$$

$$\frac{\partial \dot{m}_{CO_2}(x, t)}{\partial x} = 0,44 \Delta \dot{m}_{CaCO_3}(x, t) + \frac{44}{12(1+\lambda)} \Delta \dot{m}_C(x, t)$$

$$\dot{m}_{CO_2}(x_1, t) = 0 \quad (6)$$

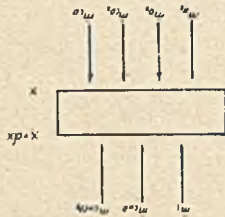
$$\frac{\partial \dot{m}_{CO}(x, t)}{\partial x} = \frac{28\lambda}{12(1+\lambda)} \Delta \dot{m}_C(x, t)$$

$$\dot{m}_{CO}(x_1, t) = 0 \quad (7)$$

Bilans masy dla fazy stałej przyjmuje postać:

$$dx \dot{m}'_C(x, t+dt) = dx \dot{m}'_C(x, t) + \dot{m}_C(x+dx, t) dt - \dot{m}_C(x, t) dt - dx \Delta \dot{m}_C(x, t) dt$$

$$\text{albo} \quad \dot{m}'_C(x, t) = \dot{m}_C(x, t) \text{ w } (x, t)$$



Rys. 2. Elementarne warstwy wzdłuż w piecu szybowym

Ostatecznie:

$$\frac{\partial m'_C(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial [m'_C(x,t)w(x,t)]}{\partial x} - \Delta m'_C(x,t) \quad (8)$$

dane jest

$$m'_C(x_2,t) = m'_{2C}$$

Analogicznie jak dla koksu można napisać bilans masy dla kamienia i dla wapna:

$$\frac{\partial m'_{CaCO_3}(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial [m'_{CaCO_3}(x,t)w(x,t)]}{\partial x} - \Delta m'_{CaCO_3}(x,t) \quad (9)$$

dane jest

$$m'_{CaCO_3}(x_2,t) = m'_{2CaCO_3}$$

$$\frac{\partial m'_{CaO}(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial [m'_{CaO}(x,t)w(x,t)]}{\partial x} + 0,56 \Delta m'_{CaCO_3}(x,t) \quad (10)$$

$$m'_{CaO}(x_2,t) = 0$$

Szybkość ubytku masy węgla wapnie można określić na podstawie znajomości szybkości przesuwania granicy rozkładu [1].

Oznaczmy przez  $V$  objętość jednej średniej bryły kamienia wapiennego, a przez  $d_w$  ekwiwalentną średnicę tej bryły.

$$V = \frac{dx m'_{CaCO_3}}{dN \rho_{CaCO_3}} = \frac{1}{6} \pi d_w^3$$

z drugiej strony

$$\frac{dx \Delta m'_{CaCO_3}}{dN} = \rho_{CaCO_3} \frac{dV}{dt} = \rho_{CaCO_3} \frac{\pi}{2} d_w^2 \frac{d d_w}{dt}$$

$$d_w^2 = \left( \frac{6}{\pi} \frac{dx m'_{CaCO_3}}{dN \rho_{CaCO_3}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad \frac{d d_w}{dt} = w_r$$

Ostatecznie:

$$\Delta m'_{CaCO_3}(x,t) = \left[ \frac{9\pi}{2} \frac{dN}{dx} \rho_{CaCO_3} (m'_{CaCO_3}(x,t))^2 \right]^{\frac{1}{3}} w_r(x,t) \quad (11)$$

W teorii spalania paliw stałych [2], [3] określane jest pojęcie powierzchniowej intensywności spalania  $K_c$ . Jest one bardzo skomplikowaną funkcją różnych parametrów, w szczególności temperatury, szybkości przepływu utleniacza, koncentracji tlenu w otoczeniu, porowatości paliwa itd. W związku z powyższym dla różnych zakresów parametrów istnieją różne modele spalania paliwa stałego [2], [3]. Uwzględniając zakres temperatury w strefie wypalenia, szybkość przepływu gazów, wielkość brył koksu i innych parametrów rzutujących na warunki spalania w piecu szybowym, wydeje się, że celowe będzie przyjęcie bardzo uproszczonego modelu spalania:

$$K_c = \frac{1 + 2\alpha}{1 + \alpha} \frac{k \beta}{k + \beta} C_{ot}$$

gdzie:

$\alpha, k, \beta$  - są znanymi funkcjami temperatury [2, 3],

a  $G_{O_2}$  - molowa koncentracja tlenu w otoczeniu palącego się koksu, proporcjonalna do strumienia tlenu  $\dot{m}_{O_2}$ .

Ostatecznie:

$$\Delta \dot{m}_C(x, t) = \alpha \left[ \frac{d\dot{m}_C(x, t)}{dx} \frac{\dot{m}_C(x, t)}{G_C} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1 + 2\alpha}{1 + \alpha} \frac{k\beta}{k + \beta} \frac{\dot{m}_{O_2}(x, t)}{\dot{m}_{O_2}(x, t) + \dot{m}_{N_2}(x, t) + \dot{m}_{CO_2}(x, t) + \dot{m}_{CO}(x, t)} \quad (12)$$

Z bilansem masy wiąże się równanie prędkości ruchu wśadu. Zgodnie z założeniem 3 jest ono następujące:

$$\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} = \frac{\Delta \dot{m}_C(x, t)}{S \varphi_C} + 0,1 \frac{\Delta \dot{m}_{CaCO_3}(x, t)}{S \varphi_{CaCO_3}} \quad (13)$$

Masą nasypową  $\varphi$  nazywamy stosunek masy ziarnistego materiału do objętości części szybu zajmowanego przez ten materiał. Współczynnik 0,1 w równaniu (13) wynika z faktu, że objętość bryły wapna jest równa według danych doświadczalnych [1] około 90% objętości bryły kamienia, z którego zostało wypalone.

### 3.2. Równania wymiany ciepła

Zgodnie z założeniem 13 równania wymiany ciepła mają postać:

$$\dot{Q}_{cw}(x, t) = B \left[ \left( \frac{T_c(x, t)}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_w(x, t)}{100} \right)^4 \right] \quad (14)$$

$$\dot{Q}_{cp}(x, t) = A_1 [T_c(x, t) - T_p(x, t)] \quad (15)$$

$$\dot{Q}_{wp}(x, t) = A [T_w(x, t) - T_p(x, t)] \quad (16)$$

gdzie:

$\dot{Q}_{cw}, \dot{Q}_{cp}, \dot{Q}_{wp}$  - strumienie ciepła od koksu do wapna, od koksu do gazów i od wapna do gazów.

Współczynniki wymiany ciepła są znanymi funkcjami temperatury.

### 3.3. Bilans energii z uwzględnieniem bilansu masy i równań wymiany ciepła

a) Bilans dla fazy gazowej

$$\partial \left\{ \frac{[\dot{m}_{N_2}(x, t) c_{N_2}(T_p) + \dot{m}_{O_2}(x, t) c_{O_2}(T_p) + \dot{m}_{CO_2}(x, t) c_{CO_2}(T_p) + \dot{m}_{CO}(x, t) c_{CO}(T_p)] T_p(x, t)}{\partial x} \right\} =$$

$$= A_1 [T_c(x,t) - T_p(x,t)] + A [T_w(x,t) - T_p(x,t)] + \frac{44}{12(1+\kappa)} \Delta \dot{m}_C(x,t) c_{CO_2}(T_c) T_c(x,t) + \\ + \frac{28\kappa}{12(1+\kappa)} \Delta \dot{m}_C(x,t) c_{CO}(T_c) T_c(x,t) + 0,44 \Delta \dot{m}_{CaCO_3}(x,t) c_{CO_2}(T_w) T_w(x,t) \quad (17)$$

b) Bilans dla wapna i kamienia wapiennego

$$\frac{\partial \{ [m'_{CaCO_3}(x,t) c_{CaCO_3}(T_w) + m'_{CaO}(x,t) c_{CaO}(T_w)] T_w(x,t) \}}{\partial t} = \\ = B \left[ \left( \frac{T_c(x,t)}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_w(x,t)}{100} \right)^4 \right] - \Delta \dot{m}_{CaCO_3}(x,t) W_r + \\ + \frac{\partial \{ \dot{m}_{CaCO_3}(x,t) c_{CaCO_3}(T_w) + \dot{m}_{CaO}(x,t) c_{CaO}(T_w) \} T_w(x,t)}{\partial x} - \\ - A [T_w(x,t) - T_p(x,t)] \quad (18)$$

c) Bilans dla koksu

$$\frac{\partial [m'_C(x,t) c_C(T_c) T_c(x,t)]}{\partial t} = \frac{\partial [\dot{m}_C(x,t) c_C(T_c) T_c(x,t)]}{\partial x} + \Delta \dot{m}_C(x,t) W_d - \\ - B \left[ \left( \frac{T_c(x,t)}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_w(x,t)}{100} \right)^4 \right] - A_1 [T_c(x,t) - T_p(x,t)] \quad (19)$$

W równaniach (18) i (19) należy uwzględnić następujące związki:

$$\dot{m}_{CaCO_3} = m'_{CaCO_3} W, \quad \dot{m}_{CaO} = m'_{CaO} W \quad (20)$$

#### 3.4. Warunki początkowe i brzegowe

Aby wyżej podane równania modelu matematycznego miały jednoznaczne rozwiązanie, muszą być znane następujące warunki początkowe i brzegowe:

$$T_w(x,0) = \varphi(x) \quad (21)$$

$$T_c(x,0) = \psi(x) \quad (22)$$

$$T_p(x_1,t) = T_{1p}(t) - \text{temperatura fazy gazowej w dolnej granicy strefy wy-} \\ \text{palania} \quad (23)$$

$$m'_C(x,0) = m'_{0C}(x) \quad (24)$$

$$m'_{CaCO_3}(x,0) = m'_{0CaCO_3}(x) \quad (25)$$

$$m'_{CaO}(x,0) = m'_{0CaO}(x) \quad (26)$$

#### 4. Zakończenie

Modelem matematycznym strefy wypalania jest układ równań (2) ÷ (13) oraz (17) ÷ (20), wraz z warunkami początkowymi i brzegowymi (21) ÷ (26). Model opisuje strefę wypalania między "uciągami". "Uciąg" powoduje przesunięcie w dół pola temperatury wapna i koksu oraz krzywych rozkładu masy wapna, kamienia wapiennego i koksu. Te przesunięte w dół funkcje stanowią nowe warunki początkowe dla okresu czasu między następnymi "uciągami".

#### LITERATURA

- [1] БРУСНИЛОВСКИЙ Г.В.: Производство извести, ГОСХИМИЗДАТ, Москва 1954.
- [2] КНОРРЕ Г.Ф.: Топочные процессы, ГОСЭНЕРГОИЗДАТ, Москва 1959.
- [3] PETELA R.: Paliwa i ich spalanie - skrypt Pol. Śląskiej Gliwice.
- [4] NOBLER T.: Ruch ciepła i wymienniki. WNT, Warszawa 1971.
- [5] OCHYDUSZKO S.: Termodynamika stosowana. WNT, Warszawa 1970.
- [6] BRETSZNAJDER ST.: Własności gazów i cieczy. WNT, Warszawa 1962.
- [7] I. AHREDS, J. BOROWSKI, W. CIEŚLIŃSKI, W. PAWLAK.: Technologia materiałów wiążących. PWSZ, Warszawa 1959.
- [8] PASS W.: Model matematyczny strefy chłodzenia w piecu szybowym do wypalania wapna. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Automatyka nr 50.
- [9] PASS W.: Model matematyczny strefy podgrzewania w piecu szybowym do wypalania wapna. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. Automatyka nr 50.

#### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗОНЫ ИЗЖИГАНИЯ В ШАХТНОЙ ИЗВЕСТКООБЖИГАТЕЛЬНОЙ ПЕЧИ

#### Р е з ю м е

В статье представлены дифференциальные уравнения, описывающие динамику теплового процесса, происходящего в центральной части шахтной известкообжигательной печи, так называемой зоне изжигания.

#### MATHEMATICAL MODEL OF BURNING ZONE IN THE LIME SHAFT KILN

#### С и ж м а р у

In the paper differential equations have been used to describe the dynamics of a thermal process occurring in the middle part of a lime shaft kiln, in the so called burning zone.