ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1974

Seria: Górnictwo z. 65 Nr kol. 404

Andrzej Fryoz
Józef Sułkowski

KRYTERIUM WYBORU METOD CYKLOWYCH LUB WĘZŁOWYCH OBLICZANIA KOPALNIANYCH SIECI WENTYLACYJNYCH

Streszczenie. W artykule określono ogólne kryterium topologiczne wyboru metod cyklowych lub węzłowych obliczania rozpływu powietrza i rozkładu różnic ciśnienia w kopalnianych sieciach wentylacyjnych oparte o liczbę złożoności σ (G) sieci, przyjmującą wartości z przedziału [0,1]. Stwierdzono, że warunek równoważności metod dla sieci spotykanych w praktyce występuje przy wartości σ (G) równej 0,5.

1. Charakterystyka metod obliczania sieci wentylacyjnych

Zagadnienie obliczania rozpływu powietrza i rozkładu ciśnienia w kopalnianej sieci wentylacyjnej, czyli tzw. zagadnienie obliczania sieci, sprowadza się w ogólności to rozwiązania układu równań wiążących trzy wielkości charakteryzujące każdy element sieci:

- natężenie przepływu prądu powietrza ($\dot{V}$),
- różnicę ciśnienia na elemencie (H),
- opór elementu (R), lub ogólniej przebieg jego charakterystyki (f).

W sieci zawierającej "m" elementów (np. bocznic) oraz "n" węzłów układ równań - stanowiący model matematyczny zagadnienia obliczania sieci - składa się:

a) z "m" równań charakterystyki elementów

$$H_i = f_i(\dot{V}_i) \operatorname{sign} \dot{V}_i \tag{1}$$

b) z "n-1" równań węzłowych określonych wg I prawa Kirchhoffa:

$$\sum_{i=1}^{m} s_{ji} \dot{V}_i = 0 \qquad \text{dla} \quad j = 1,2,\ldots,n-1 \tag{2}$$

gdzie:

s_{ji} – element macierzy incydencji S określony jako

$$s_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } j \text{ jest węzłem końcowym gałęzi } i, \\ -1 & \text{jeżeli } j \text{ jest węzłem początkowym gałęzi } i, \\ 0 & \text{jeżeli } j \text{ nie należy do } i \end{cases}$$

c) z "m-n+1" równań cyklowych określonych wg II prawa Kirchhoffa:

$$\sum_{i=1}^{m} c_{ji} H_i = 0 \qquad \text{dla} \quad j = 1,2,\ldots,M-n+1 \tag{3}$$

gdzie:

c_{ji} – element macierzy cyklomatycznej C określony jako

$$c_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli gałęzi } i \text{ należy do cyklu } j \text{ oraz ich kierunki są zgodne,} \\ -1 & \text{jeżeli gałęzi } i \text{ należy do cyklu } j \text{ ale ich kierunki są przeciwne,} \\ 0 & \text{jeżeli gałęzi } i \text{ nie należy do cyklu } j \end{cases}$$

Przedstawiony układ równań zawiera więc "2m" równań a po podstawieniu równań (1) do układu (3) uzyskuje się układ "m" równań stanowiący model matematyczny zagadnienia obliczania sieci w tzw. postaci prymalnej (I):

$$\sum_{i=1}^{m} s_{ji} \dot{V}_i = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,n-1 \tag{I.1}$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_{ji} f_i(\dot{V}_i)\operatorname{sign} \dot{V}_i = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,m-n+1 \tag{I.2}$$

Równanie charakterystyki elementu można jednak przedstawić również w postaci dualnej, w której zmienną niezależną jest różnica ciśnienia na elemencie:

$$\dot{V}_i = f_i^*(H_i) \operatorname{sign} H_i \tag{4}$$

Po podstawieniu równań (4) charakterystyki elementu do układu (2) uzyskuje się równoważny do (I) układ "m" równań stanowiący model matematyczny dualny (II) obliczania sieci:

$$\sum_{i=1}^{m} s_{ji}\, f_i^*(H_i)\, \mathrm{sign}\, H_i = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,n-1 \qquad \text{(II.1)}$$

$$\sum_{i=1}^{m} c_{ji}\, H_i = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,m-n+1 \qquad \text{(II.2)}$$

Układ równań (I) stanowi model matematyczny zagadnienia obliczania rozpływu powietrza a układ równań (II) stanowi model matematyczny zagadnienia obliczania rozkładu różnic ciśnienia w sieci wentylacyjnej. Wszystkie metody przybliżone obliczania sieci wykorzystujące model (I) nazywa się powszechnie cyklowymi (oczkowymi), a wykorzystujące model (II) - węzłowymi. Ponieważ modele (I) i (II) są względem siebie dualne, a więc i metody obliczeń cyklowe oraz węzłowe są względem siebie dualne. W kopalniach wentylacyjnych, z uwagi na nieliniowy charakter równania DARCY-WEISBACHA określającego wielkość energii dyssypowanej w czasie przepływu powietrza wyrobiskiem kopalnianym, równanie charakterystyki bocznicy ma również nieliniową postać: kwadratową (1) lub pierwiastkową (4). Ilość tych nieliniowych równań w układach (I) lub (II) stanowi o różnej trudności rozwiązania układów i rzutować powinna na wybór metod obliczania sieci.

2. Istniejące kryteria wyboru metod obliczania dowolnych sieci

Zagadnienie wyboru metod cyklowych lub węzłowych obliczania sieci wentylacyjnych nie było dotąd szerzej omawiane w pracach z zakresu teorii tych sieci. Porównania metod dokonali jedynie MATIKASZWILI i CHUCHUNASZWILI [3] przy prezentacji swej metody węzłowej obliczania sieci. Jako kryterium przyjęli oni korzyści wynikające ze skrócenia czynności pomocniczych w procesie obliczeniowym w związku z pominięciem wyboru cyklów niezależnych w metodzie węzłowej. Pogląd ten nie jest w pełni słuszny, gdyż wybór cyklów niezależnych potrzebny jest do zbilansowania zadanych różnic ciśnienia (wg II.2). Może to być jednak dowolna baza cyklów niezależnych niekoniecznie optymalna.

Szerzej porównuje się metody obliczania sieci w monografiach dotyczących teorii sieci elektrycznych [1,2,4]. Podstawą wyboru metod jest porównanie ilości niezależnych cyklów:

$$\nu = m - n + 1 \qquad (5)$$

z ilością niezależnych węzłów w sieci:

$$\varrho = n - 1 \tag{6}$$

W metodzie cyklowej obliczania rozpływu prądów następuje bowiem przyporządkowanie "m" prądom gałęziowym sieci elektrycznej "ν" prądów cyklowych. Powstające wtedy równania cyklowe zawierają odwróconą macierz impedancyjną cyklową i jest korzystnie, aby było ich jak najmniej. W metodzie węzłowej natomiast przyporządkowuje się "ϱ" węzłom niezależnym "ϱ" napięć liczonych od tych węzłów do wspólnego węzła odniesienia (tzw. napięć międzygałęziowych). Powstające wtedy równania węzłowe wymagają znowu odwracania macierzy admitancyjnej węzłowej i jest korzystne, aby ich również było możliwie mało.

W sieciach nieliniowych, jakimi są sieci wentylacyjne, niechętnie korzysta się z metod wymagających odwracania macierzy a raczej upraszcza się metody tak, aby uzyskać odrębne rozwiązanie każdego równania z układu (I) lub (II). Niemniej ilość rozwiązywanych w ten sposób równań nieliniowych zależy od przyjętego modelu matematycznego zagadnienia i zastosowanej metody obliczania. Można więc uznać, że stosowane w zakresie teorii sieci elektrycznej kryterium wyboru metod będzie również odpowiednie dla wyboru metod obliczania sieci wentylacyjnych.

Z porównania liczb niezależności cyklów i węzłów dla dowolnej sieci traktowanej jako graf G otrzymuje się proste kryterium wyboru metod, uznające:

a) korzystniejszą metodę cyklową, gdy:

$$\nu(G) < \varrho(G)$$

$$m - n + 1 < n - 1$$

$$m + 2 < 2n \tag{7}$$

b) korzystniejszą metodę węzłową, gdy:

$$\varrho(G) < \nu(G)$$

$$n - 1 < m - n + 1$$

$$2n < m + 2 \tag{8}$$

c) równoważność obu metod, gdy:

$$\varrho(G) = \nu(G)$$

$$2n = m + 2 \tag{9}$$

Spełnienie warunków (7), (8) lub (9) zależy dla konkretnej sieci od jej struktury topologicznej, dla której należałoby mieć pewną miarę.

3. Złożoność sieci jako miara jej struktury

Złożoność sieci rozumiana będzie tutaj jako ilościowy związek między elementami sieci i relacjami występującymi między nimi. O ułożoności sieci decydować będzie ilość elementów i sposób ich połączenia powodujący skomplikowanie struktury sieci. Wydaje się naturalne, aby siecią najmniej złożoną (bardzo prostą) określić równoległe połączenie bocznic i przyporządkować mu liczbową miarę złożoności $\sigma(G) = 0$. Natomiast siecią najbardziej złożoną określa się sieć, do której dołączenie chociażby jednej bocznicy powoduje nie tylko skomplikowanie struktury ale również powiększenie klasy N sieci. Przez klasę N sieci rozumie się tutaj zbiór tych wszystkich sieci, dla których liczby cyklomatyczne $\nu(G)$ są równe. Jak wykazano w pracy [5] najbardziej złożone sieci w dowolnej klasie N tworzą podzbiór sieci regularnych o węzłach trzeciego rzędu (trzy bocznice połączone w węźle). Każdej z tych sieci przyporządkować należy liczbową miarę złożoności $\sigma(G) = 1$. Dla wszystkich innych sieci klasy N złożoność będzie mieć wartość pośrednią, określoną wzorem [5]:

$$\sigma(G) = \frac{\varrho(G)-1}{2\nu(G)-4} \qquad (\text{dla } \nu(G) > 2) \tag{10}$$

W ten sposób liczba zależności $\sigma(G)$ stanowi miarę struktury sieci umożliwiając porównywanie struktur różnych sieci.

4. Uogólnione kryterium topologiczne wyboru metod obliczania sieci

Liczba złożoności sieci $\sigma(G)$ wiąże (10) z sobą liczby $\nu(G)$ i $\varrho(G)$ określające kryterium wyboru metod cyklowych lub węzłowych przy obliczaniu sieci. Badanie relacji porządku między liczbami $\nu(G)$ i $\varrho(G)$ można więc zastąpić badaniem wartości liczby złożoności sieci $\sigma(G)$. Uzyskuje się wtedy wyraźną zależność zastosowanej metody obliczania sieci od jej struktury topologicznej.

Wychodząc od warunku

$$\varrho(G) = \nu(G) \tag{9}$$

równoważności metod można określić, po wykorzystaniu (10), krytyczną liczbę złożoności dla ustalonej klasy N sieci:

$$\sigma(G)_{kryt} = \frac{\nu(G) - 1}{2\nu(G) - 4} \tag{11}$$

Metody węzłowe będą korzystniejsze przy spełnieniu warunku

$$\sigma(G) < \sigma(G)_{kryt} \tag{12}$$

natomiast metody cyklowe będą korzystniejsze przy spełnieniu warunku przeciwnego

$$\sigma(G) > \sigma(G)_{kryt} \tag{13}$$

Wartość krytycznej liczby złożoności zależy od liczby cyklomatycznej $\nu(G)$ sieci i jest równa dla wszystkich sieci z klasy N_1 określonej liczbą $\nu_1(G)$. Zbadamy obecnie, jak zmienia się jej wartość ze zmianą klasy lub ogólniej z wielkością sieci $\delta(G)$, którą zdefiniujemy następująco:

$$\delta(G) \overset{df}{=} \min\left[\rho(G),\ \nu(G)\right] \tag{14}$$

Dla przypadku równoważności metod uzyskujemy więc przy spełnieniu (10):

$$\delta(G) = \rho(G) = \nu(G) \tag{15}$$

oraz

$$\sigma(G)_{kryt} = \frac{\delta(G) - 1}{2\delta(G) - 4} \tag{16}$$

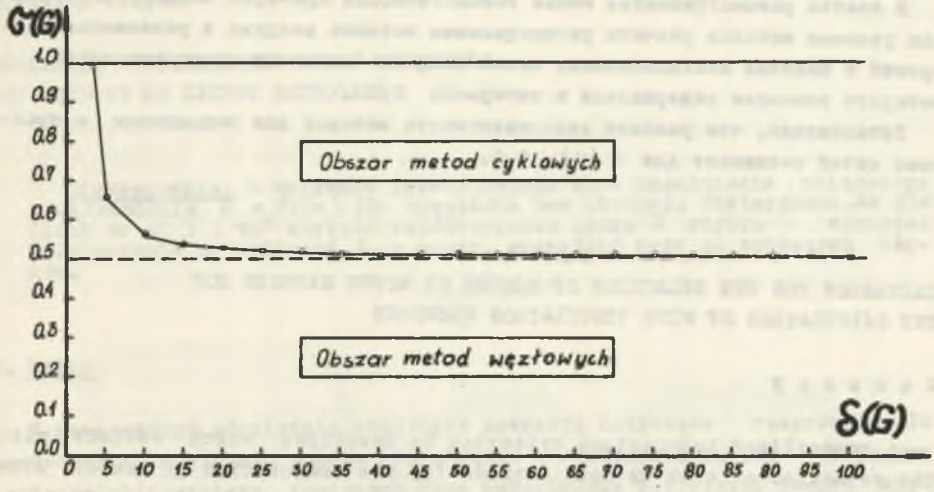
Niech wielkości sieci $\delta(G)$ będą kolejnymi liczbami naturalnymi, to odpowiadające im liczby $\sigma(G)_{kryt}$ tworzą zbieżny ciąg liczbowy o granicy

$$\lim_{\delta(G)\to\infty} \frac{\delta(G) - 1}{2\delta(G) - 4} = \frac{1}{2} \tag{17}$$

Rys. 1 przedstawia w sposób ciągły "zbliżanie się" wartości $\sigma(G)_{kryt}$ do granicznej wartości 0,5. Widać z niego bardzo silną zbieżność ciągu (17) pozwalającą wyciągnąć praktyczny wniosek, że dla rzeczywistych kopalnianych sieci wentylacyjnych o kilkudziesięciu a nawet kilkuset niezależnych cyklach krytyczna liczba złożoności wynosi:

$$\sigma(G)_{kryt} = 0{,}5 \tag{17}$$

Dla sieci o strukturze prostej, dla których $\sigma(G) < 0,5$ korzystniejsze będą metody węzłowe - natomiast dla sieci o strukturze złożonej $\sigma(G) > 0,5$ korzystniejsze będą metody cyklowe.



Rys. 1. Przebieg wartości krytycznej liczby złożoności w zależności od wielkości sieci

Uzyskano więc ostatecznie ogólne kryterium topologiczne wyboru metod obliczania kopalnianych sieci wentylacyjnych i innych podobnych sieci transportowych.

LITERATURA

[1] Cholewicki T.: Elektrotechnika teoretyczna, WNT, W-wa, 1967.

[2] Lagasse J.: Teoria obwodów elektrycznych, WNT, W-wa, 1965.

[3] Matikaszwili T.J., Chuchunaszwili E.J.: Mietod iteracjonnogo rasčeta słożnoj wentilacjonnoj sistiemy biez jejo topologiczeskogo analiza. Wopr. dinam. szachtnych turbomaszin i ich sjetiej. Tbilisi, Mieczniejerieba, 1967.

[4] Rajski Cz.: Teoria obwodów, T. 1, WNT, W-wa, 1971.

[5] Sułkowski J.: Miara złożoności struktury kopalnianej sieci wentylacyjnej. Materiały sympozjum n.t. Aktualne zagadnienia przepływu powietrza w kopalnianych sieciach wentylacyjnych. Kom. Górn. PAN, Kraków, 1970.

КРИТЕРИЙ ПОДБОРА КОНТУРНЫХ ИЛИ УЗЛОВЫХ МЕТОДОВ РАСЧЕТА ВЕНТИЛЯЦИОННЫХ СЕТЕЙ ШАХТ

Р е з ю м е

В статье рассматриваются общий топологический критерий подбора контурных или узловых методов расчета распределения потоков воздуха и разложения депресий в шахтных вентиляционных сетей опираясь на числе сложности сетей которого значение содержаться в интервале 0,1 .

Установлено, что условие эквивалентности методов для нахожденых в практике сетей возникает для $\sigma(G) = 0,5$.

CRITERION FOR THE SELECTION OF MESHES OR NODES METHODS FOR THE CALCULATION OF MINE VENTILATION NETWORKS

S u m m a r y

A generalized topological criterion is described which assists with the selection of mesh or node methods for the computation of the air flow and pressure distribution in mine ventilation networks.

This criterion is based on the network complexity number $\sigma(G)$ which lies in the interval $[0,1]$. It is concluded that the condition of equivalence for different computational methods is met at $\sigma(G) = 0,5$.