

NIKOLAUS KORPONAY

Brown Boveri & Cie. - Szwajcaria

ANTONI BOGUCKI
WILIBALD WINKLERInstytut Elektroenergetyki
i Sterowania UkładówNIELINIOWY ROZKŁAD NAPIĘCIA
W INDUKCYJNYCH PRZEKŁADNIKACH NAPIĘCIOWYCH

Streszczenie. W pracy przeanalizowano wpływ pojemności doziemnych uzwojenia pierwotnego w indukcyjnym przekładniku napięciowym na rozkład napięcia wzdłuż tego uzwojenia. Wyprowadzono równania, opisujące napięcie dodatkowe powstałe w uzwojeniu pierwotnym oraz prąd pojemnościowy płynący w tym uzwojeniu.

Przedstawiono sposób praktycznego wykorzystania wyprowadzonych wzorów przy kompensacji prądu pojemnościowego w uzwojeniu pierwotnym.

1. Idealny rozkład napięcia wzdłuż uzwojenia pierwotnego przekładnika

Pomijając pojemności doziemne, międzyzwojowe i pomiędzy uzwojeniem pierwotnym a wtórnym przekładnika oraz zakładając, że na impedancji uzwojenia pierwotnego nie występuje spadek napięcia, można rozkład napięcia $U_1(x)$ wzdłuż tego uzwojenia uważać za liniowy. Dla przyjętych na rys. 1 oznaczeń spełniona bowiem jest zależność liniowa:

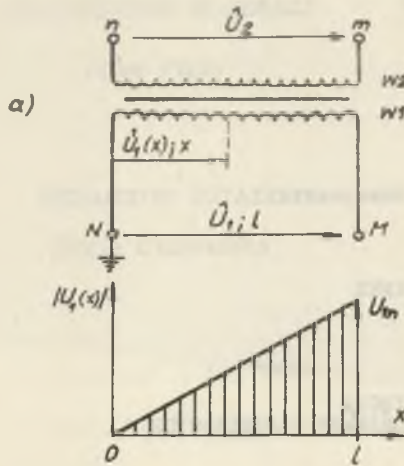
$$U_1(x) = U_1 \frac{x}{l}, \quad (1)$$

w której

U_1 - napięcie skuteczne przyłożone do zacisków pierwotnych przekładnika;

l - całkowita długość (liczba zwojów) uzwojenia pierwotnego;

x - długość uzwojenia (liczba zwojów) uzwojenia pierwotnego od jego ziemionego końca do dowolnego punktu na tym uzwojeniu.

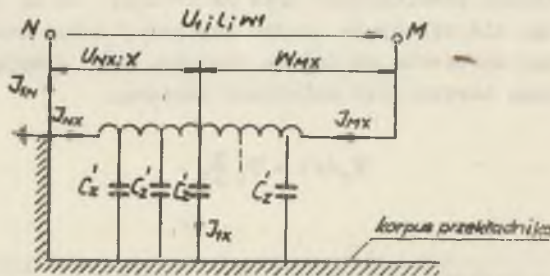


Rys. 1. Idealny rozkład napięcia wzdłuż uzwojenia pierwotnego przekładnika:

a) schemat uzwojeń przekładnika; b) wykres rozkładu napięcia

2. Rozpływ prądu pojemnościowego w uzwojeniu pierwotnym przekładnika

W rzeczywistych przekładnikach napięciowych indukcyjnych, pomiędzy jego uzwojeniem pierwotnym a uziemionym korpusem, występuje pojemność doziemna C_z . Zakładając, że pojemność doziemna jest rozłożona równomiernie wzdłuż uzwojenia pierwotnego W_1 i pomijając narazie prąd magnesowania J_0 przekładnika, można schemat zastępczy tego uzwojenia przedstawić jak na rys. 2.



Rys. 2. Schemat uzwojenia pierwotnego przekładnika z uwzględnieniem pojemności doziemnych

W podanym układzie dla dowolnej długości x uzwojenia zachodzi następująca równość:

$$J_{Mx} W_{Mx} = J_{Nx} (W_1 - W_{Mx}), \quad (2)$$

przy czym:

J_{Mx}, J_{Nx} - prądy pojemnościowe płynące w odpowiednich częściach uzwojenia;

W_1 - oalkowita liczba zwojów uzwojenia pierwotnego;

W_{Mx} - część uzwojenia, przez którą przepływa prąd J_{Mx} .

Prąd J_{1x} płynący przez pojemność jednostkową C_z , położonej w odległości x od uzziemionego początku uzwojenia (np. N), można wyznaczyć z zależności:

$$J_{1x} = j\omega C_z' U_{Nx}, \quad (3)$$

gdzie U_{Nx} - jest napięciem panującym w punkcie x uzwojenia.

Uwzględniając, że

$$C_z' = \frac{C_z}{l}$$

można równanie (3) przedstawić w postaci:

$$J_{1x} = j\omega \frac{C_z}{l} U_{Nx} \quad (3a)$$

Pomiędzy prądami J_{Mx} i J_{Nx} zachodzi związek:

$$J_{Nx} = \frac{x}{l} J_{1x}. \quad (4)$$

Wprowadzając zależność (3a) do równania (4) otrzymuje się równanie

$$J_{Nx} = j\omega C_z \frac{x}{l^2} U_{Nx}. \quad (4a)$$

Całkowity prąd pojemnościowy J_{1N} oddawany przez przekładnik do układu elektroenergetycznego wyznaczony, sumując wszystkie prądy składowe J_{Nx} na odcinku od $x = 0$ do $x = l$ zgodnie z zależnością

$$J_{1N} = j\omega \frac{C_z}{l^2} \int_0^l U_N(x) x dx, \quad (5)$$

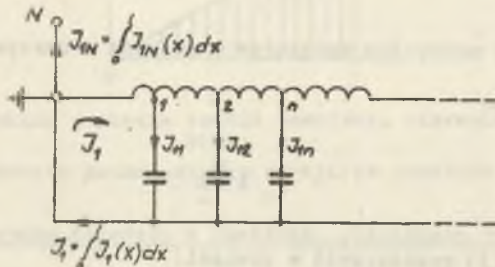
gdzie $U_N(x)$ jest szukanym rozkładem napięcia wzdłuż uzwojenia.

Przed przystąpieniem do dalszej analizy należy rozważyć zależność (2), z której wynika, że oalkowity prąd pojemnościowy płynący przez uzwojenie powstaje z superpozycji prądów J_{Nx} i J_{Mx} .

Dla dowolnego punktu x , prąd płynący przez uzwojenie określa się z zależności:

$$J_w(x) = J_{1N} - \left[J_1 - \int_0^x J_1(x) dx \right], \quad (6)$$

co wynika z rys. 3.



Rys. 3. Rozpływ prądów pojemnościowych w uzwojeniu pierwotnym przekładnika

Po wprowadzeniu związków (3a) i (5) do równania (6), można wyrażenie na prąd płynący w dowolnym punkcie uzwojenia napisać w postaci:

$$J_w(x) = j\omega \frac{C}{I} \left[\frac{1}{I} \int_0^1 U_N(x) x dx - \int_0^1 U_N(x) dx + \int_0^x U_N(x) dx \right]. \quad (7)$$

3. Rzeozywisty rozkład napięcia wzdłuż uzwojenia pierwotnego przekładnika

Znając prąd J_w , płynący przez uzwojenie pierwotne przekładnika, można w prosty sposób wyznaczyć rozkład dodatkowego napięcia U_d - wzdłuż uzwojenia - wywołanego istnieniem pojemności doziemnych.

Zakładając, że indukcja rozproszona uzwojenia pierwotnego L jest także rozłożona równomiernie wzdłuż uzwojenia, otrzymuje się następujące równanie, opisujące wartość napięcia U_d :

$$U_d = j\omega \frac{L}{I} \int_0^x J_w(x) dx \quad (8)$$

Po wprowadzeniu zależności (6) do ostatniego równania, wyrażenie na U_d po pewnych przekształceniach przyjmie postać:

$$U_d = -\frac{\omega^2 LC}{1} \left\{ \int_0^x \left[\int_0^1 \underbrace{U_N(x) \frac{x}{l}}_{K_1} dx - \int_0^1 \underbrace{U_N(x) dx}_{K_2} \right] dx + \int_0^x \int_0^x U_N(x) dx dx \right\} \quad (9)$$

Uwzględniając, że analiza jest przeprowadzana dla $\psi = \text{const.}$, pierwsze dwa wyrazy podcałkowe we wzorze (9) można uważać za wielkości stałe, zależne od ω , co można wyrazić następująco:

$$\int_0^1 U_N(x) \frac{x}{l} dx = K_1 = f_1(\omega)$$

$$1 \int_0^1 U_N(x) dx = K_2 = f_2(\omega). \quad (10)$$

Przyjmując ponadto, że

$$K_2 - K_1 = K = f(\omega)$$

$$U_d = \frac{\omega^2 LC}{1^2} \left[\int_0^x f(\omega) dx - \int_0^x \int_0^x U_N(x) dx dx \right]. \quad (11)$$

Rozkład całkowitego napięcia wzdłuż uzwojenia otrzymuje się po dodaniu do napięcia (U_d) - napięcia liniowo rozłożonego, opisanego zależnością (4). Stąd

$$U_1 \frac{x}{l} + U_d = U_1 \frac{x}{l} + \frac{\omega^2 LC}{1^2} \left[\int_0^x f(\omega) dx - \int_0^x \int_0^x U_N(x) dx dx \right]. \quad (12)$$

Po dwukrotnym zróżniczkowaniu równania (12) względem x , dochodzi się do równania różniczkowego drugiego rzędu:

$$\frac{d^2 U_N(x)}{dx^2} = -\frac{\omega^2 LC}{1^2} U_N(x). \quad (13)$$

Rozwiązanie tego równania i uwzględnienie warunków brzegowych:

$$U_N(x) = 0 \quad \text{gdy} \quad x = 0$$

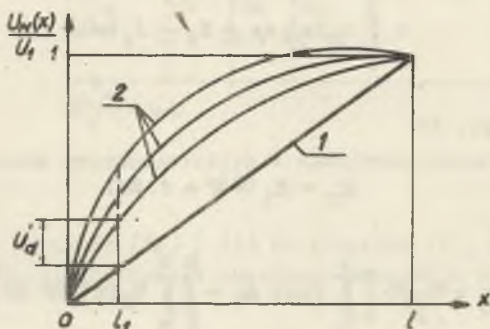
$$1 \quad U_N(x) = U_1 \quad \text{gdy} \quad x = l$$

- daje w wyniku związek, opisujący rzeczywisty rozkład napięcia wzdłuż uzwojenia pierwotnego przekładnika w następującej postaci:

$$U_N(x) = \frac{U_1}{\sin \beta} \cdot \sin \frac{x}{l} \beta, \quad (14)$$

gdzie $\beta = \omega \sqrt{LC}$

Na rys. 4 pokazano rozkład napięcia wzdłuż uzwojenia dla przypadku idealnego (rozkład liniowy - Krzywa 1) i w warunkach rzeczywistych (Krzywe 2).



Rys. 4. Idealny (1) i rzeczywisty (2) rozkład napięcia wzdłuż uzwojenia pierwotnego

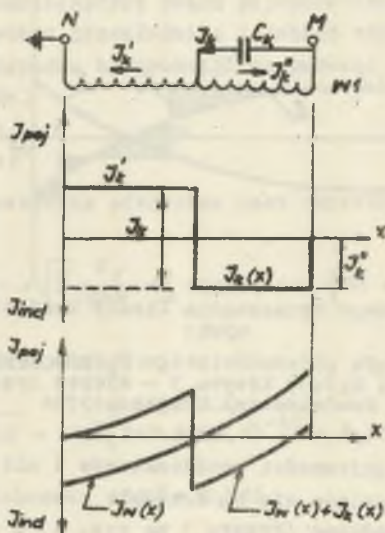
4. Praktyczne wykorzystanie wyprowadzonych wzorów

Z przeprowadzonych dotychczas rozważań wynika, że istnienie pojemności doziemnej uzwojenia pierwotnego jest przyczyną wystąpienia prądu pojemnościowego, który powoduje wzrost napięcia na indukcyjności rozproszenia uzwojenia pierwotnego. Jak wykazano, wzrost napięcia o napięcie dodatkowe U_d powoduje nieliniowy rozkład napięcia wzdłuż uzwojenia pierwotnego, będącego przyczyną powstawania dodatkowych uchybów. Uchyby te będą tym większe, im większe będą pojemności doziemne przekładnika.

Stąd wynika uzasadniona tendencja konstruktorów do szukania takich rozwiązań, które prowadziłyby w efekcie do zmniejszenia pojemności doziemnej C_E . Ponieważ nie mamy praktycznej możliwości zbudowania przekładników pozbawionych pojemności doziemnych, dlatego rozwiązania należy szukać na in-

nej drodze, a mianowicie, przez zmniejszenie indukcyjności rozproszenia i uzwojenia pierwotnego, co – jak to wynika ze wzoru (8) – wpływa również na zmniejszenie napięcia dodatkowego U_d i co w konsekwencji prowadzi do bardziej liniowego charakteru rozkładu napięcia.

Napięcie dodatkowe może być również skompensowane za pomocą kondensatorów, względnie dławików bezrdzeniowych. W praktyce stosuje się częściej to pierwsze rozwiązanie, z uwagi na mniejszy koszt kondensatorów w stosunku do dławików bezrdzeniowych. Mając to na względzie, w dalszej części artykułu zostanie omówiona jedynie metoda kompensacji za pomocą kondensatorów. Metoda ta polega na włączeniu jednego lub kilku kondensatorów pomiędzy zaciski wysokiego napięcia i odczep na uzwojeniu pierwotnym (p.rys.5)



Rys. 5. Zasada kompensacji pojemnościowej za pomocą jednego kondensatora: a) sposób podłączenia kondensatora kompensacyjnego C_k ; b) przebieg prądu kompensującego; c) przebieg prądu wypadkowego

Przez kondensator C_k płynie wtedy prąd pojemnościowy J_k'' , który jednocześnie płynie przez uzwojenie pierwotne w przeciwnym kierunku, tzn. jako prąd o charakterze indukcyjnym. W ten sposób zredukowany zostaje prąd pojemnościowy oddawany przez przekładnik do układu elektroenergetycznego.

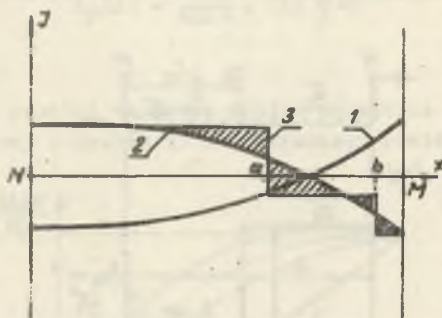
Sama zasada kompensacji wymaga określenia wpraw prądu $J_w(x)$, płynącego przez uzwojenie. Prąd ten można dla celów praktycznych wyznaczyć, całkując wyrażenie (7) po uprzednim wprowadzeniu zależności (14). Po uwzględnieniu prądu magnesującego J_0 przekładnika, ostateczna postać równania jest następująca:

$$J_w(x) = \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{U}{\sin \beta} \left(\frac{1}{\beta} \sin \beta - \cos \frac{x}{l} \beta \right) + J_0 \quad (15)$$

Warunkiem idealnej kompensacji jest spełnienie równości:

$$J_K(x) = -J_W(x), \quad (16)$$

co ilustruje rys. 6 (Krzywa 1 i 2). W praktyce nie dążymy do idealnej kompensacji z uwagi na konieczność stosowania bardzo dużej ilości kondensatorów, co staje się przedsięwzięciem ekonomicznie nieuzasadnionym. Stąd też w praktycznych rozwiązaniach stosuje się kompensację przybliżoną, przy czym maksymalna liczba kondensatorów rzadko jest większa od 4.



Rys. 6. Zasada graficznego wyznaczania liczby kondensatorów kompensacyjnych:

Krzywa 1 – przebieg prądu pojemnościowego $J_W(x)$; Krzywa 2 – przebieg prądu idealnej kompensacji $J_K(x)$; Krzywa 3 – wykres prądów płynących przez kondensatory kompensacyjne

Sposób wyznaczania pojemności kondensatorów i miejsca ich połączenia z uzwojeniem pierwotnym opiera się na zasadzie równości powierzchni zawartych między Krzywą schodkową (Krzywa 3 na rys. 6) a charakterystyką prądu idealnej kompensacji $J_K(x)$ (Krzywa 2).

Liczba i miejsca podłączenia kondensatorów są określone punktami przecięcia się prostokątnych do osi x odcinków krzywej schodkowej (punkty a i b).

Pojemność kondensatorów oblicza się z następującego związku:

$$C_{Kn} = \frac{\Delta J_{Kn}}{\omega \Delta U_1}, \quad (17)$$

przy czym

ΔJ_{Kn} – prąd płynący przez n -ty kondensator;

ΔU_1 – napięcie przyłożone do kondensatora.

Obydwie wymienione wielkości można wyznaczyć na podstawie charakterystyk przedstawionych na rys. 6.

5. Przykład obciążeniowy

Dany jest przekładnik napięciowy indukcyjny o następujących parametrach:

Napięcie znamionowe	$U_{1n} = 30 \text{ kV}$
Częstotliwość znamionowa	$f_n = 50 \text{ Hz}$
Pojemność doziemna	$C_z = 540 \cdot 10^{-12} \text{ F}$
Indukcja rozproszenia uzwojenia pierwotnego	$L = 5700 \text{ H}$
Prąd magnesujący	$J_0 = 0,12 \text{ mA}$

Należy wyznaczyć charakterystykę prądu pojemnościowego $J_w(x)$, płynącego przez uzwojenie pierwotne przekładnika i dobrać odpowiednie kondensatory kompensacyjne dla przypadku kompensacji za pomocą: jednego, dwóch lub czterech kondensatorów.

R o z w i ą z a n i e :

Prąd płynący przez uzwojenie pierwotne jest określony równaniem (15):

$$J_w(x) = \sqrt{\frac{C}{L}} \frac{U_1}{\sin \beta} \left(\frac{1}{\beta} \sin \beta - \cos \frac{x}{l} \beta \right) + J_0.$$

Dla danych warunków otrzymujemy:

$$\beta = \omega \sqrt{LC} = 314 \sqrt{540 \cdot 5700 \cdot 10^{-12}} = 0,552 \text{ [Rad]}$$

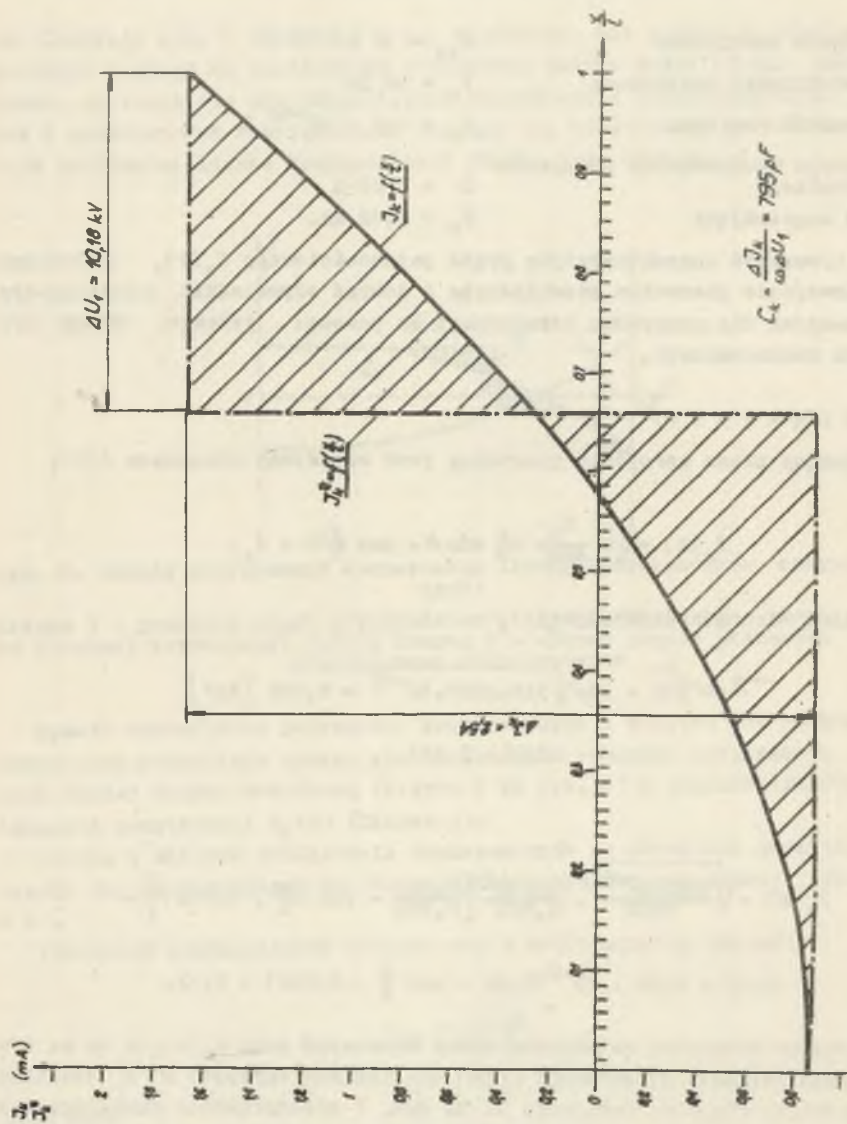
$$\sin \beta = 0,523.$$

Stąd

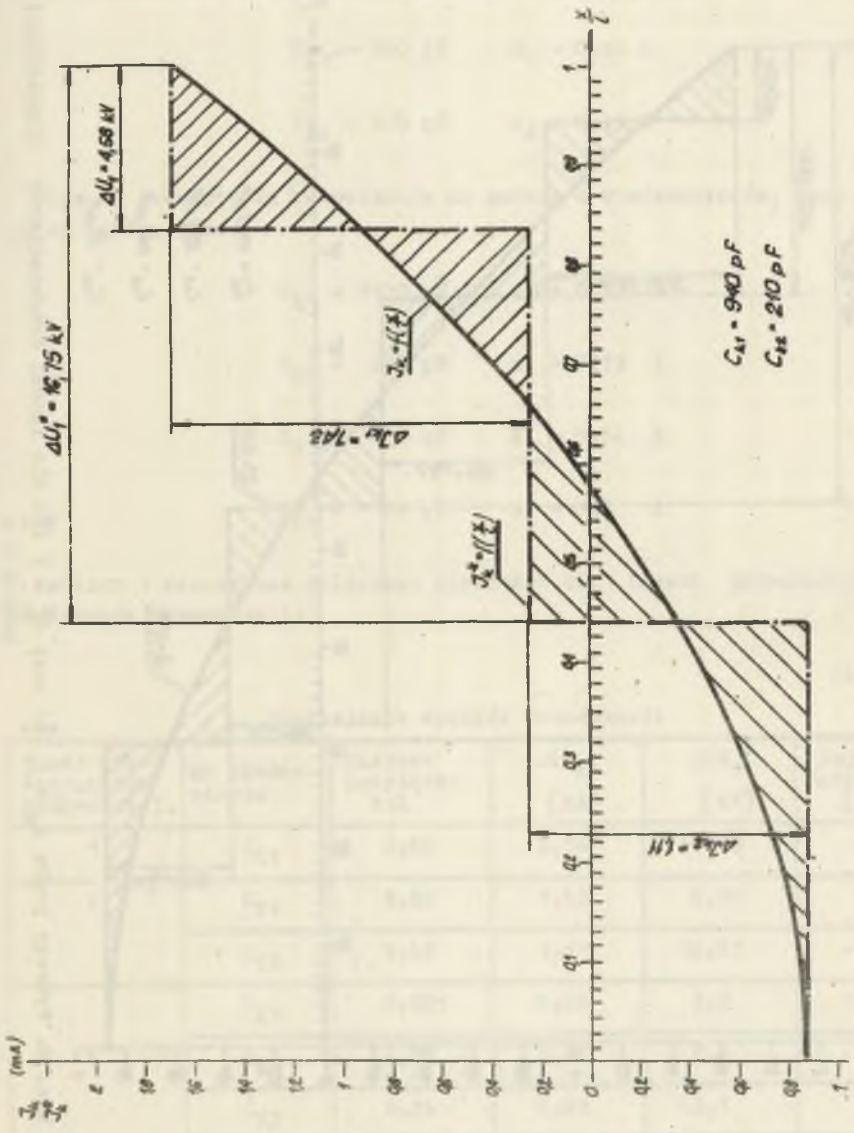
$$J_w(x) = \sqrt{\frac{540 \cdot 10^{-12}}{5700}} \cdot \frac{30 \cdot 10^3}{0,523} \left[\frac{0,523}{0,552} - \cos \left(\frac{x}{l} \cdot 0,552 \right) \right] + 0,12 = 5,58 \cdot 10^{-2} (0,94 - \cos \frac{x}{l} \cdot 0,552) + 0,12.$$

Na podstawie ostatniej zależności można wyznaczyć prąd $J_w(x)$, a co za tym idzie prąd idealnej kompensacji $J_k(x)$ dla różnych wartości x w stosunku do całkowitej długości uzwojenia l . Na rys. 7 przedstawiono charakterystykę $J_w = -J_k = f(x)$ wraz z rzeczywistą charakterystyką prądu kompensującego w przypadku zastosowanie jednego kondensatora. Pojemność kondensatora wynosi:

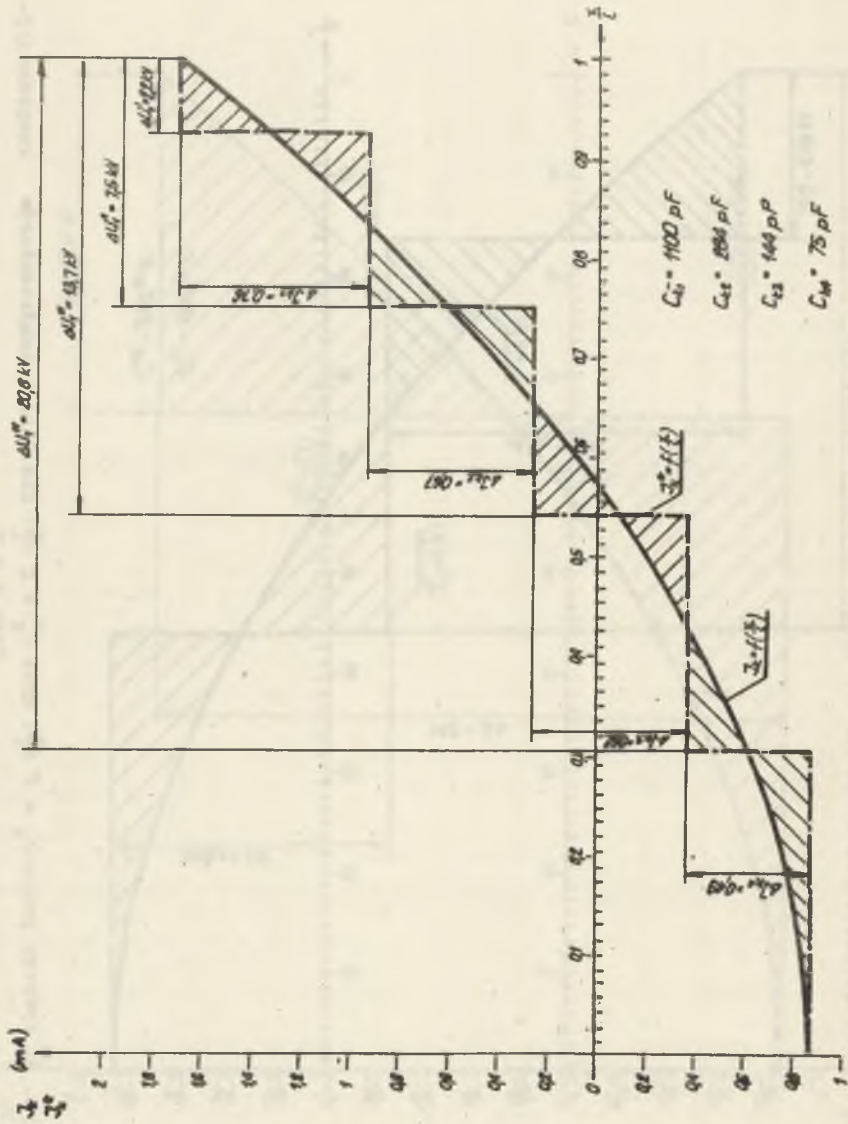
$$C_{K1} = \frac{\Delta J_{K1}}{\omega \Delta U_1} = \frac{2,24 \cdot 10^{-3}}{314 \cdot 10 \cdot 18 \cdot 10^3} = 795 \text{ pF},$$



Rys. 7. Charakterystyka prądu $J_k = f\left(\frac{1}{f}\right)$ dla idealnej kompensacji oraz prądu rzeczywistej kompensacji $J_k^x = f\left(\frac{1}{f}\right)$ przy zastosowaniu jednego kondensatora



Rys. 8. Wykresy prądu $J_k = f(x)$ oraz $J_k = f(x)$ dla ilości kondensatorów kompensacyjnych $n = 2$



Rys. 9. Wykresy prądu $J_k = i(\frac{x}{l})$ oraz $J_k^x = i(\frac{x}{l})$ dla ilości kondensatorów kompensacyjnych $n = 4$

a miejsce przyłączenia kondensatora do uzwojenia znajduje się w pkt. $x = 0,66$ l.

Na rys. 8 podano przypadek kompensacji za pomocą dwóch kondensatorów, których pojemności oraz punkty przyłączenia są następujące:

$$C_{K1} = 940 \text{ pF} \quad x_1 = 0,84 \text{ l}$$

$$C_{K2} = 210 \text{ pF} \quad x_2 = 0,45 \text{ l}$$

Rys. 9 przedstawia kompensację za pomocą 4 kondensatorów, przy czym dane są następujące:

$$C_{K1} = 1100 \text{ pF} \quad x_1 = 0,925 \text{ l}$$

$$C_{K2} = 284 \text{ pF} \quad x_2 = 0,75 \text{ l}$$

$$C_{K3} = 144 \text{ pF} \quad x_3 = 0,54 \text{ l}$$

$$C_{K4} = 75 \text{ pF} \quad x_4 = 0,3 \text{ l}$$

W tablicy 1 zestawiono obliczone wielkości dla trzech przeanalizowanych przypadków kompensacji:

Tablica 1

Zestawienie wyników kompensacji

Ilość kondensatorów kompensacyj.	Nr kondensatora	Miejsce przyłącz. x:l	ΔI_{Kn} [mA]	ΔU_1^x [kV]	Pojemność kondensat. [pF]
1	C_{K1}	0,66	2,54	10,18	795
2	C_{K1}	0,84	1,43	4,85	940
	C_{K2}	0,45	1,11	16,75	211
4	C_{K1}	0,925	0,76	2,2	1100
	C_{K2}	0,75	0,67	7,5	284
	C_{K3}	0,54	0,62	13,7	144
	C_{K4}	0,3	0,49	20,8	75

ΔU_1^x - przyjęto liniowy rozkład napięcia U_1 .

LITERATURA

1. HARTMANN; GHISLER; Die Kapazität von Spannungswandlern und ihr Einfluss auf die Messegengenauigkeit. Studie Baden 1943.
2. Rziha. Starkstromtechnik. W. Ernst Berlin 1955.
3. R. WILLHEIM; Ueber Streuungsfragen der Transformatoren und Messwandler E. v M. 36,37. 1937.

Przyjęto do druku w lutym 1972 r.

НЕЛИНЕЙНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ИНДУКЦИОННЫХ
ТРАНСФОРМАТОРАХ НАПРЯЖЕНИЯ

Р е з ю м е

В статье проанализировано влияние ёмкостей на землю первичной обмотки в индукционном трансформаторе напряжения на разложение напряжения вдоль этой обмотки.

Выведены уравнения, описывающие добавочное напряжение, возникшее в первичной обмотке, а также зарядный ток проходящий через эту обмотку. Представлен способ практического использования выведенных формул при компенсации зарядного тока в первичной обмотке.

NON-LINEAR DISTRIBUTION OF VOLTAGE IN INDUCTION VOLTAGE CONVERTERS

S u m m a r y

In the paper the effect of unit-to-ground capacitances of primary winding in induction voltage converters on the voltage distribution along the winding is considered. Also, a derivation of equations describing the extra voltage occurring in the primary winding and the capacitance current in the winding is given.

Practical application of the derived equations in compensation of primary winding capacitance current is presented by an example.