ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980
Seria: AUTOMATYKA z. 54 Nr kol. 650

Adam Janiak
Politechnika Wrocławska

OPTYMALIZACJA CZASOWA SEKWENCJI KOMPLEKSÓW OPERACJI W STEROWANIU DYSKRETNYMI PROCESAMI PRODUKCYJNYMI

Streszczenie. W artykule sformułowano ogólny dyskretno-ciągły problem czasowo-optymalnego sterowania sekwencją kompleksów operacji i rozwiązano go dla pewnych - z praktycznego punktu widzenia ogólnych - klas modeli operacji.

1. Wstęp

Uogólnieniem problemu sterowania pojedynczym kompleksem operacji (rozpatrywanego np. w [1]) jest problem sterowania sekwencją kompleksów operacji; można spojrzeć także na ten problem jako na problem sterowania kompleksem operacji o zmieniającej się w czasie strukturze. Typowym przykładem sekwencji kompleksów operacji jest dyskretny proces produkcyjny, w którym wyróżniamy w odpowiedni sposób powiązane określone czynności (operacje technologiczne), realizowane na określonych maszynach przy użyciu odpowiednich zasobów. Poszczególne operacje mogą być zresztą ciągłymi procesami technologicznymi, lecz z punktu widzenia całego systemu produkcyjnego traktowane są tutaj jako pojedyncze operacje. Dokładniej problem ten można sformułować następująco: Dane są momenty pojawiania się do realizacji poszczególnych kompleksów. Mogą być także zadane dopuszczalne momenty zakończenia realizacji poszczególnych kompleksów. Dana jest struktura (np. w postaci grafu) każdego kompleksu, dane są modele (różniczkowe) każdej operacji wraz z rozmiarami zadań do wykonania. Dana jest zmienna w czasie dysponowana do rozdziału ilość zasobów (w ogólnym przypadku cały wektor różnego rodzaju zasobów). Problem tutaj polega na wyznaczeniu takich momentów rozpoczęcia realizacji poszczególnych kompleksów (a w każdym kompleksie takich momentów rozpoczęcia realizacji każdej operacji) z zachowaniem porządku technologicznego i wzięciem pod uwagę czasu dostępności poszczególnych operacji i takim przydziale poszczególnym operacjom zasobów, by czas realizacji całej sekwencji był minimalny.

W pracy problem ten rozwiązano dla pewnych klas modeli operacji.

2. Ogólne sformułowanie problemu

Problem 1

Dana jest sekwencja kompleksów operacji opisana następującą dwójką uporządkowaną:

$S_1^k \triangleq \langle \bar{K}, \bar{N}(t) \rangle$, gdzie:

$\bar{N}(t) = [N^1(t), N^2(t), \ldots, N^p(t), \ldots, N^q(t)]'$ - wektor dysponowanych do rozdziału q-rodzajów ilości zasobów, $\bar{N}(t) \geqslant \bar{0}$, $\bar{K}$ - następujący zbiór kompleksów:

$$\bar{K} \triangleq \{K_1, K_2, \ldots, K_j, \ldots, K_k\}, \text{ gdzie:}$$

$$\bigwedge_{j \in N_1^k} K_j \triangleq \langle S_j, M_j, \hat{\bar{x}}_j, t_j \rangle, \text{ gdzie z kolei:}$$

S_j - oznacza strukturę j-tego kompleksu, zadaną np. siecią lub macierzą, przedstawiającą wymagania porządku technologicznego;

$\hat{\bar{x}}_j \triangleq \langle \bar{x}_j^o, \bar{x}_j^{\varkappa} \rangle$, gdzie $\bar{x}_j^o = [x_{j1}^o, x_{j2}^o, \ldots, x_{ji}^o, \ldots, x_{jn_j}^o]'$, a

$\bar{x}_j^{\varkappa} = [x_{j1}^{\varkappa}, x_{2j}^{\varkappa}, \ldots, x_{ji}^{\varkappa}, \ldots, x_{jn_j}^{\varkappa}]'$ - odpowiednio - wektor stanów początkowych i wektor rozmiarów zadań (stanów końcowych) operacji j-tego kompleksu;

t_j - moment pojawienia się do realizacji j-tego kompleksu,

$\bigwedge_{j \in N_1^{k-1}} t_{j+1} \geqslant t_j$ (mogą być także zadane dopuszczalne momenty zakończenia realizacji poszczególnych kompleksów);

M_j - zbiór modeli operacji j-tego kompleksu, gdzie modele poszczególnych operacji mają następującą postać:

$$\bigwedge_{j \in N_1^k} \bigwedge_{i \in N_1^{n_j}} \Big[\dot{x}_{ji}(t) = f_{ji}[u_{ji}^1(t), u_{ji}^2(t), \ldots, u_{ji}^p(t), \ldots, u_{ji}^q(t)] \wedge$$
$$\wedge \bigwedge_{t \leqslant t_j} x_{ji}(t) = x_{ji}^o \Big], \text{ gdzie:}$$

$x_{ji}(t)$ - stan i-tej operacji w j-tym kompleksie w momencie t;

$u_{ji}^p(t)$ - ilość zasobów p-tego rodzaju przydzielona i-tej operacji w j-tym kompleksie w momencie t;

n_j - ilość operacji w j-tym kompleksie.

Należy wyznaczyć takie momenty $\tau_j \geqslant t_j$ rozpoczęcia realizacji poszczególnych kompleksów (a w każdym kompleksie takie momenty rozpoczęcia realizacji każdej operacji) i taki rozdział zasobów $u^{\varkappa}(t) \in U_{N(t)}$, aby następujące kryterium:

$Q \triangleq T$ osiągało minimum, gdzie

$T \triangleq \min \{ t \in R^+ : \bigwedge_{j \in N_1^k} \bigwedge_{i \in N_1^{n_j}} x_{ji}(t) = x_{ji}^{\varkappa} \}$, bowiem zakładamy, że:

$$\bigwedge_{t' \geqslant 0} \bigwedge_{j \in N_1^k} \bigwedge_{i \in N_1^{n_j}} \Big[(x_{ji}(t') = x_{ji}^{\varkappa}) \Rightarrow (\bigwedge_{t \geqslant t'} x_{ji}(t) = x_{ji}^{\varkappa}) \Big].$$

Minimalny czas realizacji całej sekwencji będziemy oznaczać T^{*}, tj.:

$$T^{*} \triangleq \min_{\bar{u}(t)\in U_{\bar{N}(t)}} P(\bar{u}(t)), \text{ gdzie } P(\bar{u}(t)) \triangleq T.$$

Zbiór dopuszczalnych rozdziałów zasobów (zbiór sterowań dopuszczalnych) zdefiniowany jest następująco:

$$U_{\bar{N}(t)} \triangleq \Big\{ \bar{u}(t) \in \big(R^{+\sum_{j=1}^{k} q\cdot n_j}\big) : \bar{u}(t) = [\bar{u}_1(t),\bar{u}_2(t),\ldots,\bar{u}_j(t),\ldots,\bar{u}_k(t)]' \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{j\in N_1^k} \bar{u}_j(t) = [\bar{u}_{j1}(t),\bar{u}_{j2}(t),\ldots,\bar{u}_{ji}(t),\ldots,\bar{u}_{jn_j}(t)] \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} \bar{u}_{ji}(t) = [u_{ji}^1(t),u_{ji}^2(t),\ldots,u_{ji}^p(t),\ldots,u_{ji}^q(t)] \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} \bigwedge_{p\in N_1^q} \Big(\bigwedge_{t<t_j} u_{ji}^p(t) = 0 \wedge \bigwedge_{t\geq t_j} u_{ji}^p(t) \geq 0 \wedge \alpha_{ji}^p \leq u_{ji}^p \leq \beta_{ji}^p\Big) \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{t'\geq t_j} \bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} \Big[(x_{ji}(t') = x_{ji}^{*}) \Rightarrow \Big(\bigwedge_{t\geq t'} u_{ji}(t) = 0\Big)\Big] \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{t\geq t_1} \bigwedge_{p\in N_1^q} \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{n_j} u_{ji}^p(t) \leq N^p(t) \Big\}.$$

Wobec tego, że powyższy problem jest skomplikowanym problemem optymalizacji dyskretno-ciągłej, będzie on dalej rozpatrywany przy założeniu, że operacje w poszczególnych kompleksach są niezależne (tzn. struktura kompleksu jest równoległa), oddzielnie dla operacji o modelach wklęsłych i oddzielnie dla operacji o modelach wypukłych. Przyjęte będą także inne oczywiste z praktycznego punktu widzenia założenia. W praktyce zazwyczaj różnego rodzaju zasoby $N^p(t)$, $p \in N_1^q$, muszą występować w pewnych z góry określonych proporcjach (zadanych np. odpowiednimi normami technologicznymi, ekonomicznymi itp.), tzn.:
$[N^1(t),N^2(t),\ldots,N^q(t)]' = N\cdot[\tilde{N}^1(t),\tilde{N}^2(t),\ldots,\tilde{N}^q(t)]'$, gdzie
$[\tilde{N}^1(t),\tilde{N}^2(t),\ldots,\tilde{N}^q]'$ - jest wektorem, którego składowe są minimalnymi ilościami zasobów każdego rodzaju, podanych z zachowaniem (zgodnie z odpowiednimi normami) odpowiednich stosunków między nimi; ilości te są niezbędne do rozpoczęcia realizacji operacji. A więc przypadek z wieloma rodzajami zasobów można sprowadzić do przypadku z jednym rodzajem zasobów N (który jest właściwie współczynnikiem mówiącym jaką wielokrotnością wektora $[\tilde{N}^1(t),\tilde{N}^2(t),\ldots,\tilde{N}^q(t)]'$ dysponujemy).

3. Operacje o modelach wklęsłych

Problem 1.1

Jest to problem 1 przy założeniu, że:

1° Struktura kompleksów S_j, $j \in N_1^k$ jest równoległa, tzn. operacje są niezależne;

2° Problem dotyczy rozdziału jednego rodzaju zasobów $N(t)$, przy czym:

$$\bigwedge_{l \in N_1^{s-1}} (t_l < t_{l+1} \wedge \bigwedge_{t \in \langle t_l, t_{l+1})} N(t) = N_l \wedge \bigwedge_{t \geqslant t_s} N(t) = N_s), \text{ gdzie}$$

t_l jest momentem skokowej zmiany dysponowanej do rozdziału ilości zasobów z wartości N_{l-1} na wartość N_l. Dla uproszczenia (nie umniejszając ogólności rozważań [2]) założymy, że $s=k$ i $l=j$, tzn. $t_l=t_j$.

3° $\alpha_{ji} = 0$, $\beta_{ji} = N(t)$, $j \in N_1^k$, $i \in N_1^{n_j}$;

4° Funkcje $f_{ji}(u_{ji})$, $j \in N_1^k$, $i \in N_1^{n_j}$, są ciągłe, nieujemne, wklęsłe i ściśle rosnące względem u_{ji}.

3.1. Rozwiązanie problemu 1.1

Można pokazać [2,3,4,5], że przy powyższych założeniach jedno z rozwiązań optymalnych problemu 1.1 posiada następujące własności:

1° Optymalny czas rozpoczęcia realizacji każdej operacji jest albo momentem pojawienia się do realizacji danego kompleksu, albo momentem pojawienia się pewnego następującego po nim kompleksu;

2° Jeśli $N(t)$ jest nierosnącą funkcją, to realizację poszczególnych kompleksów należy rozpocząć w momentach ich pojawiania się;

3° Realizację ostatniego kompleksu zawsze należy rozpocząć w momencie jego pojawienia się, wykorzystując przy tym całkowitą dysponowaną ilość zasobów;

4° W przedziałach r jednoczesnej stałości dysponowanej do rozdziału ilości zasobów i ilości kompleksów operacji ($r \in N_1^k$, $\Delta t_r = t_{r+1} - t_r$) optymalne sterowanie będzie stałe w czasie;

5° Realizacja każdego kompleksu może zakończyć się albo w którymś z momentów pojawienia się następnych po nim kompleksów, albo - w momencie zakończenia realizacji całej sekwencji kompleksów operacji.

Korzystając z powyższego i oznaczając przez u_{jir} tę ilość zasobów, która została przydzielona i-tej operacji w j-tym kompleksie w przedziale r, czas T realizacji sekwencji kompleksów operacji w funkcji rozdziałów zasobów u_{jir} wyznaczamy ze wzoru:

$$\sum_{j=1}^{k-1}\sum_{i=1}^{n_j} f_{ji}^{-1}\left(\frac{x_{ji}^{*} - \sum_{r=j}^{k-1} f_{ji}(u_{ji})\cdot\Delta t_r}{T - t_k}\right) + \sum_{i=1}^{n_k} f_{ki}^{-1}\left(\frac{x_{ki}^{*}}{T - t_k}\right) = N_k,$$

tzn. z ograniczenia na dysponowaną ilość zasobów w ostatnim przedziale $r = k$.

Wobec powyższego, wyjściowy skomplikowany problem optymalizacji dynamicznej sprowadza się do następującego problemu programowania wypukłego (dokładniej, problem ten jest zadaniem programowania wypukłego po przejściu ze zmiennej u_{jir} na zmienną x_{jir} będącą częścią i-tej operacji w j-tym kompleksie zrealizowaną w r-tym przedziale, tzn. $x_{jir}=f_{ji}(u_{jir})\cdot\Delta t_r$):

Problem 1.1':

$$\min_{\bar{u}\in U} (T \triangleq F(\bar{u})), \text{ gdzie:}$$

$$U \triangleq \Big\{\bar{u} \in R^{+\sum_{r=1}^{k-1}\sum_{j=1}^{r} n_j} : \bar{u} = [\bar{u}_1,\bar{u}_2,\ldots,\bar{u}_r,\ldots,\bar{u}_{k-1}]' \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{r\in N_1^{k-1}} \bar{u}_r = [\bar{u}_{1r},\bar{u}_{2r},\ldots,\bar{u}_{jr},\ldots,\bar{u}_{rr}] \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{j\in N_1^{k-1}} (\bar{u}_{jr} = [u_{j1r},u_{j2r},\ldots,u_{jir},\ldots,u_{jn_jr}] \wedge$$

$$\wedge \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} \sum_{r=j}^{k-1} f_{ji}(u_{jir})\Delta t_r - x_{ji}^{*} \leq 0) \wedge \bigwedge_{r\in N_1^{k-1}} \sum_{j=1}^{r}\sum_{i=1}^{n_j} u_{jir} - N_r \leq 0\Big\}.$$

Można pokazać, że istnieje rozwiązanie tego problemu, natomiast problem ogólnie nie posiada jednoznacznego rozwiązania.

Do rozwiązania problemu 1.1 można zatem zastosować znane numeryczne metody programowania wypukłego.

Do rozwiązania problemu 1.1 przy założeniu, że $N(t)$ jest dowolną różniczkowalną, nieujemną funkcją t ($f_{ji}(u_{ji}) \in C_1$) można efektywnie zastosować zasadę maksimum z ograniczeniami równościowymi i nierównościowymi - nawet przy kryterium ogólnej postaci $Q = \int_0^T f_0(\bar{u}(t))dt$, $f_0(u) \in C_1$ - wprowadzając n+1 zmienną stanu (oprócz $n = \sum_{j=1}^{k} n_j$) jako $x_{n+1}(t) \equiv t$, lecz jest to w ogólnym przypadku tylko warunek konieczny.

Zadanie rozwiązania problemu 1.1 przy założeniu, że operacje są zależne znacznie się komplikuje, a opracowany przez autora odpowiedni algorytm wydaje się mało efektywny.

4. Czasowo-optymalne sterowanie sekwencją kompleksów dla pewnej klasy operacji niezależnych

Problem 1.2

Jest to problem 1.1 przy założeniu, że funkcje $f_{ji}(u_{ji})$ nie są wklęsłe, ale posiadają następującą własność:

$$\bigwedge_{t\geq t_1} \bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} \bigwedge_{0\leq\lambda_{ji}\leq 1} f_{ji}(\lambda_{ji}N(t)) \leq \lambda_{ji} f_{ji}(N(t)) \qquad /1/$$

(Jak łatwo zauważyć do klasy tych funkcji należą między innymi funkcje wypukłe) oraz, że N(t) jest odcinkami ciągłą funkcją.

Korzystając z tego, że sterowanie optymalne maksymalizuje w każdej chwili hamiltonian (utworzony dla tego problemu) można wykazać (dowody nie wprost) następujące twierdzenia:

Twierdzenie 1

Jeśli spełnione są założenia problemu 1.2, to jedno z rozwiązań optymalnych tego problemu posiada następującą własność:

$$\bigwedge_{0\leq t\leq T^*} \Big[\Big(\bigvee_{j\in N_1^k} \bigvee_{i\in N_1^{n_j}} (t\geq t_j \wedge 0\leq x_{ji}(t) < x_{ji}^*) \Big) \Longrightarrow \qquad /2/$$

$$\Rightarrow \Big(\bigvee_{q\in N_1^k}^{!} \bigvee_{i\in N_1^q}^{!} ((t\geq t_q \wedge 0\leq x_{qi}(t) < x_{qi}^*) \Rightarrow u_{qi}(t) = N(t))\Big) \wedge$$

$$\wedge \Big(\Big(\bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} ((t < t_j \wedge x_{ji}(t) = 0) \vee (t > t_j \wedge x_{ji}(t) = x_{ji}^*))\Big) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} u_{ji}(t) = 0\Big)\Big],$$

tzn., że w każdej chwili czasu realizowana jest tylko jedna operacja spośród operacji, które już się pojawiły, a nie zostały jeszcze całkowicie zrealizowane, przy wykorzystaniu całkowitej dysponowanej do rozdziału w danej chwili ilości zasobów.

Uwaga 1

Jeśli w wyrażeniu /1/ zachodzi ostra nierówność, wówczas rozwiązanie problemu 1.2 zawsze posiada własność /2/.

Obecnie rozpatrzony będzie problem kolejności wykonywania operacji. Niech:

$$\bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} h_{ji}(t) \triangleq f_{ji}(N(t)) \quad \text{oraz}$$

$$\bigwedge_{j,q\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} \bigwedge_{p\in N_1^{n_q}} \dot{V}_{ji,qp}(t) \triangleq \frac{h_{ji}(t)}{h_{qp}(t)} .$$

Twierdzenie 2

Jeśli spełnione są założenia problemu 1.2 oraz $\bigwedge_{j\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} f_{ji}(u_{ji})\in C_1$, a $N(t)\in C_1$ – funkcja ściśle rosnąca, wówczas z każdych dwu operacji ji,pq ze zbioru operacji w kompleksach – które już się pojawiły, a nie zostały jeszcze zrealizowane – należy najpierw rozpocząć realizację operacji i-tej w j-tym kompleksie, jeśli $\dot{V}_{ji,qp} < 0$, albo p-tej w q-tym kompleksie jeśli $\dot{V}_{ji,qp} > 0$; jeśli $\dot{V}_{ji,qp} = 0$ kolejność wykonywania operacji jest dowolna.

Lemat 1

Jeśli spełnione są założenia problemu 1.2, to relacja $\dot{V}_{ji,qp}$ jest relacją dobrze porządkującą zbiór operacji w kompleksach, które już się pojawiły, a nie zostały jeszcze zrealizowane (tzn. jest relacją liniowo porządkującą ten zbiór i w każdym niepustym podzbiorze tego zbioru jest element pierwszy ze względu na tę relację), ponieważ – oprócz – co widać – zwrotności, słabej antysymetryczności i spójności – jest ona także relacją przechodnią, tzn.:

$$\bigwedge_{j,q,l\in N_1^k} \bigwedge_{i\in N_1^{n_j}} \bigwedge_{p\in N_1^{n_q}} \bigwedge_{m\in N_1^{n_l}} \dot{V}_{ji,qp} \leqslant 0 \wedge \dot{V}_{lm,ji} \leqslant 0 \Rightarrow \dot{V}_{lm,qp} \leqslant 0$$

Dowód lematu 1

$$\dot{V}_{lm,qp}(t) = \left[\frac{h_{lm}(t)}{h_{qp}(t)}\right]' = \left[\frac{h_{lm}(t)}{h_{ji}(t)}\cdot\frac{h_{ji}(t)}{h_{qp}(t)}\right]' = \left[\frac{h_{lm}(t)}{h_{ji}(t)}\right]'\cdot\left[\frac{h_{ji}(t)}{h_{qp}(t)}\right] +$$

$$+ \left[\frac{h_{ji}(t)}{h_{qp}(t)}\right]'\cdot\left[\frac{h_{lm}(t)}{h_{ji}(t)}\right] \leqslant 0 \qquad \text{q.e.d.}$$

Algorytm szeregowania operacji jest zatem trywialny.

Jeśli funkcja N(t) jest funkcją ściśle malejącą (N(t) > 0), to kolejność wykonywania operacji jest dokładnie odwrotna niż kolejność wynikająca z tw.1 i lematu 1.

Jak łatwo zauważyć sposób rozwiązania problemu 1.2 można łatwo uogólnić na dowolne przedziałami ciągłe i monotoniczne funkcje N(t) > 0, lecz może okazać się – w ogólnym przypadku – że optymalne jest wykonywanie operacji z przerwaniami, jeśli dopuszczalne jest takie rozwiązanie z praktycznego punktu widzenia.

Oczywiste jest, że jeśli w problemie 1.2 N(t) = N = const, to kolejność wykonywania operacji (w kompleksach) – które już pojawiły się, a nie

zostały jeszcze zrealizowane - jest dowolna. Jest to często bardzo wygodne z praktycznego punktu widzenia.

5. Wnioski i uwagi końcowe

Jak więc widać w przypadku operacji o modelach wklęsłych optymalne jest równoczesne wykonywanie operacji, zaczynając realizację poszczególnych kompleksów w momentach ich dostępności. A problem optymalnego rozdziału zasobów sprowadza się do zadania programowania wypukłego. Natomiast w przypadku operacji o modelach posiadających własność /1/ (tzn. między innymi dla funkcji wypukłych), optymalne jest wykonywanie w każdej chwili czasu tylko jednej operacji, przy czym (za wyjątkiem N(t) = N = const.) kolejność wykonywania operacji nie jest dowolna.

Przedstawiona problematyka była stosowana - między innymi - do optymalnego rozdziału tlenu na konwertory w konwertorowym procesie tlenowym; do rozdziału katalizatora - karbonylków kobaltu - na reaktory chemiczne w procesie karbonylowania pentanu-2, a przedstawiony w pracy problem był wykorzystywany w 1976 r. do harmonogramowania prac budowlanych we Wrocławskim Przedsiębiorstwie Budowlanym.

LITERATURA

[1] Bubnicki Z.: Optymalizacja kompleksów operacji w sterowaniu dyskretnymi procesami produkcyjnymi. Mater. VII K.K.A., t.III, Rzeszów 1977.

[2] Janiak A.: Time-optimal control of a sequence of complexes of independent operations with concave models. Systems Science IV/4, Wrocław 1978.

[3] Janiak A.: Optimalnoje po bystrodiejstviju upravlienije sekvencijej komplieksov niezavisimych opieracji. Proc. of the 4-th International Symposium System-Modeling-Control, Zakopane 1979.

[4] Janiak A.: Czasowo-optymalne sterowanie sekwencją kompleksów operacji niezależnych o modelach wklęsłych. Mater. VII K.K.A., t.2.

[5] Janiak A.: Czasowo-optymalne sterowanie sekwencją kompleksów operacji niezależnych. Mater. K.K. "SYSTER 79", Katowice 1978.

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ СЕКВЕНЦИИ КОМПЛЕКСОВ ОПЕРАЦИИ В УПРАВЛЕНИИ ДИСКРЕТНЫМИ ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ СИСТЕМАМИ

Р е з ю м е

В работе формулируется общая дискретно-непрерывная проблемма оптимального по быстродействию управления секвенцией комплексов операций и решается для определённых классов моделей операций.

TIME OPTIMIZATION OF A SEQUENCE OF COMPLEXES OF OPERATIONS IN CONTROL DISCRETE PRODUCTION SYSTEMS

S u m m a r y

In the paper a general discrete-continuous problem of time-optimal control of a sequence of complexes of operations is formulated. The problem for some classes of operation models is solved.