ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980
Seria: AUTOMATYKA z. 54 Nr kol. 650

Marek Kimmel
Politechnika Śląska

ZASTOSOWANIE TEORII PROCESÓW PUNKTOWYCH DO PROJEKTOWANIA WĘZŁA MONTAŻU

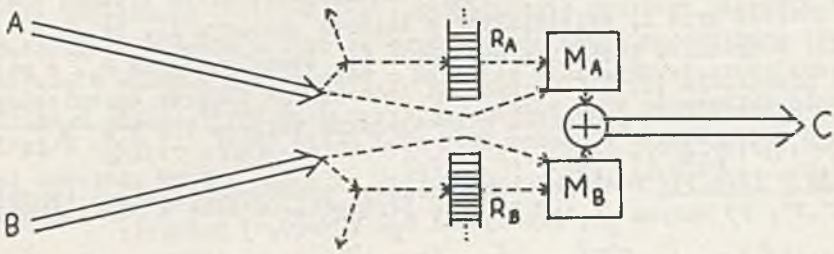
Streszczenie. W pracy przedstawiono zastosowanie wielowymiarowych stochastycznych procesów punktowych do opisu dynamiki pewnej klasy dyskretnych procesów przemysłowych. Podano elementy teorii i budowę modelu matematycznego. Zastosowane podejście może służyć do oszacowania parametrów węzła montażu (i innych podobnych obiektów) w fazie projektowania.

1. Wstęp.

Praca dotyczy bezpośrednio tzw. węzła montażu, jednak uogólnienie wyników na inne obiekty o podobnym charakterze jest proste. Opis obiektu podano w punkcie 2 pracy. W punkcie 3 zebrano elementy teorii wielowymiarowych stochastycznych procesów punktowych. Punkt 4 poświęcony jest opisowi dynamiki stanowisk remontowych. W punkcie 5 analizuje się procesy zachodzące w tzw. węźle sumacyjnym węzła montażu. Zastosowania do projektowania opisano w punkcie 6.

2. Obiekt.

Węzeł montażu jest układem trzech linii montażowych, jak na rys.1. Linie A i B służą do wytwarzania dwóch półproduktów, kierowanych następnie do magazynów M_A i M_B. Następnie półprodukty kierowane są do tzw. węzła sumacyjnego, w którym montuje się z nich produkt finalny, transportowany dalej linią C. Półprodukty mogą posiadać usterki i są wówczas kierowane na zespoły stanowisk remontowych R_A i R_B. Zakłada się, że zarówno R_A, jak



Rys. 1. Schemat ideowy węzła montażu

i R_B dysponują nieograniczoną liczbą niezależnych stanowisk remontowych (tzw. stanowiska typu G/∞ [5]). Sens takiego założenia dyskutowany jest w punkcie 6. Zakłada się, że czas remontu jest zmienną losową (ZL) o danej dystrybuancie, oraz dopuszcza się istnienie usterek nienaprawialnych. Sytuacja podobna do opisanej ma miejsce w fabrykach samochodów, gdzie np. podwozia i nadwozia samochodów produkowane są osobno, a następnie łączone w całość.

3. Wielowymiarowe stochastyczne procesy punktowe (WSPP)

Podane poniżej elementy teorii WSPP oparte są na pracach [2,6,7], w których przedstawiono wyniki dla procesów jednowymiarowych. Uogólnienie przedstawione tutaj jest tak proste, że dowody wszystkich własności przenoszą się z przypadku jednowymiarowego - zostały więc pominięte. Używane pojęcia teorii prawdopodobieństwa znaleźć można np. w [4], terminologia polska zgodna jest z przeglądową pracą [1].

Niech R_i oznacza i-tą kopię zbioru liczb rzeczywistych, $i=1,\dots,I$, a $\mathcal{B}(R_i)$ - σ-algebrę zbiorów borelowskich na R_i. Niech dalej X_i oznacza zbiór wszystkich ciągów $\tilde{x}^i$ (skończonych lub nie) o wyrazach w R_i, nie mających skończonych punktów skupienia. Niech X^I będzie produktem: $X^I = \times_{i=1}^{I} X_i = \{(\tilde{x}^1,\dots,\tilde{x}^I) \mid \tilde{x}^i \in X_i\}$. Zdefiniujmy na $\mathcal{B}(R_i)$ miarę N_i o wartościach w zbiorze liczb naturalnych z zerem ($\mathcal{N}_0$), wzorem: $N_i(A_i,\tilde{x}^i) = \operatorname{card}\{A_i \cap \tilde{x}^i\}$, $A_i \in \mathcal{B}(R_i)$, gdzie $\operatorname{card}\{Z\}$ oznacza moc zbioru Z. Niech F^I będzie najmniejszą σ-algebrą, zawierającą zbiory cylindryczne postaci: $\{N_i(A_i)=k_i \mid A_i \in \mathcal{B}(R_i),\ k_i \in \mathcal{N}_0,\ i=1,\dots,I\}$.

Definicja 1 (por.[2]). I-wymiarowym stochastycznym procesem punktowym nazywać będziemy trójkę $\langle X^I, F^I, P\rangle$, gdzie P jest miarą probabilistyczną na $\langle X^I, F^I\rangle$, tzn. $P(X^I)=1$.

WSPP można traktować jako losowy ciąg (strumień) zdarzeń I typów. Z założenia o braku skończonych punktów skupienia wynika, że $N_i(A_i)<+\infty$ dla ograniczonego zbioru A_i. WSPP można traktować także jako zbiór I jednowymiarowych SPP o łącznym rozkładzie P. Miarę $N_i(A_i,\tilde{x}^i)$ nazywa się miarą liczącą procesu . Dla ustalonego $A_i \in \mathcal{B}(R_i)$, $N_i(A_i,\tilde{x}^i)$ jest dobrze określoną zmienną losową o wartościach w $\mathcal{N}_0$. Intuicyjnie, miara licząca N_i jest liczbą zdarzeń typu i, zaistniałych w zbiorze czasowym A_i. Niech V_i oznacza zbiór wszystkich funkcji mierzalnych ξ_i, określonych na R_i, o wartościach z przedziału [0,1] i różnych od jedności na zbiorze ograniczonym. Niech dalej V^I będzie produktem kartezjańskim zbiorów V_i: $V^I = \times_{i=1}^{I} V_i = \{(\xi_1,\dots,\xi_I) \mid \xi_i \in V_i,\ i=1,\dots,I\}$.

Definicja 2 [2,6,7]. Funkcjonałem tworzącym prawdopodobieństwa (FŁTP) procesu $\langle X^I, F^I, P\rangle$ nazywa się funkcjonał G_P: $V^I \to [0,1]$ postaci:

$$G_P(\xi_1,\dots,\xi_I) = \int_{X^I} \prod_{i=1}^{I} \left\{\exp \int_{R_i} \log[\xi_i(t_i)]\, N_i(dt_i,\tilde{x}^i)\right\} P(d\tilde{x}) =$$

$$= E\left\{\prod_{i=1}^{I}\left\{\exp\int_{R_i}\log[\xi_i(t_i)]N_i(dt,\tilde{x}^i)\right\}\right\}, \qquad /1/$$

gdzie $\log(\cdot)$ oznacza logarytm naturalny, a wartości symboli nieoznaczonych: $0\cdot(-\infty)=0$, $e^{-\infty}=0$.

Twierdzenie 1 (por.[2]). WSPP $\langle X^I,F^I,P\rangle$ scharakteryzowany jest jednoznacznie przez wartości swojego FŁTP na V^I.

Na mocy umowy, oznaczenie: $\langle X^I,F^I,P\rangle$ będzie w dalszym ciągu używane zamiennie z oznaczeniem P. Jest to uzasadnione faktem, że różne WSPP różnią się tylko określeniem miary P, natomiast X^I,F^I pozostają bez zmian.

Twierdzenie 2 (por.[2]). FŁTP procesu P dany jest równoważnym wzorem:

$$G_P(\xi_1,\ldots,\xi_I) = E\left\{\prod_{i=1}^{I}\prod_{l=1}^{\infty}\xi_i[\tilde{x}^i(l)]\right\}, \qquad /2/$$

gdzie $\tilde{x}^i(l)$ jest l-tym wyrazem ciągu $\tilde{x}^i$.

Znajomość FŁTP umożliwia "mechaniczne" wyznaczenie łącznych rozkładów dowolnej skończonej liczby miar liczących, określonych na dowolnej skończonej rodzinie zbiorów. Niech $\chi_A(t)$ oznacza funkcję wskaźnikową zbioru $A\subset R$, tzn. $\chi_A(t)=1$ dla $t\in A$ oraz $\chi_A(t)=0$ dla $t\in R\setminus A$.

Twierdzenie 3 (por.[2]). Niech $A_{ij}\in\mathcal{B}(R_i)$, $j=0,1,\ldots,J_i$, $i=1,\ldots,I$ będą zbiorami takimi, że $A_{i0}=\emptyset$, $A_{ij}\cap A_{ik}=\emptyset$ $(j\neq k)$ i niech funkcje $\bar{\xi}_i\in V_i$ zdefiniowane będą jako:

$$\bar{\xi}_i = 1 - \sum_{j=0}^{J_i}(1-s_{ij})\chi_A, \quad i=1,\ldots,I, \qquad /3/$$

gdzie $s_{ij}\in[0,1]$. Wówczas FŁTP $G_P(\bar{\xi}_1,\ldots,\bar{\xi}_I)$ jest (jako funkcja zmiennych s_{ij}) łączną funkcją tworzącą prawdopodobieństwa (FTP) zmiennych losowych $n_{ij}=N_i(A_{ij})$.

Rozważymy obecnie operacje na WSPP. Niech każde zdarzenie $\tilde{x}^i(l)$, $i=1,\ldots,I$, $l=1,2,\ldots$, I-wymiarowego SPP P daje początek J-wymiarowemu SPP $Q^i_{t_i}$ o rozkładzie zależnym od współrzędnej $t_i=\tilde{x}^i(l)$. Zakłada się wzajemną niezależność procesów $Q^1_{t_1},\ldots,Q^I_{t_I}$, P.

Definicja 3 [2,7]. J-wymiarowy SPP $\tilde{P}$, zawierający wszystkie zdarzenia procesów $Q^i_{\tilde{x}^i(l)}$ (gdzie $\tilde{x}^i(l)$ są zdarzeniami WSPP P), nazywać będziemy skupieniem (oryg. ang."cluster") procesu P. Proces P nazywany będzie procesem ośrodków skupień ("cluster centers"), procesy $Q^i_{\tilde{x}^i(l)}$ - procesami skupiającymi ("clustering processes"), a operację przeprowadzającą WSPP P w WSPP $\tilde{P}$ - skupianiem ("clustering"). Symbolicznie będziemy pisać: $\tilde{P}=P\otimes Q$. Operację skupiania można uważać za superpozycję dwóch mechanizmów losowych, dającą w efekcie nowy proces o bardziej złożonych własnościach.

Twierdzenie 4 [2,7]. Niech $G_P(\xi_1,\ldots,\xi_I)$ będzie FŁTP procesu ośrodków skupień P, a $G^i_Q(\eta_1,\ldots,\eta_J|t_i)$ niech będą FŁTP procesów skupiających $Q^i_{t_i}$. Zachodzi wówczas: $G_{\tilde{P}}(\eta_1,\ldots,\eta_J) = G_P[G^1_Q(\eta_1,\ldots,\eta_J|t_1),\ldots,G^I_Q(\eta_1,\ldots,\eta_J|t_I)]$, tzn. FŁTP procesu $\tilde{P}$ jest superpozycją G_P oraz G^i_Q.

4. Zastosowanie do opisu stanowisk remontowych.

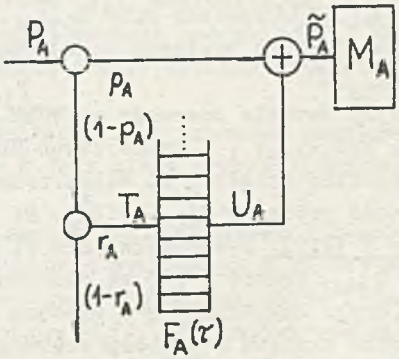
Rozważymy szczególny rodzaj skupienia. Niech P będzie I-wymiarowym ośrodkiem skupień. Niech dane będą I wymiarowe procesy skupiające $Q^i_{t_i}$. Zbudujemy inne procesy skupiające $R^i_{t_i}$ (2I-wymiarowe). Niech $\tilde{q}_{t_i}=(\tilde{q}^1_{t_i},\ldots,\tilde{q}^I_{t_i})=\{[\tilde{q}^m_{t_i}(l),\ l=1,2,\ldots],\ m=1,\ldots,I\}$ będą ciągami zdarzeń WSPP $Q^i_{t_i}$. Definiujemy rodzinę ciągów $\tilde{r}_{t_i}=(\tilde{r}^1_{t_i},\ldots,\tilde{r}^{2I}_{t_i})$ tak, że:

$$\tilde{r}^m_{t_i} = \begin{cases} \tilde{q}^m_{t_i} & , m=1,\ldots,I \\ \emptyset & , m=I+1,\ldots,2I,\ m\neq i+I \\ \delta_{t_i} & , m=i+I \end{cases} \qquad /4/$$

gdzie $\emptyset$ oznacza pusty zbiór zdarzeń (ciąg "zeroelementowy"), δ_{t_i} oznacza ciąg składający się z jednego zdarzenia zachodzącego w chwili t_i. FŁTP G^i_R procesu $R^i_{t_i}$ wyraża się wzorem:

$$G^i_R(\eta_1,\ldots,\eta_{2I}|t_i) = \eta_{I+i}(t_i)\cdot G^i_Q(\eta_1,\ldots,\eta_{2I}|t_i). \qquad /5/$$

FŁTP $G_{\tilde{P}}=G_P\left[G^1_R(\cdot),\ldots,G^I_R(\cdot)\right]$ można uważać za łączny FŁTP procesów $P\otimes Q$ i P. Ciąg zdarzeń δ_{t_i} odpowiada mierze liczącej o postaci miary Diraca (oznaczanej tym samym symbolem): $\delta_{t_i}(A)=\chi_A(t_i)$. Przejdziemy teraz do opisu elementów węzła montażu (rys.2). Rozważania dotyczyć będą półproduktu A. Wyniki dla B są identyczne. Niech P_A oznacza jednowymiarowy SPP, którego zdarzeniami są momenty, w jakich linia A dostarcza kolejne egzemplarze półproduktu. Oznaczmy FŁTP procesu P_A jako G_P. Załóżmy, że $(1-p_A)$ jest prawdopodobieństwem wystąpienia usterki, która jest z prawdopodobieństwem r_A naprawialna. Półprodukty z usterkami naprawialnymi kieruje się na jedno ze stanowisk remontowych R_A. Jednowymiarowy proces punktowy T_A ma jako zdarzenia momenty przybywania półproduktów na stanowisko remontowe. Zakłada się, że kontrola jakości nie zabiera czasu. Czas trwania remontu półproduktu jest ciągłą zmienną losową τ z dystrybuantą F_A i gęstością f_A. Proces punktowy U_A ma jako zdarzenia momenty opuszczania przez półprodukty stanowisk remontowych. Proces $\tilde{P}_A$ ma jako zdarzenia momenty przybycia do magazynu M_A zarówno półproduktów wyremontowanych, jak i tych, które nie miały usterek. Praktyczne znaczenie ma wyznaczenie FŁTP jednowymiarowego procesu $\tilde{P}_A$, oraz łącznego FŁTP procesów T_A i U_A.



Rys.2. Fragment węzła montażu.

Proces $\tilde{P}_A$ ma związek z wielkością magazynu M_A, a procesy T_A, U_A z liczbą jednocześnie remontowanych półproduktów.

Proces $\tilde{P}_A = P_A \otimes Q$, gdzie miara licząca jednowymiarowego procesu skupiającego Q_t ma postać: $N_{Q_t} = \alpha\,\delta_t + \beta(1-\alpha)\,\delta_{t+\tau}$, przy czym: α, β - zerojedynkowe niezależne zmienne losowe, takie, że $\mathcal{P}\{\alpha=1\} = p_A$, $\mathcal{P}\{\beta=1\} = r_A$, τ - zmienna losowa o dystrybuancie F_A, niezależna od α i β. FŁTP G_Q można wyznaczyć z definicji:

$$G_Q(\eta|t) = E\left\{\exp \int_R \log[\eta(u)]N_{Q_t}(du)\right\} = E\left[\eta(t)^{\alpha}\eta(t+\tau)^{(1-\alpha)\beta}\right] =$$

$$= p_A\,\eta(t) + (1-p_A)r_A \int_0^{\infty} (t+\tau)f_A(\tau)d\tau + (1-p_A)(1-r_A). \qquad /6/$$

Wzór /6/ pozwala efektywnie wyznaczyć postać FŁTP $G_P = G_P[G_Q(\cdot)]$. Łączny FŁTP $G_{T,U}$ procesów T_A i U_A wyznacza się na podstawie wzoru /5/, przy czym $N_{Q_t} = \delta_{t+\tau}$: $G_{T,U}(\eta_1, \eta_2) = G_T\left[\eta_1(t)\int_0^{\infty}\eta_2(t+\tau)f_A(\tau)d\tau\right]$. FŁTP G_T można otrzymać z FŁTP G_P, przy czym obecnie $N_{Q_t} = (1-\alpha)\beta\,\delta_t$: $G_T(\eta) = G_P\left[(1-p_A)r_A\eta + 1 - r_A(1-p_A)\right]$. Ostatecznie:

$$G_{T,U}(\eta_1,\eta_2) = G_P\left[(1-p_A)r_A\,\eta_1(t)\int_0^{\infty}\eta_2(t+\tau)f_A(\tau)d\tau + 1 - r_A(1-p_A)\right].$$

Liczba $r(t)$ półproduktów remontowanych w chwili t równa jest różnicy procesów liczących $v(t)=N_T([0,t])$, $u(t)=N_U([0,t])$ procesów punktowych T_A i U_A. Postać łącznej FTP $g(s_1,s_2;t)$ zmiennych losowych $u(t)$, $v(t)$ można otrzymać na podstawie twierdzenia 3, kładąc w $G_{T,U}(\eta_1,\eta_2)$: $\overline{\eta}_i = 1 - (1-s_i)\chi_{[0,t]}$, $i=1,2$, natomiast FTP $h(s)$ zmiennej losowej $r(t)$ wyznacza się ze znanego wzoru na postać funkcji tworzącej różnicy zmiennych losowych - $h(s;t) = g(s,1/s;t)$. Ponieważ linia A rusza w chwili $t=0$ i porusza się ze stałą prędkością, FŁTP procesu P_A można łatwo wyznaczyć na podstawie twierdzenia 2:

$$G_P(\xi) = \prod_{l=0}^{\infty} \xi(lc_A),$$

gdzie c_A (cykl linii A) jest odstępem czasowym pomiędzy dwoma kolejnymi egzemplarzami produktu, dostarczanego przez linię A. Podobnie definiuje się cykle c_B i c_C linii B i C.

Jeżeli istnieje całkowita dodatnia liczba N, taka, że $F_A(Nc_A) = 1$ (tzn. remont nie trwa dłużej niż Nc_A), to po niezbędnych przekształceniach:

$$h(s,ic_A) = \prod_{l=0}^{N}\left\{1-r_A(1-p_A)+(1-p_A)r_A\left[s-(s-1)F_A(lc_A)\right]\right\}, \qquad /7/$$

dla $i \geqslant N$. Zmienna losowa $r(ic_A)$ osiąga więc w skończonym czasie rozkład graniczny i liczba remontowanych półproduktów nie przekracza $N+1$.

5. Węzeł sumacyjny.

Dalsze rozważania prowadzone będą (bez utraty ogólności) przy założeniu upraszczającym: $c_A=c_B=c_C=c$. Niech n_A^0 będzie liczbą produktów w magazynie M_A w chwili uruchomienia linii, natomiast $n_A(t)$ - w dowolnej chwili $t \geqslant 0$. Oznaczenia dla magazynu M_B są analogiczne. Niech dalej $y_A(t)$, $y_B(t)$ oznaczają procesy liczące procesów punktowych $\tilde{P}_A$, $\tilde{P}_B$: $y_A(t)=N_A([0,t])$, $y_B(t)=N_B([0,t])$, gdzie N_A, N_B- miary liczące procesów $\tilde{P}_A$, $\tilde{P}_B$. Zmienna losowa $y_A(t)$ jest równa liczbie półproduktów typu A, przybyłych do magazynu M_A do chwili t włącznie (podobnie $y_B(t)$). Analogicznie, $y_C(t)$ jest równe liczbie kompletnych produktów dostarczonych na linię C.

Zachodzą oczywiste równania bilansu magazynów:

$$\begin{cases} n_A(t) = n_A^0 + y_A(t) - y_C(t) \\ n_B(t) = n_B^0 + y_B(t) - y_C(t) \end{cases} \qquad t \geqslant 0 \tag{8}$$

Równocześnie wiadomo, że skok procesu $y_C(t)$ (a raczej skok jednej z jego realizacji) następuje wtedy i tylko wtedy, kiedy w obydwu magazynach znajdują się półprodukty, tzn.:

$$y_C(ic)-y_C[(i-1)c] = \begin{cases} 1 \Leftrightarrow \begin{cases} y_A(ic)-y_A(ic-0)+n_A(ic-0) > 0 \\ y_B(ic)-y_B(ic-0)+n_B(ic-0) > 0 \end{cases} \\ 0 \qquad \text{w przeciwnym razie} \end{cases} \tag{9}$$

dla $i=1,2,\ldots$. Symbol $y_A(ic-0)$ oznacza lewostronną granicę w punkcie ic. We wzorze /9/ wykorzystano oczywistą równość: $y_C(ic-0) = y_C[(i-1)c]$. Stosując indukcję względem i, łatwo wykazać, że ze wzorów /8/,/9/ wynika:

$$y_C(ic) = \min\left\{1+y_C[(i-1)c]\,;\; y_A(ic)+n_A^0\,;\; y_B(ic)+n_B^0\right\},$$

$$y_C(ic) = \min\left\{i+1;\; \min_{0\leqslant j\leqslant i}\left\{y_A(jc)+n_A^0+i-j\right\};\; \min_{0\leqslant j\leqslant i}\left\{y_B(jc)+n_B^0+i-j\right\}\right\}.$$

Powyższe wzory dzięki rekurencyjnej formie nadają się bardzo dobrze do bezpośredniej symulacji na maszynie cyfrowej, nie pozwalają jednak wyciągnąć prostych wniosków odnośnie postaci rozkładów zmiennych losowych $n_A(ic)$, $n_B(ic)$, $y_C(ic)$. Dokładne informacje tego typu pozwoliłyby na zbadanie częstości przerw w dostawie gotowego produktu, spowodowanych brakiem półproduktów w magazynach. Formalnie, wzory /8/-/9/ są identyczne, jak wzory dla tzw. procesu kolejek (rozważanego np. przez Fellera [3,TII]). Niestety, zmienne losowe $W_{Ai}= y_A[(i+1)c] - y_A(ic)$, $W_{Bi}= y_B[(i+1)c]- y_B(ic)$ nie są niezależne, co uniemożliwia bezpośrednie zastosowanie wyników [3]. Natomiast w uproszczonym przypadku (mającym jednak sens techniczny) istnienia tylko jednego typu półproduktu (np. A), można zastosować teorię łańcuchów Markowa o nieskończonej liczbie stanów [3, TI]. W tym przypadku bowiem ze

wzorów /8/,/9/ wynika, że:

$$n_A(ic) = \max\left\{ n_A\left[(i-1)c\right] + W_{Ai} \; ; \; 1 \right\} - 1 \; .$$

Ponadto, zawsze tylko N+1 sąsiednich wyrazów ciągu W_{Ai} jest zależne statystycznie. Można się o tym przekonać, analizując postać łącznej FTP rozkładu ZL W_{Aj}, j=0,1,...,i:

$$\mathcal{G}(s_0,s_1,\ldots,s_i) = \prod_{j=0}^{i}\left\{ p_A s_j + (1-p_A) r_A \sum_{l=j+1}^{\min i;j+N} s_l \left\{ F_A\left[(l-j)c\right] - F_A\left[(l-j-1)c\right] \right\} + \right.$$

$$\left. + (1-p_A)\left\{ 1 - r_A F_A\left[(i-j)c\right] \right\} \right\} . \qquad /10/$$

A więc ciąg $\{n_A(ic)\}$, i=0,1,... jest łańcuchem Markowa rzędu N+1. Ważny praktycznie problem istnienia rozkładu granicznego dla ciągu $\{n_A(ic)\}$ (tj. "stanu ustalonego" magazynu) sprowadza się do sprawdzenia, czy wszystkie stany procesu są ergodyczne [3, TI].Zastosowanie tego podejścia wymaga złożonej analizy kombinatorycznej. Wyniki zostaną opisane w osobnej pracy.

6. Zastosowania do projektowania węzła montażu

Wyprowadzone zależności dla stanowisk remontowych pozwalają na powiązanie w fazie projektowania rozkładu czasu remontu i prawdopodobieństwa powstania usterek z rozkładem liczby zajętych stanowisk remontowych. Przykładowo, jeżeli czas remontu ma rozkład prostokątny od 0 do Nc, to łatwo wywnioskować ze wzoru /7/, że:

$$E\left[r(ic)\right] = \sum_{l=0}^{N} (1-p_A) r_A \left[1 - F_A(lc)\right] = \frac{(1-p_A) r_A (N+1)}{2} \qquad /11/$$

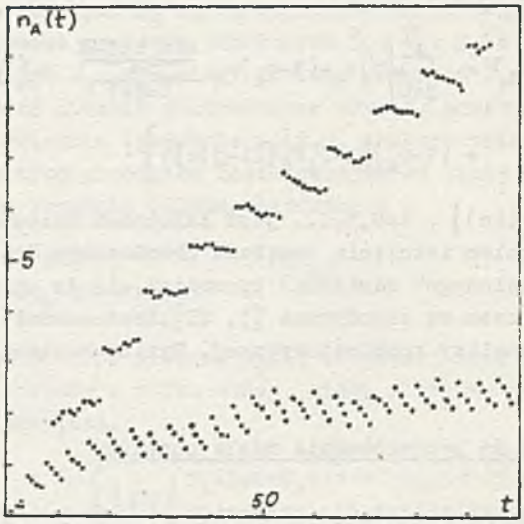
$$D^2\left[r(ic)\right] = \sum_{l=0}^{N} \left\{ \left\{ (1-p_A) r_A \left[1 - F_A(lc)\right] \right\} \left\{ 1 - (1-p_A) r_A \left[1 - F_A(lc)\right] \right\} \right\} =$$

$$= \frac{(1-p_A) r_A (N+1)}{2} - \frac{(1-p_A)^2 r_A^2}{N^2} \sum_{l=0}^{N} l^2 \; . \qquad /12/$$

Wzory tej postaci pozwalają oszacować, ile działających równocześnie stanowisk remontowych potrzeba, żeby nie spowodować zatorów w rzeczywistym procesie. Założenie o nieograniczonej liczbie stanowisk (zrobione w punkcie 2 pracy) pozwala na uproszczenie obliczeń. Wzory typu /7/,/11/,/12/ pomagają ustalić, do jakiego stopnia to założenie jest zgodne z rzeczywistością,

Znacznie trudniejszym problemem jest znalezienie podobnych oszacowań dla magazynów (także i dla stanowisk remontowych, o ile dopuścimy możliwość powstawania zatorów). Można korzystać tutaj z rozkładów ZL W_{Ai}

(wzór /10/) w celu wyznaczenia średniej intensywności dopływu obiektów do magazynów oraz jej rozrzutu. Parametry te z kolei mogą posłużyć do wyznaczenia początkowego zapasu w magazynach, który wystarczy do zachowania ciągłości pracy linii C. Rozsądnym wyjściem wydaje się zastosowanie



Rys. 3. Uśredniony przebieg czasowy stanu magazynu M_A. Oś czasu wyskalowana jest w wielokrotnościach c_C. Dane: $p_A=0.6=p_B$, $r_A=0.5=r_B$, $c_A=c_B=0.8$, $c_C=1.0$ (przebieg górny), $p_A=0.7$, $r_A=0.2$, $p_B=0.9$, $r_B=0.9$ (przebieg dolny). Rozkład czasów remontu: prostokątny od 0 do 25 (jednakowy w obu przypadkach).

metod symulacyjnych. Rysunek 3 przedstawia wyniki eksperymentu symulacyjnego dla dwóch wariantów danych. Warto zwrócić uwagę na fluktuacje stanu magazynów, nie mające charakteru losowego (każdy punkt wykresu jest średnią z 200 wyników). Ich przyczyną są różnice w długościach cykli c_A, c_B, c_C.

7. Wnioski.

Aparat teorii procesów punktowych pozwala w wielu przypadkach scharakteryzować strumienie losowe zdarzeń, występujące w dyskretnych procesach przemysłowych. Uzyskane w ten sposób wielowymiarowe rozkłady prawdopodobieństwa ułatwiają powiązanie ze sobą różnych parametrów projektowanego obiektu i procesu.

LITERATURA

[1] Cowan R.: Wprowadzenie do teorii procesów punktowych. Roczniki PTM - - Matematyka stosowana, XII (1958) 5-27.
[2] Daley D.J., Vere-Jones D.: A summary of the theory of point processes. W zbiorze: Stochastic point processes - statistical analysis, theory and applications (red. P.A.W. Lewis). Wiley, New York, 1971, 299-238.
[3] Feller W.: Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa. Tom I,II. PWN, Warszawa 1974.
[4] Gichman J., Skorochod A.: Wstęp do teorii procesów stochastycznych. PWN, Warszawa 1974.
[5] Vere-Jones D.: Some applications of probability generating functional to the study of input-output streams. J. Royal. Statist. Soc. B., 30 (1968) 321-333.
[6] Westcott M.: The probability generating functional. J. Austral. Math. Soc., 14 (1972) 448-466.
[7] Westcott M.: On existence and mixing results for cluster point pro - cesses. J. Royal Statist. Soc. B., 33 (1971) 290-300.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОТОКОВ СОБЫТИЙ К ПРОЕКТИРОВАНИЮ УЗЛА СБОРКИ

Р е з ю м е

В статье представлено применение теории многомерных случайных потоков событий к описанию динамики класса дискретных промышленных процессов. Даны элементы теории и принципы построения математической модели. Использованный подход дает оценку параметров узла сборки/ и похожих на него объектов/ на этапе проектирования

THE APPLICATION OF THE POINT PROCESSES THEORY TO THE ASSEMBLY KNOT DESIGN

S u m m a r y

In the paper the application of the multivariate stochastic point processes for description of dynamics of a certain class of the discrete industrial processes is presented. The elements of theory as well as construction of the mathematical model are given. The approach may help in estimating the assembly knot parametres in the course of designing.