ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1980

Seria: AUTOMATYKA z. 54 Nr kol. 650

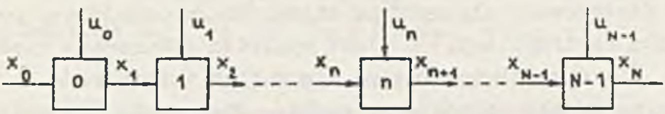
Andrzej Świerniak
Politechnika Śląska

STEROWANIE CIĄGIEM STATYCZNYCH URZĄDZEŃ OBRABIAJĄCYCH PRZY NIEDOKŁADNYM MODELU

Streszczenie. W artykule przedstawiono algorytm sterowania zbliżonego do optymalnego ciągiem szeregowo połączonych urządzeń obrabiających, uwzględniający istnienie różnicy między obiektem a modelem w postaci dyskretnych równań stanu. Cel sterowania sprowadza się do minimalizacji zadanego wskaźnika jakości.

1. Wstęp

Ciągiem statycznych urządzeń obrabiających nazywać będziemy ciąg obiektów, w których stan elementu obrabianego po operacji jest wyłącznie funkcją stanu elementu przed operacją i sterowania /rys. 1/.



Rys. 1. Ciąg statycznych urządzeń obrabiających

Modelem tego typu ciągu jest zatem układ równań różnicowych:

$$x^m_{n+1} = f_n(x^m_n, u_n) \qquad n = 0, 1, \dots N-1, \; x^m_0 = x_0 \qquad /1/$$

a celem sterowania może być minimalizacja zadanego wskaźnika jakości, np.: o postaci:

$$J = \sum_{i=1}^{N} L_i\,(x_i, u_{i-1}). \qquad /2/$$

Ponieważ model jest jedynie aproksymacją rzeczywistej zależności między stanem a sterowaniem w obiekcie, obiekt należałoby raczej opisać równaniem stanu:

$$x_{n+1} = f_n(x_n, u_n) + v_n, \qquad /3/$$

gdzie: v_n jest ograniczonym przez błąd aproksymacji [1] defektem stanu modelu; bądź równaniem wyjścia:

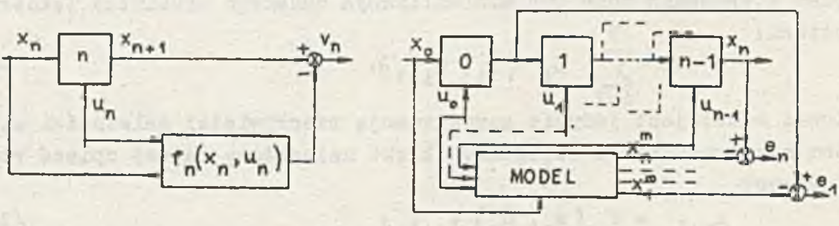
$$x_n = x^m_n + e_n \qquad /4/$$

przyjmując x^m_n jako stan obiektu, x_n jako wyjście, a e_n jako błąd aproksymacji.

Istota proponowanych algorytmów polega na poprawieniu sterowania nominalnego przez uwzględnienie informacji pomiarowej o e lub v. Konkretna wersja algorytmu zależy od postaci modelu i celu sterowania, struktury, w której realizowane jest sterowanie nominalne, dostępu pomiarowego do stanu po i przed wykonaniem operacji. Istotną cechą, która różni rozważane obiekty od obiektów dynamicznych dyskretnych w czasie jest możliwość uzyskania pomiarów x_k dla $k > n$ dla niektórych typów procesów [2].

2. Uzyskiwanie informacji o różnicy między obiektem i modelem

Równania obiektu w postaci /1/, /4/ bądź /3/ upodabniają rozważane problemy sterowania do zagadnień optymalnego nadążania bądź stabilizacji w obecności zakłóceń. Rozwiązanie tych problemów wymaga, jak wiadomo [3], [4], znajomości tych zakłóceń /w rozważanym przypadku e_n lub v_n/ w całym horyzoncie sterowania /w przypadku ciągu urządzeń dla urządzeń n, n + 1, ... N/. W przeciwieństwie do problemów dynamicznych [5] jest to w niektórych przypadkach możliwe, w innych dokonuje się ekstrapolacji wielkości v bądź e uzyskanych z pomiarów na n-tym urządzeniu /ewentualnie zapamiętanych z poprzednich/ na odpowiedni horyzont wyprzedzenia p. Wówczas zastosowany algorytm ma charakter suboptymalny, przy czym dobór horyzontu ekstrapolacji p jest wynikiem kompromisu między błędem sterowania ε - optymalnego /małym dla dużych wyprzedzeń/, a błędem ekstrapolacji /małym dla małych wyprzedzeń/. Sterowanie ε - optymalne musi być zastosowane również w przypadku, gdy istnieje możliwość pomiaru e_k lub v_k dla $n \leqslant k \leqslant n+p < N$. Sposób uzyskiwania informacji o e_n lub v_n zależy od istniejących możliwości pomiarowych. Nie wchodząc w istotę występujących tu zagadnień pomiarowych można przykładowe idee takich pomiarów przedstawić schematycznie, jak na rys. 2.



Rys. 2. Przykładowe idee pomiarów v_n i e_n

Otrzymana w ten sposób informacja o różnicy między obiektem i modelem wykorzystywana jest po przetworzeniu do wyznaczania poprawki sterowania w stosunku do nominalnego. W dalszych rozdziałach wskazany zostanie sposób wykorzystania tej informacji w przypadku liniowo-kwadratowym oraz nieliniowym.

3. Problem liniowo-kwadratowy

Szczególnym przypadkiem rozważanego zagadnienia jest problem liniowo-kwadratowy, w którym równanie /1/ ma postać:

$$x_{n+1}^{m} = A\,x_{n}^{m} + B\,u_{n}^{m} \qquad n = 0,\ 1,\ \dots\ N-1 \qquad /5/$$

a wskaźnik jakości postać:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \left\{ x_i^T Q\, x_i + u_i^T H u_i \right\}. \qquad /6/$$

W przypadku realizacji sterowania nominalnego w układzie otwartym wskaźnik /6/ można zapisać w postaci:

$$J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \left\{ (x_i^m + e_i)^T Q\, (x_i^m + e_i) + u_i^T H\, u_i \right\} \qquad /7/$$

a sterowanie go minimalizujące ma postać [4], [6] :

$$u_i^o = -\left(H + B^T K_{i+1} B\right)^{-1} B^T \left\{ K_{i+1} A x_i^m - g_{N-i-1}^o \right\} ;\ i = 0,1,\ \dots\ N-1, \qquad /8/$$

gdzie: K_i jest symetrycznym, dodatnio określonym rozwiązaniem różnicowego równania Riccatiego, a g_i^o jest rozwiązaniem równania:

$$g_{i+1}^o = A^T \left\{ I - B\left(H + B^T K_{N-i} B\right)^{-1} B^T K_{N-i} \right\}^T g_i^o - Qe_{N-i-1} \qquad /9/$$

$$g_0^o = 0 \qquad i = 0, 1, \dots\ N-1 .$$

Jeżeli nie ma możliwości zmierzenia e_k dla wszystkich $i \leqslant k \leqslant N$ konieczne jest zastosowanie sterowania ε - optymalnego [6]:

$$u_i^m = -\left(H + B^T \hat{K} B\right)^{-1} B^T \left\{ \hat{K} A x_i^m - g_{N-i-1}^m \right\} ;\ i = 0,\ 1,\ \dots\ N-1, \qquad /10/$$

gdzie:

$$g_{N-i-1}^m = - \sum_{j=0}^{l-1} \left\{ \left[I - B\left(H + B^T \hat{K} B\right)^{-1} B^T \hat{K} \right]^T \right\}^j Qe_{i+1+j} \qquad /11/$$

$$l = \begin{cases} p & i + p \leqslant N \\ N-i & i + p > N \end{cases}$$

a $\hat{K}$ jest wartością ustaloną K_i.

Jeśli nie ma możliwości pomiaru e_k z odpowiednim wyprzedzeniem, konieczne jest uzyskanie wyprzedzonych wartości e_k na podstawie ekstrapolacji znanych wartości e_i.

W przypadku realizacji sterowania nominalnego w układzie zamkniętym, tzn. na podstawie mierzonego stanu x_i sterowanie minimalizujące wskaźnik /6/ ma postać:

$$u_i^c = -\left(H+B^T K_{i+1} B\right)^{-1} B^T \left\{K_{i+1} A x_i - g_{N-i-1}^c\right\};\ i = 0,1,\ \dots\ N-1 \qquad /12/$$

gdzie: g_i jest rozwiązaniem równania:

$$g_{i+1}^c = A^T \left\{I-B\left(H+B^T K_{N-i} B\right)^{-1} B^T K_{N-i}\right\}^T g_i^c - K_{N-i-1} v_{N-i-2} \qquad /13/$$

$$g_0^c = 0, \quad i = 0,1,\ \dots\ N-1 \cdot$$

Podobnie jak poprzednio nieznajomość v_k dla wszystkich $i \leq k \leq N-1$ pociąga konieczność zastosowania sterowania ξ - optymalnego:

$$u_i^s = -\left(H+B^T \hat{K} B\right)^{-1} B^T \left\{\hat{K} A x_i - g_{N-i-1}^s\right\};\ i = 0,1,\ \dots\ N-1, \qquad /14/$$

gdzie:

$$g_{N-i-1}^s = -\sum_{j=0}^{l-1} \left\{\left[\left(I-B\left(H+B^T \hat{K} B\right)^{-1} B^T \hat{K}\right) A\right]^T\right\}^j \hat{K} v_{i+j}, \qquad /15/$$

przy czym v_k dla $k > i$ pochodzą z pomiarów z wyprzedzeniem p, jeśli taka możliwość istnieje, bądź z ekstrapolacji. Należy podkreślić, że bez trudu można uzyskać v na podstawie e bądź odwrotnie, ponieważ e_i spełnia równanie:

$$e_{i+1} = A e_i + v_i \qquad i = 0,1,\ \dots\ N-1 \qquad e_o = 0 \cdot \qquad /16/$$

4. Problemy nieliniowe

Zakładając, że sterowanie nominalne $\hat{u}_i$, $i = 0,1,\ \dots\ N-1$, tzn. minimalizujące wskaźnik jakości /2/ dla modelu jest znane lub zostało wyznaczone /np: metodą programowania dynamicznego/, można dokonać rozwinięcia wskaźnika jakości wokół trajektorii nominalnej $\hat{x}_i$. Ograniczając się do drugiego wyrazu rozwinięcia można wyznaczyć poprawkę sterowania du_i minimalizującą wpływ błędu aproksymacji obiektu równaniami modelu. Podobnie jak poprzednio, postać problemu podlegającego optymalizacji zależna będzie od struktury, w której realizowane jest sterowanie nominalne. Ze względu na pełną analogię z rozważaniami dotyczącymi zagadnień liniowych rozważony zostanie jedynie przypadek sterowania nominalnego w układzie otwartym. Druga wariacja wskaźnika jakości od wartości optymalnej dla modelu może być wówczas zapisana w postaci:

$$d^2 J = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \begin{bmatrix} dx_i^m + e_i \\ d\,u_i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 H_i}{\partial x_i^2} & \dfrac{\partial^2 H_i}{\partial x_i \partial u_i} \\ \dfrac{\partial^2 H_i}{\partial u_i \partial x_i} & \dfrac{\partial^2 H_i}{\partial u_i^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_i^m + e_i \\ d\,u_i \end{bmatrix}. \qquad /17/$$

gdzie: H_i jest hamiltonianem dla i-tego etapu, a dx_i^m jest rozwiązaniem zlinearyzowanego wokół stanu nominalnego równania:

$$dx_{n+1}^m = \frac{\partial f_n}{\partial x_n} dx_n^m + \frac{\partial f_n}{\partial u_n} du_n; \quad n = 0,1, \dots N-1; \; dx_0^m = 0/ \qquad /18/$$

a wszystkie pochodne /zarówno hesjan dla H_i, jak i jakobian dla f_n/ liczone są wzdłuż trajektorii nominalnej. Znalezienie poprawki sterowania du_n /n = 0,1, ... N-1/ sprowadza się zatem znowu do rozwiązania zagadnienia liniowo-kwadratowego /17/, /18/, mającego charakter problemu sterowania. Jest to problem ogólniejszy od rozważanego w rozdziale 3, przy czym występowanie wyrazów mieszanych we wskaźniku /różne od zera pochodne mieszane hamiltonianu/ nie są tu istotnym rozszerzeniem, gdyż macierz formy kwadratowej można zawsze bez specjalnych trudności zdiagonalizować. Istotniejszą sprawą jest zależność od numeru urządzenia w ciągu odpowiedników macierzy A, B, Q, H, co stanowi odpowiednik niestacjonarności zagadnienia optymalizacyjnego. Ogranicza to możliwości zastosowania algorytmów ε - optymalnych. Natomiast w przypadku możliwości pomiaru błędu e/i/ do końca ciągu urządzeń obrabiających można zastosować dla wyznaczania du_i algorytm analogiczny do /8/, /9/, tzn. du_i będzie liniową funkcją dx_i^m i poprawki g_{N-i-1}, z tym jednak, że wszystkie współczynniki będą funkcjami numeru urządzenia, tzn.:

$$du_i = - S_i \, dx_i^m + C_i \, g_{N-i-1}, \qquad i = 0, 1, \dots N-1 \qquad /19/$$

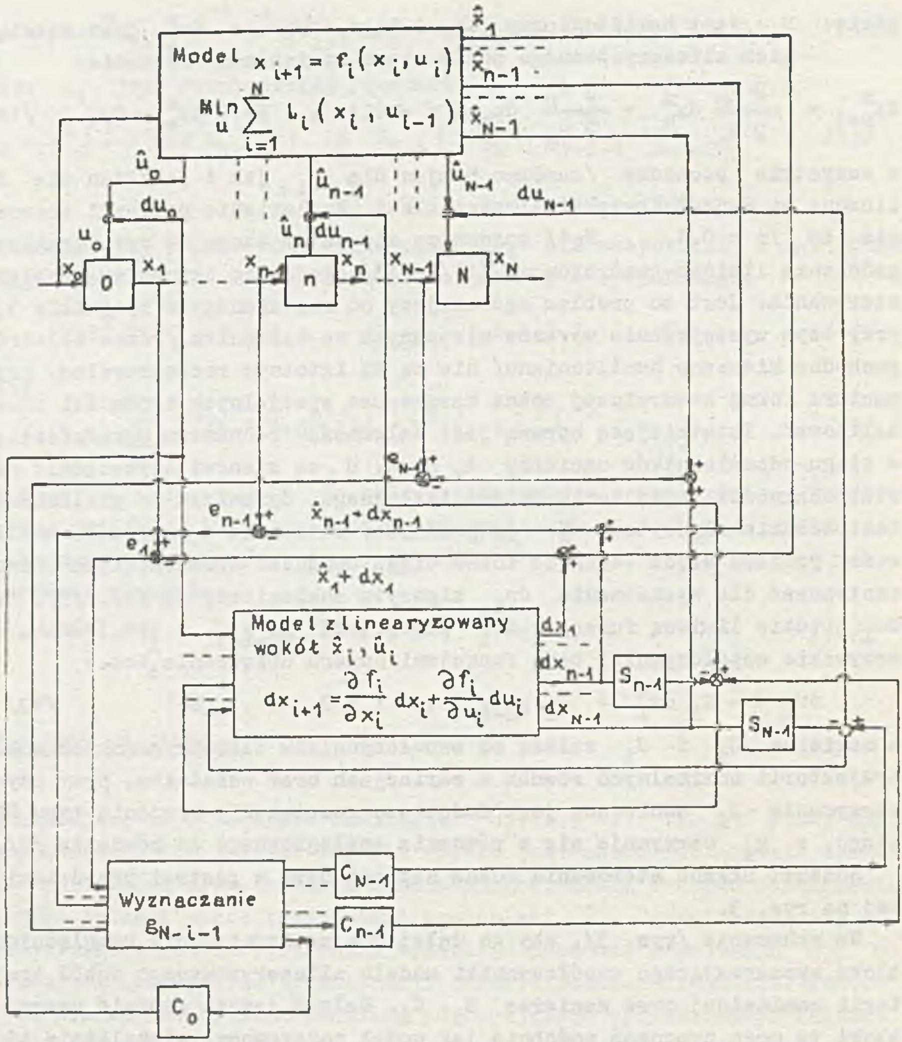
a macierze C_i i S_i zależą od współczynników zlinearyzowanych wokół trajektorii nominalnych równań w wariacjach oraz wskaźnika, przy czym do otrzymania S_i konieczne jest dodatkowo rozwiązanie równania typu Riccatiego, a g_i otrzymuje się z równania analogicznego do równania /9/.

Schemat układu sterowania można zaproponować w postaci przedstawionej na rys. 3.

Na schemacie /rys. 3/, aby go dalej nie zaciemniać, nie uwzględniono bloku wyznaczającego współczynniki modelu zlinearyzowanego wokół trajektorii nominalnej oraz macierze S_i, C_i. Należy jednak zwrócić uwagę, że bloki te mogą pracować podobnie jak model podstawowy, niezależnie od procesu sterowanego, bowiem wielkości przez nie wyznaczane mogą być obliczone a priori bez konieczności pomiaru parametrów procesu /z wyjątkiem stanu początkowego x_0/.

5. Uwagi końcowe

W pracy proponuje się algorytm, który pomimo niedokładności modelu o postaci różnicowych równań stanu zapewnia ε - optymalne sterowanie



Rys. 3. Przykładowa realizacja algorytmu sterowania dla przypadku nieliniowego

ciągiem statycznych urządzeń obrabiających, bazując na metodzie programowania dynamicznego zastosowanej dla liniowych, względnie zlinearyzowanych wokół trajektorii nominalnej, równań stanu. Poprawa jakości sterowania w stosunku do wynikającej z zastosowania sterowania nominalnego uzyskiwana jest przez obróbkę informacji pomiarowej o różnicy między obiektem a modelem. Chociaż algor_tm zastosowano do szeregowego ciągu urządzeń, można bez trudu przystosować go do procesu rozgałęziającego się, ze sprzężeniem zwrotnym /wynikającym z recykli/ czy sieciowego. Ponadto, stosując metodę programowania dynamicznego, można, w sposób analogiczny do przedstawionego w pracy, rozwiązać zadania przy innych celach sterowania niż optymalizacja zadanego wskaźnika jakości, np: zagadnienia nadążania, sterowania docelowego lub utrzymywania stanu w zadanym zbiorze ograniczeń. Szczególne uproszczenie obliczeń otrzymuje się w przypadku stanu dyskretnego /zdyskretyzowanego/ w poziomie, umożliwia to bowiem natychmiastowe określenie siatki i numeryczne rozwiązanie problemów nieliniowych bez linearyzacji wokół zadanej trajektorii.

LITERATURA

[1] Świerniak A.: Wpływ niedokładności modelu na jakość sterowania. Praca doktorska, Gliwice, 1978.
[2] Fan L.T., Wang C.S.: Das diskrete Maximum-Prinzip, München, Oldenburg 1968.
[3] Bryson A.E., Ho Y.C.: Applied Optimal Control, Blaisdell Publ.Comp. Massachusetts, 1969.
[4] Kalman R.E., Arbib M.A., Falb P.L.: Topics in mathematical system theory, McGraw Hill, New York, 1969.
[5] Świerniak A.: Wykorzystanie informacji o różnicy między obiektem a modelem do poprawy jakości sterowania, Archiwum Automatyki i Telemechaniki, t. XXIV /w druku/.
[6] Latarnik M.: Sterowanie zbliżone do optymalnego przy niepełnej informacji o zakłóceniach, Praca doktorska, Gliwice 1972.

УПРАВЛЕНИЕ СТАТИЧЕСКИМ РЯДОМ ОБРАБАТЫВАЮЩЕГО ОБОРУДОВАНИЯ С НЕТОЧНОЙ МОДЕЛЬЮ

Р е з ю м е

В статье представлено алгоритм управления близкий к оптимальному рядом последовательно соединённых обрабатывающих станков учитывающий разницы между моделью и объектом в виде дискретных уравнений состояния.
Цель управления сводится к минимализации заданного показателя качества.

THE CONTROL OF A MULTISTAGE WORKING PROCESS IN THE PRESENCE OF THE MODEL UNCERTAINTY

S u m m a r y

The algorithm of a suboptimal control for a sequential multistage working process using an information about a difference between the process and its model in discrete state equation form is proposed. The performance index to be minimized has an additive form and the control obtained differs from the nominal one optimal for the model with a member which depends on the mismatch between the controlled process and its model.