ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: ELEKTRYKA z. 36 Nr kol. 343

MAGDALENA UMIŃSKA-BORTLICZEK
Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki

O PEWNYCH ZASTOSOWANIACH METODY SPLOTOWEJ ROZWIĄZYWANIA RÓWNAŃ RÓŻNICZKOWYCH NIELINIOWYCH

Streszczenie. W artykule przedstawiono przykłady zastosowania metody splotowej [2] do obliczania odpowiedzi nieliniowych dwójników zastępczych typu R,L i R,L,C oraz pewne szczególne cechy metody.

1. Wstęp

W pracy [2] przedstawiono pewną metodę poszukiwania odpowiedzi nieliniowego dwójnika zastępczego n-tego rzędu na jednowartościową, ciągłą i ograniczoną funkcję wymuszającą klasy c^{∞}. Dwójnik taki opisuje równanie różniczkowe nieliniowe rzędu n o współczynnikach stałych (dalej rrn). Według proponowanej metody rozwiązanie rrn zakłada się w postaci splotu pewnej funkcji A(t) i impulsowej odpowiedzi liniowej części układu; stąd nazwa – metoda splotowa.

Funkcję A(t) otrzymuje się przez określony podział rrn. Można ją przedstawić w postaci szeregu potęgowego o współczynnikach obliczonych rekurencyjnie [2]. Celem niniejszego artykułu jest przedstawienie konkretnych zastosowań omawianej metody, a także podkreślenie pewnych jej cech szczególnych.

2. Przykłady zastosowania metody splotowej

2.1. Odpowiedź nieliniowego dwójnika R,L

W szeregowym obwodzie RL z nieliniową rezystancją $R_n(i)$ obowiązuje – przy założeniu zerowych warunków początkowych – równanie:

$$Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + u_n(i) = e(t) \tag{1}$$

Kładąc arbitralnie:

$$\frac{R}{L} = 1$$

$$\frac{1}{L} u_n(i) = [i(t)]^2$$

$$e(t) = \mathbb{1}(t) + \mathrm{th}\,t,$$

a także podstawiając $i(t) = x(t)$ otrzymujemy dla $t \geqslant 0$ równanie:

$$\dot{x} + x + x^2 = \mathbb{1}(t) + \mathrm{th}\,t. \qquad (2)$$

Rozpatrzmy metodą splotową następujący równoważny (2) układ równań:

$$\dot{x} + x = A(t) \qquad (3a)$$

$$A(t) = \mathbb{1}(t) + \mathrm{th}\,t - x^2, \qquad (3b)$$

gdzie [2], [3]:

$$A(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n t^n. \qquad (4)$$

Zakładając rozwiązanie (3) w postaci splotu [2], [3]

$$x(t) = y(t) * A(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n q_n(t). \qquad (5)$$

obliczymy funkcję momentów $q_n(t)$ oraz współczynniki c_n. Funkcję momentów $q_n(t)$ dla układu równań (3a) można uzyskać w następujący sposób:

$$q_n(t) = q_0(t) * \underbrace{\mathbb{1}(t) * \ldots * \mathbb{1}(t)}_{n\text{-krotnie}} =$$

$$= (1-e^{-t}) * \underbrace{\mathbb{1}(t) * \ldots * \mathbb{1}(t)}_{n\text{-krotnie}} =$$

$$= t^n - n\, q_{n-1}(t). \qquad (6)$$

Jak widać, $q_n(t)$ jest liniową kombinacją funkcji potęgowych oraz funkcji wykładniczych - por. [2] -

Równocześnie zachodzi (3b):

$$A(t) = f(t) - [x(t)]^2,$$

gdzie

$$f(t) = 1(t) + tht = \frac{2e^{2t}}{e^{2t}-1} =$$

$$= 1 + t - \frac{1}{3} t^3 + \frac{2}{15} t^5 - \frac{17}{315} t^7 + \ldots + \frac{(-1)^{n+1} 2^n (2^{2n}-1)}{2n!} B_n t^{2n-1} \tag{7}$$

$$[x(t)]^2 = \left[\sum_{n=0}^{\infty} c_n\, q_n(t)\right]^2 =$$

$$= c_0\, q_0^2 + 2\, c_0\, q_0 \sum_{n=0}^{\infty} c_n\, q_n + \tag{8}$$

$$+ c_1^2\, q_1^2 + 2\, c_1\, q_1 \sum_{n=2}^{\infty} c_n\, q_n + \left[\sum_{n=2}^{\infty} c_n\, q_n\right]^2 .$$

Uwzględniając w równaniu (8) wyrażenie (6), a następnie podstawiając (4), (7) i (8) do równania (3b), otrzymujemy dla obliczenia współczynników c_n następujące równanie rekurencyjne:

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n\, t^n = 1 + t + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n} (2^{2n}-1)}{2n!} B_n\, t^{2n-1} +$$

$$+ c_0^2 - 2\, c_0^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} t^n\right] + c_0^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} 2^n\, t^n\right] +$$

$$+ 2\, c_0 \left[1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} t^n\right] \left[c_1 (t-1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} t^n)\right] +$$

$$+ c_1^2(1-2t) + c_1\, t^2 + 2\, c_1\, t \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}\, t^n \right] +$$

$$- 2\, c_1^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}\, t^n \right] + 2\, c_1^2 \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}\, 2^n\, t^n \right] +$$

$$+ 2\, c_1 (t-1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}\, t^n) c_2 \left[t^2 - 2(t + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}\, t^n) \right] +$$

$$+ c_3 \left\{ t^3 - 3 \left[t - 2t + 2(1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}\, t^n) \right] \right\} + \ldots$$

$$+ \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} c_n \left[t^n - n\, q_{n-1}(t) \right] \right\}^2. \tag{9}$$

Współczynniki c_n z równania (9) można obliczyć, porównując kolejno współczynniki przy tych samych potęgach zmiennej niezależnej po obu stronach równania (9). Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy 1.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
c_n	+1	+1	−1	$-\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	$+\frac{2}{15}$	$-\frac{17}{45}$	$-\frac{217}{315}$	$+\frac{62}{315}$	$+\frac{62}{2835}$

Poszukiwana funkcja A(t) przyjmuje więc postać następującą:

$$A(t) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n\, t^n =$$

$$= 1 + t - t^2 - \frac{1}{3} t^3 + \frac{2}{3} t^4 + \frac{2}{15} t^5 - \frac{17}{45} t^6 +$$

$$- \frac{217}{315} t^7 + \frac{62}{315} t^8 + \frac{62}{2835} t^9. \tag{10}$$

Zgodnie z (3) po uwzględnieniu (6) rozwiązanie x(t) zapisać można następująco:

$$x(t) = c_0\, q_0 + c_1\, q_1 + c_2\, q_2 + \ldots =$$

$$t - \frac{1}{3} t^3 + \frac{2}{15} t^5 - \frac{17}{315} t^7 + \ldots \longrightarrow \mathrm{th}\, t \tag{11}$$

2.2. Odpowiedź nieliniowego dwójnika RLC

Szeregowy układ R,L,C z nieliniową pojemnością $c_n(q)$ opisuje – przy założeniu zerowych warunków początkowych – równanie:

$$R\,\dot{q}(t) + L\,\ddot{q}(t) + u_c(q) = e(t). \tag{12}$$

Kładąc arbitralnie:

$$u_c(q) = \left(\frac{1}{c_0} + \frac{1}{c_1}\,q\right) q$$

$$\frac{R}{L} = a$$

$$\frac{1}{c_0 L} = b, \quad \frac{1}{c_1 L} = c$$

$$\frac{1}{L}\,e(t) = f(t)$$

oraz podstawiając:

$$q(t) = x(t)$$

otrzymujemy dla $t \geqslant 0$ następujące rrn rzędu drugiego:

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx + cx^2 = f(t). \tag{13}$$

Rozpatrzmy metodą splotową następujący równoważny 2 układ równań:

$$\ddot{x} + a\dot{x} + bx = A(t) \tag{14a}$$

$$A(t) = f(t) - cx^2 \tag{14b}$$

Z założenia:

$$x(t) = A(t) * y(t),$$

gdzie

$$A(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} t^n$$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{B_r} \frac{e^{st}}{z(s)} ds = \frac{1}{s_1 - s_2}(e^{s_1 t} - e^{s_2 t})$$

oraz

$$\frac{t^n}{n!} * y(t) = \underbrace{\int_0^t \int_0^t \cdots \int_0^t}_{n+1 \text{ krotnie}} y(\tau)\, d\tau =$$

$$= \frac{1}{s_1 - s_2}\left[\frac{1}{s_1^{n+1}}(e^{s_1 t} - 1) - \sum_{p=1}^{n} \frac{1}{s_1^{p}} \cdot \frac{1}{(n-p+1)!} t^{n-p+1} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{s_2^{n+1}}(e^{s_2 t} - 1) - \sum_{p=1}^{n} \frac{1}{s_2^{p}} \frac{1}{(n-p+1)!} t^{n-p+1}\right].$$

Rozwiązanie x(t) można uzyskać w sposób następujący:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{s_1 - s_2}\left[\frac{s_2^{n+1}(e^{s_1 t} - 1) - s_1^{n+1}(e^{s_2 t} - 1)}{s_1^{n+1} \cdot s_2^{n+1}} + \right.$$

$$\left. + \sum_{p=1}^{n} \frac{s_1^{p} + s_2^{p}}{s_1^{p}\, s_2^{p}} \cdot \frac{1}{(n-p+1)!} t^{n-p+1}\right]. \qquad (15)$$

Po zamianie funkcji wykładniczych na szeregi potęgowe oraz po uporządkowaniu całości względem zmiennej niezależnej według reguły Cauchy'ego [1], wyrażenie (15) przyjmuje postać:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} \frac{a_n}{s_1 - s_2} \cdot \frac{1}{(n-m-1)!} \left(\frac{1}{s_1^{m+2}} - \frac{1}{s_2^{m+2}}\right) t^n +$$

$$- \sum_{p=1}^{n} \frac{a_n}{(n-p+1)!} \cdot \frac{s_1^{p} + s_2^{p}}{s_1^{p} \cdot s_2^{p}} t^{n-p+1}\Big]. \qquad (16)$$

w celu otrzymania ogólnej reguły rekurencyjnej dla obliczenia poszukiwanych współczynników a_n wyrażenia (16) należy:

1) obliczyć oraz uporządkować według reguły Cauchy'ego wyrażenie $[x(t)]^2$,

2) obliczyć ogólną postać szeregu Taylora dla funkcji wymuszającej f(t).

Będzie więc:

$$[x(t)]^2 = \sum_{n=0}\Bigg[\sum_{r=0}^{n} A_r(m).A_{n-r}(m) + A_r(p).A_{n-r}(p) - 2A_r(m).A_{n-r}(p)\Bigg]t^n, \tag{17}$$

gdzie

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{n} A_r(m).A_{n-r}(m)t^n = \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n(m).t^n\right]^2$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{n} A_r(p).A_{n-r}(p)t^n = \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n(p)t^n\right]^2$$

$$\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{n} A_r(m).A_{n-r}(p)t^n = \left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n(m)t^n\right]\left[\sum_{n=0}^{\infty} A_n(p)t^n\right]$$

oraz

$$A_n(m) = \sum_{m=0}^{n} \frac{1}{(s_1-s_2)} \cdot \frac{a_n}{(n-m-1)!}\left(\frac{1}{s_1^{m+2}} - \frac{1}{s_2^{m+2}}\right)$$

$$A_n(p) = \sum_{p=1}^{n} \frac{1}{(s_1-s_2)} \cdot \frac{a_n}{(n-p+1)!} \cdot \frac{s_1^p+s_2^p}{s_1^p.s_2^p} \cdot t^{1-p}.$$

Równanie dla obliczenia współczynników a_n otrzymujemy po wykonaniu działań zgodnie z (17) i podstawieniu wyników do (14b).

Przyjmuje ono postać następującą:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} t^n = \sum_{n=0}^{\infty} t^n \left\{ \frac{f^{(n)}(t)\Big|_{t=t_0}}{n!} + \right.$$

$$-c\sum_{r=0}^{n}\left[\sum_{m=0}^{r}\frac{a_r}{(r-m-1)!(s_1-s_2)}\left(\frac{1}{s_1^{m+2}}-\frac{1}{s_2^{m+2}}\right)\right]\left[\sum_{m=0}^{n-r}\frac{a_{n-r}}{(n-r-m-1)!(s_1-s_2)}\left(\frac{1}{s_1^{m+2}}-\frac{1}{s_2^{m+2}}\right)\right]+$$

$$+2c\sum_{r=0}^{n}\left[\sum_{m=0}^{r}\frac{a_r}{(r-m-1)!(s_1-s_2)}\left(\frac{1}{s_1^{m+2}}-\frac{1}{s_2^{m+2}}\right)\right]\left[\sum_{p=1}^{n-r}\frac{a_{n-r}}{(n-r-m-1)!(s_1-s_2)}\,\frac{s_1^p+s_2^p}{s_1^p\cdot s_2^p}\,t^{1-p}\right]+$$

$$+c\sum_{r=0}^{n}\left[\sum_{p=1}^{r}\frac{a_r}{(r-p+1)!(s_1-s_2)}\,\frac{s_1^p+s_2^p}{s_1^p\cdot s_2^p}\,t^{1-p}\right]\left[\sum_{p=1}^{n-r}\frac{a_{n-r}}{(n-r-p+1)!(s_1-s_2)}\,\frac{s_1^p+s_2^p}{s_1^p\cdot s_2^p}\,t^{1-p}\right]\Bigg\} \qquad (18)$$

W szczególności jeżeli:

$$a = 10, \quad b = 9, \quad c = 1$$

$$f(t) = -20\, e^{-2t},$$

to

$$f(t) = \sum_{m=0}^{\infty} 20\,\frac{(-1)^{m+1}}{m!}\,2^m\cdot t^m$$

oraz

$$s_1 = -1, \qquad s_2 = -9$$

Tablica 2.

n	0	1	2
a_n	-20	-4,12	-58

Wyniki obliczeń współczynników

a_n funkcji $A(t)$ dla $n = 0,1,2$ zestawiono w tablicy 2.

Poszukiwane rozwiązanie przedstawić więc można w postaci następującego szeregu potęgowego:

$$x(t) \cong 0 - 10{,}07\, t^2 + 40{,}93\, t^3 - 57{,}34\, t^4 + 178\, t^5 \qquad (19)$$

3. Inna możliwość uzyskania rozwiązania rrn metodą splotową

W rozwiązanych wyżej przykładach dokonywano określonego podziału tematowego rrn, mianowicie przy wszystkich członach liniowych [por. wyrażenia

(3) i (14]. Rozwiązanie rrn było w tym przypadku liniową kombinacją współczynników funkcji A(t) i funkcji momentów impulsowej odpowiedzi liniowej części równania.

Istnieje szereg innych możliwości podziału równania tematowego (3). Na szczególne podkreślenie zasługują wyniki uzyskane metodą splotową przez podział rrn przy najwyższej N-tej pochodnej liniowej. Rozważmy tę możliwość.

Podział rozpatrywanego [2] równania:

$$f_L(x,\dot{x},\ldots x^{(N-1)}, x^{(N)}) + f_N(x,\dot{x},\ldots x^{(N-1)}) = f(t)$$

przy najwyższej N-tej pochodnej liniowej prowadzi do następującego równoważnego układu równań:

$$x(t) = A_N(t) \tag{20a}$$

$$A_N(t) = f(t) - f_N(x,\dot{x},\ldots x^{(N-1)}) + f(x,\dot{x},\ldots x^{(N-1)}) \tag{20b}$$

W dalszym ciągu, zgodnie z metodą splotową:

$$x(t) = A_N(t) * y_N(t)$$

ale teraz:

$$A_N(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} t^n \tag{21}$$

oraz

$$y_N(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{B_r} \frac{1}{S^N} e^{st}\, ds = \frac{t^{N-1}}{(N-1)!}, \tag{22}$$

wobec czego:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} \left[t^n * \frac{t^{N-1}}{(N-1)!}\right] = \underbrace{\int_0^t \int_0^t \ldots \int_0^t}_{N\text{-krotnie}} A_N(\tau)\, d\tau. \tag{23}$$

Rozwiązanie (23) równania (20) otrzymane przez podział rrn przy najwyższej N-tej pochodnej liniowej jest zatem N-krotną całką funkcji $A_N(t)$. Współczynniki funkcji $A_N(t)$ otrzymuje się z równania rekurencyjnego, które w sposób naturalny jest uporządkowane względem kolejnych potęg t.

Omówioną wyżej możliwość innego uzyskania rozwiązania rrn zastosujemy do rozpatrywanych poprzednio równań (2) i (13).

Równanie 2. Podział równania (2) przy najwyższej pochodnej liniowej prowadzi do następującego równoważnego układu równań:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= A(t) \\ A(t) &= 1(t) + t h t - x - x^2 \end{aligned}\right| \tag{24}$$

Obliczamy:

$$\dot{x}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n \tag{25}$$

$$x(t) = \int_0^t \dot{x}(\tau)d\tau = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n-1}}{n(n-1)!} t^n +$$

$$+ x(o) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_{n-1}}{n} t^n + x(o) \tag{26}$$

$$[x(t)]^2 = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-2} \frac{a_m}{(m+1)!} \frac{a_{n-m-2}}{(n-m-1)!} t^n \tag{27}$$

przy czym w wyrażeniu $[x(t)]^2$ uwzględniono $x(o) = 0$, co wynika z założenia zerowych warunków początkowych w przykładzie p.2.1.

Podstawiając (25) (26) (27) do (21b) uzyskujemy równanie konieczne dla obliczenia współczynników a_n:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} t^n = 1 + t + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2n} (2^{2n-1})}{2n!} B_n t^{2n-1} +$$

$$- \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-2} \frac{a_m}{(m+1)} \frac{a_{n-m-2}}{(n-m-1)!} t^n - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{n-1}}{n!} t^n \tag{28}$$

lub równanie rekurencyjne dla obliczenia współczynników c_n:

$$c_n\Big|_{n\geq 2} = \frac{(-1)^{k+1}2^{k+1}(2^{k+1}-1)}{(k+1)!} B_k\, t^k\, \delta_{n,k} +$$

$$+ \sum_{m=0}^{n-2} \frac{c_m}{(m+1)} \cdot \frac{c_{n-m-2}}{(n-m-1)!} - \frac{c_{n-1}}{n}, \tag{29}$$

gdzie

n – liczba naturalna,

k – liczba naturalna nieparzysta,

$\delta_{n,k}$ – delta Kroneckera.

W wyniku obliczeń uzyskujemy z kolei następującą postać funkcji $A(t)$:

$$A(t) = 1 - t^2 + \frac{2}{3} t^n - \frac{170}{448} t^6 + \frac{62}{315} t^8 + \ldots \tag{30}$$

wobec czego rozwiązanie równania (2) można zapisać następująco:

$$x(t) = \int_0^t A(\tau)d\tau = \int_0^t \dot{x}(\tau)d\tau + x(0) =$$

$$= t - \frac{1}{3} t^3 + \frac{2}{3.5} t^5 - \frac{170}{7.448} t^7 + \frac{62}{9.315} t^9 + \ldots \longrightarrow \text{tht} \tag{31}$$

Równanie 13. Podobnie jak poprzednio przez podział równania (13) przy najwyższej pochodnej liniowej uzyskujemy:

$$\ddot{x} = A(t) \qquad \text{b)}$$

$$(32)$$

$$A(t) = f(t) - cx^2 - bx - a\dot{x} \qquad \text{b)}$$

obliczamy:

$$\ddot{x}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} t^n = \sum_{n=0}^{\infty} c_n t^n \tag{33}$$

$$\dot{x}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{n-1}}{n} t^n + \dot{x}(0) \tag{34}$$

$$x(t) = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{c_{n-2}}{(n-1)n} t^n + \dot{x}(0)t + x(0) \tag{35}$$

$$[x(t)]^2 = \sum_{n=4}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-4} \frac{c_m}{(m+1)(m+2)} \cdot \frac{c_{n-m-4}}{(n-m-3)(n-m-2)} t^n \tag{36}$$

przy czym w wyrażeniu (36) uwzględniono, że warunki początkowe dla równań (32) są zerowe.

Podstawiając (33), (34), (35) i (36) do (32b) uzyskujemy równanie konieczne dla obliczenia współczynników a_n:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} t^n = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}t}{n!}\Bigg|_{t=t_0} \cdot t^n +$$

$$- c \sum_{n=4}^{\infty} \sum_{m=0}^{n-4} \frac{a_m}{m!(m+1)(m+2)} \cdot \frac{a_{n-m-4}}{(n-m-4)!(n-m-3)(n-m-2)} t^n +$$

$$- b \sum_{n=2}^{\infty} \frac{a_{n-2}}{n!} t^n - a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_{n-1}}{n!} t^n. \tag{37}$$

W wyniku obliczeń funkcja A(t) przyjmuje postać:

$$A(t) \cong 20(-1+12\,t - 57{,}5\,t^2 + 178{,}3\,t^3 - 401\,t^4 + 84{,}2\,t^5 + \ldots) \tag{38}$$

wobec czego:

$$x(t) \cong 20(-\tfrac{1}{2}t^2 + 2\,t^3 - 2{,}88\,t^4 + 89\,t^5 - 13{,}38\,t^6 + 20{,}1\,t^7 \ldots) \tag{39}$$

4. Zakończenie

Funkcję A(t) potrzebną dla uzyskania rozwiązania rrn metodą splotową otrzymuje się przez określony podział tego równania. Istnieje szereg możliwości podziału rrn. Każda z nich prowadzi oczywiście do tego samego rozwiązania, różna jest natomiast czasochłonność obliczeń. Przykłady rozwiązane w niniejszym artykule potwierdzają powyższe. Rozpatrywano tu dwie możliwości podziału równania tematowego:

a) przy wszystkich członach liniowych,
b) przy najwyższej pochodnej liniowej.

Można wykazać [2], że ze względu na czasochłonność obliczeń są to możliwości skrajne: podział równania tematowego przy najwyższej pochodnej liniowej prowadzi do rozwiązania drogą najkrótszą. Ponadto stanowi on właściwą podstawę dla zastosowania do rozwiązywania rrn transformacji Cauchy-Taylor-Cauchy'ego [2].

LITERATURA

1. SAATY T.W.: Nonlinear mathematics. Mc Graw-Hill, New York 1964.
2. UMIŃSKA-BORTLICZEK M.: Transformacja Cauchy-Taylor-Cauchye'go i jej zastosowanie do badania stabilności pewnych nieliniowych układów elektrycznych. Rozprawa doktorska, Gliwice 1971 r.

Przyjęto do druku w marcu 1972 r.

О НЕКОТОРЫХ ПРИМЕНЕНИЯХ МЕТОДА СПЛЕТЕНИЯ
ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Р е з ю м е

В статье представлены примеры применения метода сплетения (2) для расчёта ответа нелинейных заменных двуполюсников типа R, L и R, L, C а также некоторые особенные характеристики метода.

ON SOME APPLICATIONS OF THE CONVOLUTION METHOD FOR SOLVING
NON-LINEAR DIFFERENTIAL EQUATIONS

S u m m a r y

In the paper, some examples of application of the convolution method (2) in computing response of non-linear equivalent two-port networks type R,L,C are presented and some special features of the method are discussed