

LESZEK CZARNECKI

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i EnergoelektronikiKONSTRUKCJA MIERNIKA MOCY BIERNEJ W UKŁADACH
Z PRZEBIEGAMI ODKSZTAŁCONYMI

Streszczenie. Omówiono problemy związane z konstrukcją miernika mocy biernej w układach z przebiegami odkształconymi, opartą na wykorzystaniu ortogonalnych dwójników reaktancyjnych oraz podano przykład realizacji miernika.

1. Wstęp

O ile pomiar mocy czynnej w układach z przebiegami odkształconymi nie stwarza istotnych trudności, gdyż realizuje go każdy układ mnożący z uśrednianiem, a wyższe harmoniczne zwiększają co najwyżej uchyb spowodowany parametrami pasożytniczymi, to pomiar mocy biernej napotyka na trudności natury zasadniczej. Niezbędne w tym celu przesunięcie o 90° każdej harmonicznej prądu lub napięcia nie może być zrealizowane przy pomocy pojedynczego elementu reaktancyjnego, gdyż zmianie ulega wówczas amplituda każdej z harmonicznych. Również w układach trójfazowych, w których korzysta się z naturalnego przesunięcia napięć fazowych i międzyprzewodowych o 90° , z uwagi na przynależność poszczególnych harmonicznych do układów różnej kolejności, pomiar mocy biernej jest możliwy wyłącznie dla przebiegów nieodkształconych.

Podstawowymi relacjami, na których może być oparta konstrukcja miernika mocy biernej, są relacje sformułowane w pracy [1]:

$$Q = -\frac{1}{T} \int_0^T i(t) H\{u(t)\} dt \quad (1)$$

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) H\{i(t)\} dt,$$

gdzie $H\{f(t)\}$ jest symbolem transformacji Hilberta funkcji $f(t)$.

Podstawy teoretyczne syntezy układów realizujących to przekształcenie zostały sformułowane w pracy [2]. Wykazano tam, że dla sygnałów okresowych, aproksymowanych wielomianami trygonometrycznymi M-tego stopnia, przekształcenie Hilberta realizują dwójniki reaktancyjne o immitancji:

$$H(s, M) = s \frac{\sum_{k=1}^M \frac{1}{s^2+k^2} \prod_{n=1}^M \xi_n (s^2+n^2)}{\sum_{k=1}^M \frac{k}{s^2+k^2} \prod_{n=1}^M \xi_n (s^2+n^2)}, \quad (2)$$

gdzie ξ_n - dowolne liczby rzeczywiste, dodatnie.

W pracy [2] podano również parametry struktur kanonicznych tych dwójników, nazwanych ortogonalnymi dwójnikami reaktancyjnymi, dla przypadku $\xi_n = 1$. Zagadnienie wpływu współczynników ξ_n na parametry dwójnika pozostaje zagadnieniem otwartym.

Dwójniki rzeczywiste, z racji pobierania mocy czynnej i wprowadzania mocy deformacji, realizują przekształcenie Hilberta z określonym błędem, którego analizę przeprowadzono w pracy [3].

2. Technologiczne ograniczenia realizowalności

Przechodząc do realizacji konkretnych (fizycznych), należy uwzględnić szereg warunków dodatkowych, które narzucają pewne ograniczenia na realizowalność dwójników. Ograniczenia te mają oczywiście charakter arbitralny, określone są wymaganiami odnośnie do wielkości dwójnika i dokładności przekształcenia.

1. Współczynniki indukcyjności winny mieć wartości bliskie wartościom minimalizującym tangens kąta stratności cewek, tj.

$$L_{sr} = \frac{1}{\omega_{sr}} \sqrt{R_{Cu} R_{Fe}}, \quad (3)$$

przy których

$$\operatorname{tg} \delta = (\operatorname{tg} \delta)_{\min} = 2 \sqrt{\frac{R_{Cu}}{R_{Fe}}}, \quad (4)$$

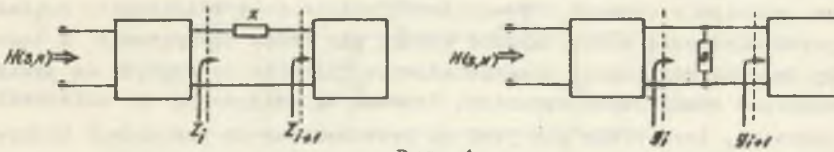
gdzie R_{Cu} ; R_{Fe} - rezystancje równoważne ze względu na straty w uzwojeniu i rdzeniu cewki. Ponieważ rezystancje te są zależne od wymiarów geometrycznych rdzeni i użytych materiałów, indukcyjności, częstotliwości-

oi i indukcji w rdzeniu, minimalizacja tangensa kąta stratności jest osobnym obszernym zagadnieniem technologicznym.

2. Współczynniki wewnętrznych przepięć i przetężeń rezonansowych między poszczególnymi elementami dwójnika (rys. 1), określone dla każdej harmonicznej współczynnikami:

$$k_u(n) = \frac{|z_{1+1}(n)|}{|z_1(n)|}, \quad k_i(n) = \frac{|y_{1+1}(n)|}{|y_1(n)|},$$

a zależnie od struktury dwójnika i jego parametrów muszą być bliskie jedności, gdyż rezonanse takie powodując wzrost indukcji w rdzeniach zwiększają tangens kąta stratności oraz zniekształcenia nieliniowe. Warunek ten wymaga odrzucenia tych struktur, w których współczynniki te przekraczają pewną umownie określoną wartość.



Rys. 1

3. Parametry dwójnika muszą być ograniczone od góry, ze względu na dopuszczalne gabaryty elementów reaktancyjnych oraz od dołu, ze względu na parametry pasożytnicze elementów sąsiednich. Ograniczenie gabarytów elementów powoduje praktyczną nierealizowalność pewnych struktur dwójnika oraz znaczne różnice w możliwych do osiągnięcia poziomach impedancji dla częstotliwości harmonicznych struktur pozostałych.

Ze względu na możliwość zmniejszenia błędu przekształcenia [3] niezbędna jest jednak równoczesna synteza pary dwójników przeciwstawnych, różniących się jedynie znakiem impedancji dla częstotliwości harmonicznych. Różnice w możliwych do uzyskania poziomach impedancji powodują w związku z tym znaczne trudności przy zestawieniu par dwójników przeciwstawnych.

Ograniczenia te powodują praktyczną nierealizowalność dwójników kanonicznych i zachodzi potrzeba syntezy dwójników pochodnych oraz wybór z spośród nich tych dwójników, które najlepiej spełniają wyżej wymienione dodatkowe wymagania technologiczne.

Biorąc pod uwagę, że stopień funkcji reaktancyjnej dwójnika realizującego przekształcenie Hilberta z dokładnością do M harmonicznych jest równy:

$$N = 2M - 1,$$

a stąd liczba niepowtarzalnych realizacji, [4], funkcji reaktancyjnej, określona wzorem rekurencyjnym:

$$S_{N+1} = 2S_N + N S_{N-1} - \sum_{k=2}^{M_z-2} (k-1) \binom{M_z}{k} - \sum_{k=2}^{M_b-2} (k-1) \binom{M_b}{k}, \quad (6)$$

gdzie M_z i M_b są liczbami zer i biegunów funkcji,

wynosi dla	$M = 2;$	$N = 3;$	$S_3 = 2$
	$M = 3;$	$N = 5;$	$S_5 = 12$
	$M = 4;$	$N = 7;$	$S_7 = 120$
	$M = 5;$	$N = 9;$	$S_9 = 1668$

wynika, że dla syntezy i wyboru realizacji optymalnych niezbędne jest opracowanie procedur maszynowych.

Pewne osłabienie wymagań z równoczesną możliwością zwiększenia dokładności przekształcenia można uzyskać wtedy, gdy można zrezygnować z żądania, aby dwójnik realizował przekształcenie Hilberta ze względu na składowe harmoniczne o kolejnych numerach. Oznacza to rezygnację z uniwersalności miernika, lecz wtedy gdy jest on przeznaczony do pomiarów, w których dominują pewne tylko harmoniczne, uproszczenie takie może być uzasadnione. Zmniejszenie gęstości rozkładu zer i biegunów zmniejsza bowiem pochodną funkcji względem ω dla częstotliwości harmonicznych sygnału i związany z tą pochodną [3], błąd przekształcenia.

Gdy w sygnale dominuje M harmonicznych o numerach należących do pewnego zbioru liczb D , immitancja dwójnika winna mieć postać:

$$H(s, M) = s \frac{\sum_{k=1}^M \frac{1}{s^2+k^2} \prod_n S_n(s^2+n^2)}{\sum_k \frac{k}{s^2+k^2} \prod_n S_n(s^2+n^2)}, \quad (7)$$

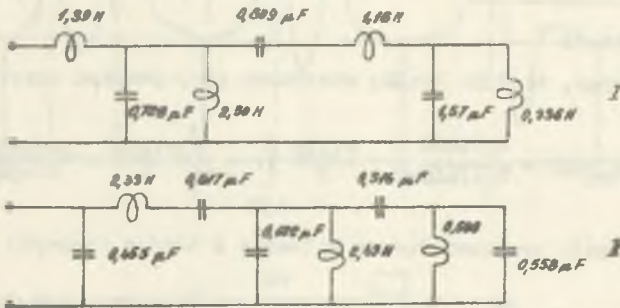
gdzie k i n przyjmują wszystkie wartości ze zbioru D .

3. Przykład realizacji

Przykładem takiego właśnie postępowania jest przeprowadzona konstrukcja przeciwstawnych ortogonalnych dwójników reaktancyjnych dla przebiegów antysymetrycznych o częstotliwości 50 o/s z dokładnością do czterech pierwszych harmonicznych, tj. o numerach 1, 3, 5, 7.
Dla $S_n = 1$, immitancja takich dwójników ma postać:

$$H(s,4) = \frac{4s^7 + 252s^5 + 3948s^3 + 12916s}{16s^6 + 848s^4 + 10096s^2 + 18480} \quad (8)$$

Przy ograniczeniach: $L \leq 2,5 \text{ H}$; $C \leq 2,5 \mu\text{F}$; wśród dwójników pochodnych istnieje para dwójników przeciwstawnych o reaktancji dla częstotliwości harmonicznych $X(n\Omega) = 1750 \Omega$ i strukturach przedstawionych na rys. 2.



Rys. 2

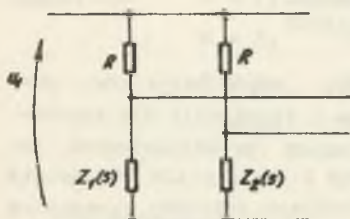
Dolny z tych dwójników wymagał przy tym, dla zmniejszenia przepięć rezonansowych, redukcji niezupełnej jednego z biegunów funkcji, tj. redukcji bieguna w dwóch etapach.

Impedancje tych dwójników, złożonych z elementów dobieranych przy pomocy mostka RLC o dokładności 0,5% oraz tangensie kąta stratności cewek przy indukcji magnetycznej $B \leq 5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}$, $\text{tg } \delta \leq 0,03$ wynoszą:

Częstotliwość	Dwójnik I	Dwójnik II
50 o/s	$1740 e^{j88^\circ} \Omega$	$1780 e^{-j87^\circ} \Omega$
150 o/s	$1790 e^{j87^\circ} \Omega$	$1760 e^{-j86^\circ} \Omega$
250 o/s	$1790 e^{j85^\circ} \Omega$	$1750 e^{-j86^\circ} \Omega$
350 o/s	$1780 e^{j85^\circ} \Omega$	$1780 e^{-j84^\circ} \Omega$

(9)

Impedancje dwójników, mające wynosić odpowiednio $1750 e^{j90^\circ} \Omega$ i $1750 e^{-j90^\circ} \Omega$ zrealizowane są więc z błędem modułowym, wynikającym z niedokładności pomiarów elementów i z nieliniowości owek oraz z błędem fazowym związanym ze stratami energetycznymi. Błąd realizacji impedancji, a szczególnie jej argument i tym samym błąd realizacji przekształcenia Hilberta, jest na tyle duży, że dwójniki te z osobna nie mogą być użyte do konstrukcji miernika mocy biernej. Redukcję tego błędu można uzyskać w strukturze mostkowej przedstawionej na rys. 3.



Rys. 3

Oznaczając:

$$\begin{aligned}
 X(n\Omega) &= \text{Im}\{Z_1(jn\Omega)\} - \text{Im}\{Z_2(jn\Omega)\} \\
 \uparrow U_2 \Delta X(n\Omega) &= \text{Im}\{Z_1(jn\Omega)\} + \text{Im}\{Z_2(jn\Omega)\} \\
 \Delta R(n\Omega) &= \text{Re}\{Z_1(jn\Omega)\} - \text{Re}\{Z_2(jn\Omega)\}
 \end{aligned} \quad (10)$$

oraz przyjmując, że $R \gg X(n\Omega)$; otrzymamy przy pewnych uproszczeniach:

$$K(jn\Omega) = \frac{U_2(jn\Omega)}{U_1(jn\Omega)} = j \frac{X(n\Omega)}{R} \left[1 - j \left(\frac{\Delta X(n\Omega)}{R} + \frac{\Delta R(n\Omega)}{X(n\Omega)} \right) \right] \quad (11)$$

$K(jn\Omega)$ realizuje przekształcenie Hilberta z błędem fazowym:

$$\Delta \phi(n\Omega) = \frac{\pi}{2} - \text{Arg } K(jn\Omega) = \text{arctg} \left[\frac{\Delta X(n\Omega)}{R} + \frac{\Delta R(n\Omega)}{X(n\Omega)} \right] \quad (13)$$

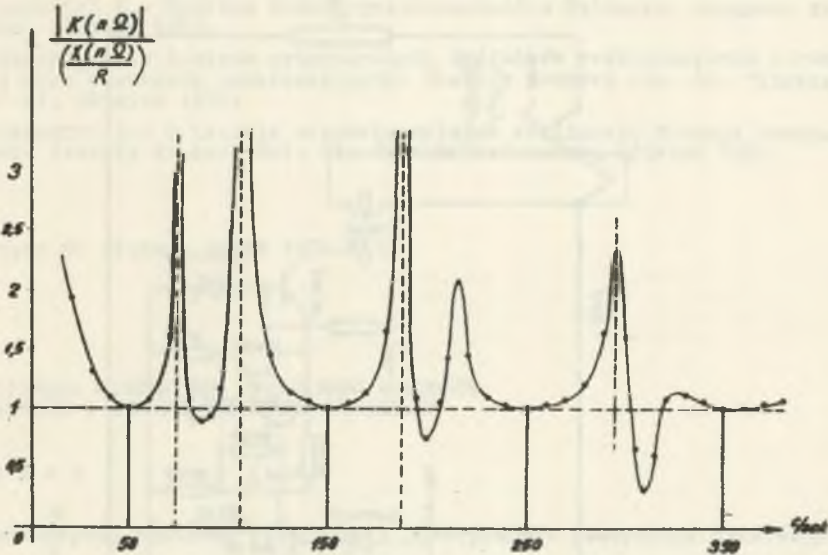
Dla rezystancji R rzędu $50 \text{ k}\Omega$, błąd ten dla zrealizowanych dwójników nie przekracza $30'$. Średnia wartość $X(n\Omega)$ wynosi 3560Ω przy odchyłkach nie przekraczających 20% , co daje błąd modułowy nie większy niż $\pm 0,6\%$. Przebieg modułu częstotliwościowej funkcji przejścia ilustruje rys. 4.

Na uwagę zasługuje przy tym nieznaną tylko zależność modułu $K(j\omega)$ od zmian częstotliwości w pewnym otoczeniu punktów $\omega = n\Omega$, dzięki czemu, stałość częstotliwości sygnału nie jest zagadnieniem zbyt istotnym.

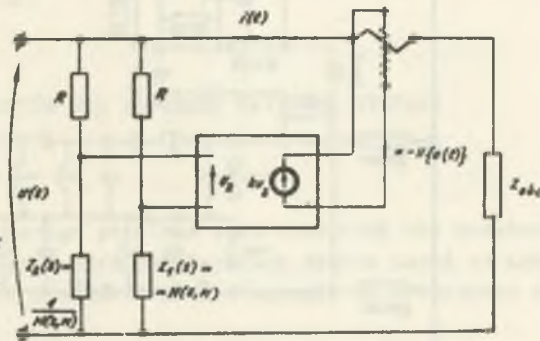
Realizacja przekształcenia Hilberta w strukturze mostkowej złożonej z dwóch przeciwstawnych ortogonalnych dwójników reakcyjnych jest więc bardzo skutecznym sposobem ominięcia bariery technologicznej jaką są trudne do spełnienia wymagania dotyczące stratności elementów.

Jako układ mnożący i uśredniający najdogodniej jest wykorzystać klasyczny watomierz elektrodynamiczny z oewką prądową włączoną w sposób konwencjonalny oraz z oewką napięciową włączoną w ten sposób, aby strumień indukcji oewki był proporcjonalny do transformaty Hilberta napięcia. Ponieważ oewka napięciowa z uwagi na jej indukcyjność musi być zasilana ze

źródła prądowego, a jednocześnie mostek realizujący przekształcenie nie powinien być obciążony, wzmacniacz pośredniczący winien mieć charakter źródła prądowego sterowanego napięciowo. Rys. 5.



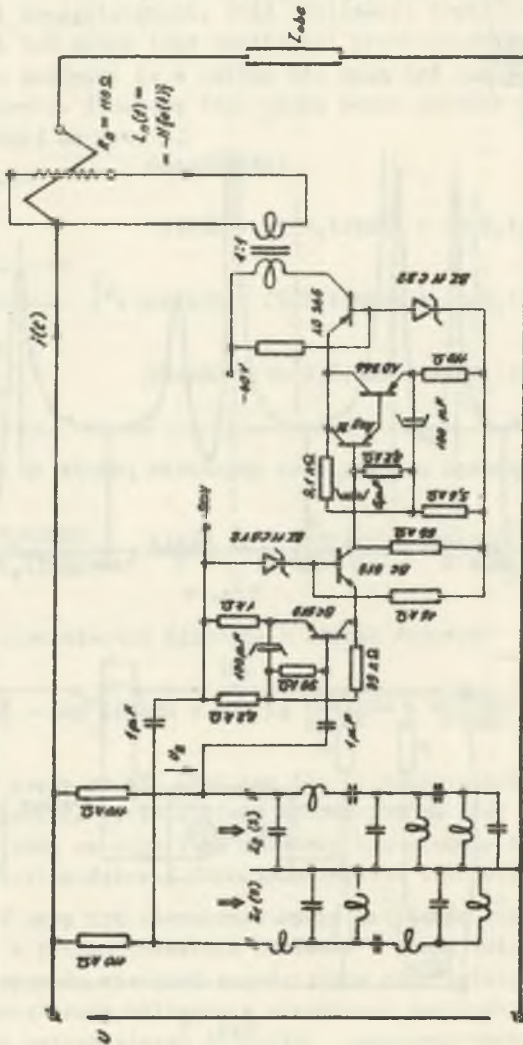
Rys. 4



Rys. 5

Wzmacniacz ten musi oczywiście spełniać, zależnie od postulowanej dokładności miernika, wymagania dotyczące dopuszczalnych wartości deformacji fazowej, modułowej, zniekształceń nieliniowych, wzmożenia mocy, itd.

Przykład realizacji takiego wzmacniacza wraz z całym miernikiem ilustruje rys. 6.



Rys. 6

LITERATURA

1. NOWOMIEJSKI Z.: Uogólniona metoda symboliczna. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. "Elektryka" nr 20, Gliwice.
2. CZARNECKI L.: Synteza modułu przekształcenia Hilberta. Rozprawa doktorska. Gliwice 1969.
3. CZARNECKI L.: Synteza ortogonalnych dwójników reaktancyjnych z rzeczywitych elementów reaktancyjnych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. "Elektryka" nr 27, Gliwice 1970.
4. CZARNECKI L.: O liczbie niepowtarzalnych realizacji funkcji reaktancyjnej. Zeszyty Naukowe Pol. Śl. "Elektryka" nr 35, Gliwice 1972.

Przyjęto do druku w lutym 1972 r.

КОНСТРУКЦИЯ ИЗМЕРИТЕЛЯ РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ
В СИСТЕМАХ С ДЕФОРМИРОВАННЫМИ ПРОБЕГАМИ

Р е з ю м е

Рассмотрены проблемы связанные с конструкцией измерителя реактивной мощности в системах с деформированными пробегам, основанной на использовании ортогональных реактанционных двухполюсников, а также указан пример реализации измерителя.

A DESIGN OF VAR-METER FOR DEFORMED WAVEFORM SYSTEMS

S u m m a r y

In the paper design problems connected with the construction of a var-meter intended for a deformed waveform system based on orthogonal reactance one-ports were discussed and an example of a varmeter thus construed given.