

WŁADYSŁAW PASZEK, ALEKSANDER ŻYWIEC  
Instytut Metrologii i Maszyn Elektrycznych

#### ANALIZA WŁASNOŚCI DYNAMICZNYCH MASZYNY SYNCHRONICZNEJ O TYRYSTOROWYM ŹRÓDLE WZBUDZENIA PRZY ZAKŁÓCENIACH SYMETRYCZNYCH

**Streszczenie.** Wykonano ogólną analizę własności dynamicznych maszyny synchronicznej o tyrystorowym (prostownikowym) źródle wzbudzenia przy stałej prędkości obrotowej dla symetrycznych zaburzeń spowodowanych zmianą warunków zasilania uzwojenia twornika i uzwojenia wzbudzenia oraz zmianą impedancji w obwodzie twornika i w obwodzie wzbudzenia maszyny. Wyprowadzono ogólne rozwiązanie równań operatorowych maszyny z uwzględnieniem warunków początkowych, otrzymując zależności pozwalające wyznaczyć przebiegi nieustalone prądów i napięć w poszczególnych obwodach maszyny synchronicznej o tyrystorowym (prostownikowym) źródle wzbudzenia.

Podano kolejność postępowania przy obliczaniu przebiegów nieustalonych maszyny synchronicznej o tyrystorowym (prostownikowym) źródle wzbudzenia.

### 1. Wstęp

W maszynach synchronicznych o największych mocach znamionowych poważnym problemem jest zagadnienie źródła wzbudzenia. Stosowanie klasycznych źródeł wzbudzenia, jakimi są maszyny wirujące prądu stałego, napotyka na szereg trudności. Dlatego szuka się nowych rozwiązań, szczególnie takich, które zbudowane są z elementów statycznych: jonowych lub półprzewodnikowych. Nowoczesne źródła wzbudzenia dużych maszyn synchronicznych zbudowane są z półprzewodnikowych zaworów sterowanych-tyrystorów.

Istnieje szereg rozwiązań tyrystorowych źródeł wzbudzenia maszyn synchronicznych [2], [7]. Poszczególne rozwiązania posiadają różne własności regulacyjne i wskaźniki ekonomiczne. Powszechnie zastosowanie znajdują tyrystorowe źródła wzbudzenia, w których tyrystory są połączone w mostek prostowniczy pełnosterowny zasilany napięciem trójfazowym (rys. 1a) lub wielofazowym. Tyrystorowy układ prostowniczy źródła wzbudzenia może być zasilany z przemysłowej sieci prądu przemiennego, bądź ze wzbudnicy prądu przemiennego, lub też z zacisków twornika wzbudzanego generatora (układy samowzbudne) [9].

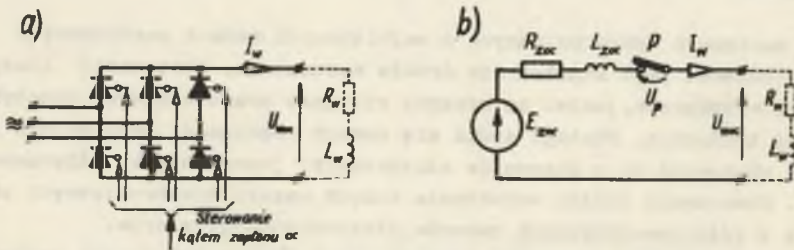
Analizując własności dynamiczne maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia trzeba uwzględnić własności samej maszyny oraz własnos-

ci źródła wzbudzenia. W stanach nieustalonych zmienia się wartość prądu w obwodzie uzwojenia wzbudzenia maszyny synchronicznej na skutek oddziaływania obwodu uzwojenia twornika i obwodów tłumiących. Od wartości i kierunku prądu w obwodzie uzwojenia wzbudzenia zależy przebieg komutacji faz w tyrystorowym źródle wzbudzenia. Z kolei od przebiegu komutacji faz zależy impedancja wnoszona do obwodu uzwojenia wzbudzenia przez tyrystorowe źródło wzbudzenia. Impedancja ta zmienia się skokowo w poszczególnych obszarach komutacji faz. Zmienne własności źródła tyrystorowego można uwzględnić przy podziale obliczeń przebiegów nieustalonych na poszczególne przedziały. W obliczeniach trzeba uwzględnić warunki początkowe.

## 2. Schemat zastępczy i równania ogólne stanu nieustalonego maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia

Schemat zastępczy maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia otrzymuje się przez połączenie schematu zastępczego źródła wzbudzenia ze schematem zastępczym samej maszyny synchronicznej.

Dokładne wyznaczenie parametrów zastępczych źródła tyrystorowego jest utrudnione. Uproszczenie obliczeń uzyskuje się przy pominięciu rezystancji sieci zasilającej i przy założeniu, że indukcyjność obciążenia jest znacznie większa od indukcyjności sieci zasilającej [2], [9]. Tyrystorowe źródło wzbudzenia można wówczas zastąpić równoważnym źródłem napięciowym [2], [9] o napięciu wewnętrznym  $E_{zoc}$ , rezystancji wewnętrznej  $R_{zoc}$  i średniej indukcyjności  $L_{zoc}$  (rys. 1). Właściwość jednokierunkowego przewodzenia prądu przez źródło tyrystorowe jest uwzględniona w schemacie zastępczym



Rys. 1. Tyrystorowe źródło wzbudzenia maszyny synchronicznej  
a) schemat połączeń, b) schemat zastępczy

czym za pomocą wyłącznika P. Wyłącznik ten jest zwarty, jeśli prąd obciążenia płynie w kierunku zaznaczonym na rys. 1 (dla  $I_w > 0$ ). Parametry zastępcze źródła wzbudzenia są zależne od przebiegu komutacji faz w tyrystorowym układzie prostowniczym a zatem ulegają zmianie w poszczególnych obszarach wartości prądu obciążenia  $I_w$  oraz kąta opóźnienia zapłonu tyrystorów.

$I_d(p)$	$\frac{-Z_d(p)}{B(p)}$	$\frac{-\omega_n X_d(p)}{\omega_n B(p)}$	$\frac{A_d(p) G_{wF}(p)}{B(p)}$	$-R \frac{\omega_n G_{FQ}(p)}{\omega_n B(p)}$	$\frac{A_d(p) G_{td}(p)}{B(p)}$	$-\frac{R \omega_n G_{tq}(p)}{\omega_n B(p)}$	$U_d(p) + p \Psi_d(0)$
$I_q(p)$	$\frac{\omega_n X_d(p)}{\omega_n B(p)}$	$\frac{-S_d(p)}{B(p)}$	$R \frac{\omega_n G_{wF}(p)}{\omega_n B(p)}$	$\frac{A_d(p) G_{FQ}(p)}{B(p)}$	$R \frac{\omega_n G_{td}(p)}{\omega_n B(p)}$	$\frac{A_d(p) G_{tq}(p)}{B(p)}$	$U_q(p) + p \Psi_q(0)$
$I_{wF}^*(p)$	$\frac{-Z_d(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{wF}(p)$	$\frac{-\omega_n X_d(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{wF}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{wF}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{wF}(p) + H_{wFQ}(p)$	$-R \frac{\omega_n G_{FQ}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{wF}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{td}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{wF}(p) - M_{wFQ}(p)$	$-\frac{R \omega_n G_{tq}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{wF}(p)$	$U_{wF}^*(p) + p \Psi_{wF}(0)$
$I_{FQ}^*(p)$	$\frac{\omega_n X_d(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{FQ}(p)$	$\frac{-Z_d(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{FQ}(p)$	$R \frac{\omega_n G_{wF}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{FQ}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{FQ}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{FQ}(p) + H_{FQO}(p)$	$R \frac{\omega_n G_{td}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{FQ}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{tq}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{FQ}(p) - M_{FQO}(p)$	$p \Psi_{FQ}(0)$
$I_{td}^*(p)$	$\frac{-Z_d(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{td}(p)$	$\frac{-\omega_n X_d(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{td}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{wF}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{td}(p) - M_{wFQ}(p)$	$-R \frac{\omega_n G_{FQ}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{td}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{td}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{td}(p) + H_{tdO}(p)$	$-\frac{R \omega_n G_{tq}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{td}(p)$	$p \Psi_{td}(0)$
$I_{tq}^*(p)$	$\frac{\omega_n X_d(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{tq}(p)$	$\frac{-Z_d(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{tq}(p)$	$R \frac{\omega_n G_{wF}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{tq}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{FQ}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{tq}(p) - M_{FQO}(p)$	$R \frac{\omega_n G_{td}(p)}{\omega_n B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{tq}(p)$	$\frac{A_d(p) G_{tq}(p)}{B(p)} \frac{p}{\omega_n} G_{tq}(p) + H_{tqO}(p)$	$p \Psi_{tq}(0)$



Przy założeniu symetrii elektrycznej obwodu twornika i magneśnicy oraz symetrii magnetycznej budowy magneśnicy jest możliwe zastąpienie maszyny synchronicznej trzema statycznymi obwodami sprzężonymi magnetycznie: dla osi wzdłużnej "d", poprzecznej "q" i zerowej "0". Korzysta się przy tym z transformacji Parka [5], która pozwala na przejście z wielkości fazowych  $W_{A,B,C}$  twornika (np. napięcia  $U_{A,B,C}$ , prądy  $I_{A,B,C}$  strumienie sprzężone  $\Psi_{A,B,C}$ ) na odpowiadające im wielkości osiowe  $W_{d,q,0}$  związane z równoważnym twornikiem nieruchomym względem magneśnicy. Przy stałej elektrycznej prędkości katowej maszyny  $\omega_e = \text{const}$ :

$$\begin{bmatrix} W_d(t) \\ W_q(t) \\ W_0(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega_g t + \psi_0) & \cos(\omega_g t + \psi_0 + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\omega_g t + \psi_0 + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\omega_g t + \psi_0) & -\sin(\omega_g t + \psi_0 + \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\omega_g t + \psi_0 + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} W_A(t) \\ W_B(t) \\ W_C(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

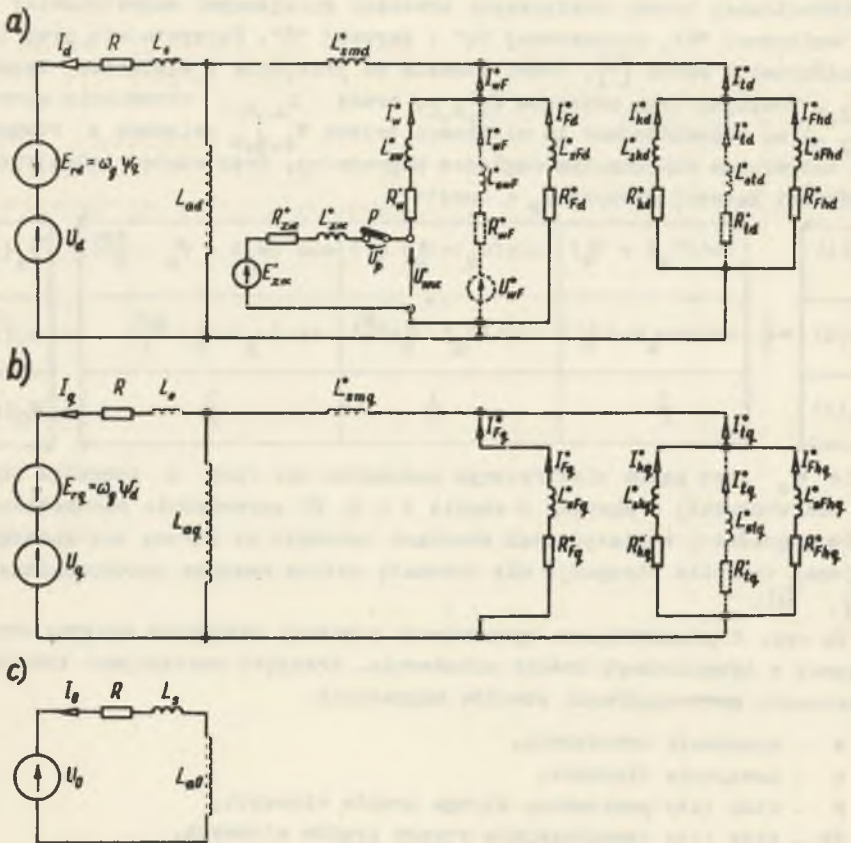
gdzie  $\psi_0$  jest kątem elektrycznym położenia osi fazy A twornika względem osi wzdłużnej d maszyny w chwili  $t = 0$ . Po sprawdzeniu parametrów obwodów magneśnicy w statycznych obwodach osiowych na stronę zastępczego uzwojenia twornika otrzymuje się schematy osiowe maszyny synchronicznej [1], [3], [4].

Na rys. 2 przedstawiono uproszczone schematy zastępcze maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia. Przyjęto następujące indeksy do oznaczenia poszczególnych obwodów magneśnicy.

- w - uzwojenie wzbudzenia,
- k - uzwojenie tłumiące,
- F - blok lity podstawowa struga prądów wirowych,
- Fh - blok lity uzupełniająca struga prądów wirowych.

Indeksami d,q,0 oznaczono parametry poszczególnych obwodów odpowiednio dla osi wzdłużnej, poprzecznej i zerowej. Kropką u góry oznaczono parametry magneśnicy i źródła wzbudzenia sprowadzone na stronę zastępczego twornika. Pozostałe oznaczenia parametrów schematów zastępczych mają znaczenie ogólne przyjęte dla maszyn synchronicznych [3], [6].

W maszynach synchronicznych średniej i dużej mocy można założyć symetrię gałęzi poprzecznych w schematach zastępczych obwodów magneśnicy. Wówczas odpowiednie pary gałęzi poprzecznych magneśnicy posiadające zbliżone wartości stosunku indukcyjności do rezystancji można zastąpić pojedynczymi gałęziami zaznaczonymi na rys. 2a liniami przerywanymi. Parametry tych zastępczych gałęzi wyznacza się z zasady Thevenina. Przy zwartym wyłączniku P (rys. 1b, rys. 2a) otrzymuje się:



Rys. 2. Osiowe schematy zastępcze maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia  
 a) dla osi wzdłużnej "d", b) dla osi poprzecznej "q", c) dla osi zerowej "0"

$$\frac{L_{swF}^*}{L_{sw}^* + L_{z\alpha}^*} = \frac{R_{wF}^*}{R_w^* + R_{z\alpha}^*} = \frac{U_{wF}^*}{E_{z\alpha}^*} = k_{wF} = \frac{R_{Fd}^*}{R_{Fd}^* + R_w^* + R_{z\alpha}^*} \quad (2a)$$

$$\frac{L_{std}^*}{L_{skd}^*} = \frac{R_{td}^*}{R_{kd}^*} = k_{td} = \frac{R_{Fhd}^*}{R_{Fhd}^* + R_{kd}^*} \quad (2b)$$

$$\frac{L_{stq}^*}{L_{skq}^*} = \frac{R_{tq}^*}{R_{kq}^*} = k_{tq} = \frac{R_{Fhq}^*}{R_{Fhq}^* + R_{kq}^*} \quad (2c)$$

Również przy otwartym wyłączniku P (rys. 1a i rys. 2a) wystąpią dwie zastępcze gałęzie poprzeczne magneśnicy, przy czym w miejsce gałęzi zastępczej oznaczonej indeksami "wF" ujawnia się gałąź oznaczona indeksami "Fd" reprezentująca obwód podstawowej strugi prądów wirowych w osi wzdłużnej maszyny.

W analizie własności dynamicznych maszyny synchronicznej trzeba uwzględnić równania napięciowe poszczególnych obwodów maszyny oraz równanie ruchu mechanicznego [1], [4].

Równania napięciowe wynikają z osiowych schematów zastępczych maszyny synchronicznej. Uwzględniając dwie zastępcze gałęzie poprzeczne magneśnicy w osiach d i q otrzymuje się na podstawie rys. 2 przy zwartym wyłączniku P

$$U_d(t) = \frac{d\psi_d(t)}{dt} - \omega_g(t) \psi_q(t) - R I_d(t) \quad (3a)$$

$$U_{wF}^*(t) = \frac{d\psi_{wF}^*(t)}{dt} + R_{wF}^* I_{wF}^*(t) \quad (3b)$$

$$0 = \frac{d\psi_{td}^*(t)}{dt} + R_{td}^* I_{td}^*(t) \quad (3c)$$

$$U_q(t) = \frac{d\psi_q(t)}{dt} + \omega_g(t) \psi_d(t) - R I_q(t) \quad (3d)$$

$$0 = \frac{d\psi_{Fq}^*(t)}{dt} + R_{Fq}^* I_{Fq}^*(t) \quad (3e)$$

$$0 = \frac{d\psi_{tq}^*(t)}{dt} + R_{tq}^* I_{tq}^*(t) \quad (3f)$$

$$U_O(t) = \frac{d\psi_O(t)}{dt} - R I_O(t) \quad (3g)$$

Strumienie sprzężone  $\psi(t)$  poszczególnych zastępczych obwodów maszyny są określone następującymi równaniami:

$$\psi_d(t) = - (L_s + L_{ad}) I_d(t) + L_{ad} [I_{wF}^*(t) + I_{td}^*(t)] \quad (4a)$$

$$\psi_{wF}^*(t) = - L_{ad} I_d(t) + (L_{swF}^* + L_{smd}^* + L_{ad}) I_{wF}^*(t) + (L_{smd}^* + L_{ad}) I_{td}^*(t) \quad (4b)$$

$$\psi_{td}^*(t) = - L_{ad} I_d(t) + (L_{smd}^* + L_{ad}) I_{wF}^*(t) + (L_{std}^* + L_{smd}^* + L_{ad}) I_{td}^*(t) \quad (4c)$$



$$\Psi_q(t) = - (L_s + L_{aq}) I_q(t) + L_{aq} \left[ I_{Pq}^*(t) + I_{tq}^*(t) \right] \quad (4d)$$

$$\Psi_{Fq}(t) = -L_{aq} I_q(t) + (L_{sFq}^* + L_{smq}^* + L_{aq}) I_{Fq}^*(t) + (L_{smq}^* + L_{aq}) I_{tq}^*(t) \quad (4e)$$

$$\Psi_{tq}(t) = -L_{aq} I_q(t) + (L_{smq}^* + L_{aq}) I_{Pq}^*(t) + (L_{stq}^* + L_{smq}^* + L_{aq}) I_{tq}^*(t) \quad (4f)$$

$$\Psi_0(t) = - (L_s + L_{a0}) I_0(t) \quad (4g)$$

Przy otwartym wyłączniku P (rys. 1b i rys. 2a) równie obowiązują równania (3a,...g) oraz (4a,...g), przy czym zamiast wielkości  $U_{wF}^*$ ,  $I_{wF}^*$ ,  $R_{wF}^*$ ,  $L_{swF}^*$ ,  $\Psi_{wF}$  charakteryzujących zastępczą gałąź "wF" magneśnicy należy podstawić odpowiednio wielkości 0,  $I_{Fd}^*$ ,  $R_{Fd}^*$ ,  $L_{sFd}^*$ ,  $\Psi_{Fd}$  charakteryzujące zastępczy obwód "Fd" magneśnicy.

Równanie ruchu obrotowego zespołu wirującego maszyny synchronicznej posiada postać

$$M_{em}(t) = \frac{J}{p_b} \frac{d\omega_g(t)}{dt} + M_m(t) \quad (5)$$

przy czym

- J - moment bezwładności mas wirujących,
- $M_m(t)$  - wartość chwilowa momentu mechanicznego (zewnętrzny),
- $M_{em}(t)$  - wartość chwilowa momentu elektromagnetycznego maszyny,
- $p_b$  - liczba par biegunów maszyny.

Moment elektromagnetyczny maszyny synchronicznej oblicza się za pomocą wielkości osiowych [3], [4]

$$M_{em}(t) = \frac{3}{2} \left[ I_q(t) \Psi_d(t) - I_d(t) \Psi_q(t) \right] \quad (6)$$

W ogólnym przypadku stan nieustalony maszyny synchronicznej jest wywołany zmianą napięcia twornika ( $U_d$ ,  $U_q$ ,  $U_0$ ), napięcia wzbudzenia ( $U_{wF}^*$ ), wartości impedancji w obwodzie uzwojenia twornika i uzwojenia wzbudzenia oraz momentu obciążenia ( $M_m$ ). Wyznaczenie odpowiedzi maszyny (prądów w poszczególnych obwodach oraz prędkości obrotowej) na takie zakłócenia z równań (3a,...g) oraz (5) wymaga stosowania skomplikowanych metod matematycznych i w zasadzie ogólne rozwiązanie takiego zagadnienia nie jest możliwe.

Ogólne rozwiązanie układu równań (3a,...g) oraz (5) jest możliwe przy założeniu stałej prędkości elektrycznej  $\omega_g(t) = \omega_g = \text{const}$  oraz stałej częstotliwości sieci, do której jest ewentualnie przyłączony twornik maszyny synchronicznej. Wówczas z równań (3a,...g) i (5) otrzymuje się układ liniowych równań napięciowych dla osi wzdłużnej i poprzecznej oraz

jedno niezależne równanie napięciowe dla osi zerowej, natomiast równanie (6) pozwala wyznaczyć charakterystykę momentu elektromagnetycznego. Stosując przekształcenie Laplacea-Carsona [8] do równań (3a,..,g) przy uwzględnieniu zależności (4a,..,g) oraz warunków brzegowych dla chwili bezpośrednio poprzedzającej zaburzenie ( $t=0$ ) otrzymuje się układ równań operatorowych w postaci macierzowej.

$- [R + p(L_s + L_{ad})]$	$\omega_g(L_s + L_{aq})$	$pL_{ad}$	$-\omega_g L_{aq}$	$pL_{ad}$	$-\omega_g L_{aq}$	=	$I_0(p)$	-	$U_0(p) + pV_0(0)$		
$\omega_g(L_s + L_{ad})$	$- [R + p(L_s + L_{aq})]$	$\omega_g L_{ad}$	$\omega_g L_{aq}$	$\omega_g L_{ad}$	$pL_{aq}$					$I_0(p)$	$U_0(p) + pV_0(0)$
$-pL_{ad}$	0	$R'_{Fq}(1 + pT'_{Fq0})$	0	$p(L'_{smq} + L_{ad})$	0					$I'_{Fq}(p)$	$pV'_{Fq}(0)$
0	$-pL_{aq}$	0	$R'_{Fq}(1 + pT'_{Fq0})$	0	$p(L'_{smq} + L_{ad})$					$I'_{Fq}(p)$	$pV'_{Fq}(0)$
$-pL_{ad}$	0	$p(L'_{smq} + L_{ad})$	0	$R'_{td}(1 + pT'_{td0})$	0					$I'_{td}(p)$	$pV'_{td}(0)$
0	$-pL_{aq}$	0	$p(L'_{smq} + L_{aq})$	0	$R'_{td}(1 + pT'_{td0})$					$I'_{td}(p)$	$pV'_{td}(0)$

$$- [R + p(L_s + L_{a0})] I_0(p) = U_0(p) + p V_0(0) \quad (7b)$$

W powyższych równaniach wartości brzegowe liniozwojów  $V(0)$  poszczególnych obwodów maszyny oblicza się z zależności (4a,..,g) podstawiając w nich  $t=0$ . Stałe czasowe przebiegów przejściowych obwodów magnetycznej w osi wzdłużnej przy otwartym tworniku

$$T'_{wFO} = \frac{L'_{swF} + L'_{smd} + L_{ad}}{R'_{wF}} \quad (8a)$$

$$T'_{td0} = \frac{L'_{std} + L'_{smd} + L_{ad}}{R'_{td}} \quad (8b)$$

Analogicznymi równaniami wynikającymi ze schematu zastępczego maszyny dla osi poprzecznej są określone stałe czasowe  $T'_{Fq0}$  oraz  $T'_{tq0}$ .



### 3. Przebiegi nieustalone prądów w obwodach maszyny synchronicznej

Zostanie rozpatrzony ogólny przypadek stanu nieustalonego maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia przy stałej elektrycznej prędkości kątowej  $\omega_g = \text{const}$ . Przebiegi nieustalone prądów w poszczególnych zastępczych obwodach maszyny wyznacza się z równań (7a,b).

Operatorowa funkcja prądu twornika w osi zerowej wynika z przekształcenia równania (7b)

$$I_0(p) = - \frac{U_0(p) + p \Psi_0(0)}{R + p(L_g + L_{a0})} \quad (9)$$

Bardziej skomplikowane jest wyznaczenie operatorowych funkcji prądów w obwodach osi wzdłużnej i poprzecznej maszyny z równań (7a). Wyzyskując regułę mnożenia macierzy można zapisać równanie (7a) w postaci

$$\begin{pmatrix} \left( \begin{matrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{matrix} \right) & \times & \begin{pmatrix} \left( \begin{matrix} I_1 \\ I_2 \end{matrix} \right) \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left( \begin{matrix} U_1 \\ U_2 \end{matrix} \right) \end{pmatrix} \quad (10)$$

przy czym poszczególne macierze składowe oznaczone symbolem  $\left( \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right)$  otrzymuje się dzieląc macierz (7a) według zaznaczonych linii przerywanych. Z macierzy (10) otrzymuje się układ dwu równań algebraicznych

$$\left( \begin{matrix} Z_{11} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} I_1 \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} Z_{12} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} I_2 \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} U_1 \end{matrix} \right) \quad (11a)$$

$$\left( \begin{matrix} Z_{21} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} I_1 \end{matrix} \right) + \left( \begin{matrix} Z_{22} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} I_2 \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} U_2 \end{matrix} \right) \quad (11b)$$

z którego wyznacza się niewiadome macierze prądów  $\left( \begin{matrix} I_1 \end{matrix} \right)$  oraz  $\left( \begin{matrix} I_2 \end{matrix} \right)$

$$\left( \begin{matrix} I_1 \end{matrix} \right) = \left[ \left( \begin{matrix} Z_{11} \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} Z_{12} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} Z_{22} \end{matrix} \right)^{-1} \times \left( \begin{matrix} Z_{21} \end{matrix} \right) \right]^{-1} \times \left[ \left( \begin{matrix} U_1 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} Z_{12} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} Z_{22} \end{matrix} \right)^{-1} \times \left( \begin{matrix} U_2 \end{matrix} \right) \right] \quad (12a)$$

$$\left( \begin{matrix} I_2 \end{matrix} \right) = \left[ \left( \begin{matrix} Z_{22} \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} Z_{21} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} Z_{11} \end{matrix} \right)^{-1} \times \left( \begin{matrix} Z_{12} \end{matrix} \right) \right]^{-1} \times \left[ \left( \begin{matrix} U_2 \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} Z_{21} \end{matrix} \right) \times \left( \begin{matrix} Z_{11} \end{matrix} \right)^{-1} \times \left( \begin{matrix} U_1 \end{matrix} \right) \right] \quad (12b)$$

Symbolem  $\left( \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right)^{-1}$  oraz  $\left( \begin{matrix} \\ \end{matrix} \right)^{-1}$  oznaczono odpowiednie macierze odwrotne.

Na podstawie równań (12a,b) po wykonaniu odpowiednich działań na macierzach i po uporządkowaniu otrzymuje się ostatecznie [9]

Przy pracy maszyny synchronicznej z zamkniętym obwodem uzwojenia wzbudzenia (zamknięty wyłącznik P na rys. 1b i rys. 2a) parametry w osi wzdłużnej wchodzące do równań (13) są określone następującymi zależnościami

$$X_d(p) = \omega_n (L_s + L_{ad}) \frac{(1 + p T'_d)(1 + p T''_d)}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})} \quad (14a)$$

$$Z_d(p) = R + X_d(p) \quad (14b)$$

$$A_d(p) = \frac{p}{\omega_n} Z_d(p) + \left(\frac{\omega_n}{\omega_n}\right)^2 X_d(p) \quad (14c)$$

$$G_{wF}(p) = \frac{\omega_n L_{ad}}{R_{wF}^* R_{td}^*} \frac{R_{td}^* + p L_{std}^*}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})} \quad (14d)$$

$$G_{td}(p) = \frac{\omega_n L_{ad}}{R_{wF}^* R_{td}^*} \frac{R_{wF}^* + p L_{swF}^*}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})} \quad (14e)$$

$$H_{wFO}(p) = \frac{1}{R_{wF}^* R_{td}^*} \frac{R_{td}^* + p (L_{std}^* + L_{smd}^* + L_{ad})}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})} \quad (14f)$$

$$H_{td0}(p) = \frac{1}{R_{wF}^* R_{td}^*} \frac{R_{wF}^* + p (L_{swF}^* + L_{smd}^* + L_{ad})}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})} \quad (14g)$$

$$M_{wFO}(p) = \frac{1}{R_{wF}^* R_{td}^*} \frac{p(L_{smd}^* + L_{ad})}{(1 + p T'_{d0})(1 + p T''_{d0})} \quad (14h)$$

gdzie

- $\omega_n$  - znamionowa kątowna prędkość elektryczna maszyny,
- $T'_d, T''_d$  - przejściowa i podprzejściowa stała czasowa w osi wzdłużnej maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia przy zwartym tworniku,
- $T'_{d0}, T''_{d0}$  - przejściowa i podprzejściowa stała czasowa w osi wzdłużnej maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia przy otwartym tworniku.

Analogicznymi zależnościami, wynikającymi z rys. 2b, są określone parametry maszyny w osi poprzecznej wchodzące do równań (13).

Transmitancja operatorowa  $B(p)$  figurująca w równaniach (13)

$$B(p) = Z_d(p) Z_q(p) + \left(\frac{\omega_n}{\omega_n}\right)^2 X_d(p) X_q(p) \quad (14i)$$

Jeśli obwód wzbudzenia maszyny synchronicznej jest rozarty (otwarty wyłącznik P na rys. 1b i rys. 2a), również słuszne są równania (13). Przy obliczaniu parametrów maszyny dla osi wzdłużnej trzeba wówczas podstawić parametry zastępczego obwodu magnetycznego oznaczonego indeksami "Fd" w miejsce parametrów zastępczej gałęzi oznaczonej indeksami "wF".

Równania (13) umożliwiają obliczenie prądów osiowych twornika ( $I_d, I_q$ ), prądu w obwodzie reprezentującym podstawową strugę prądów wirowych w osi poprzecznej magnetycznej ( $I_{Fq}^*$ ) oraz prądów w zastępczych gałęziach magnetycznej ( $I_{wF}^*, I_{td}^*, I_{tq}^*$ ). Zasada wyznaczenia prądów  $I_w^*, I_{Fd}^*, I_{kd}^*, I_{Fhd}^*, I_{kq}^*, I_{Fhq}^*$  (rys. 2) płynących w zastępczych obwodach magnetycznej zostanie przedstawiona na przykładzie obliczenia prądów  $I_w^*$  oraz  $I_{Fd}^*$ .

Z prawa Kirchhoffa dla obwodu uzwojenia wzbudzenia i zastępczej gałęzi poprzecznej oznaczonej indeksami "wF" (rys. 2a)

$$E_{z\alpha}^*(t) - U_{wF}^*(t) = \frac{d}{dt} \left\{ (L_{sw}^* + L_{z\alpha}^*) I_w^*(t) - L_{swF}^* I_{wF}^*(t) \right\} + (R_w^* + R_{z\alpha}^*) I_w^*(t) - R_{wF}^* I_{wF}^*(t) \quad (15)$$

Powyższe równanie, po uwzględnieniu zależności (2a) można zapisać w postaci

$$E_{z\alpha}^*(t) = \frac{d\psi_{wz}^*(t)}{dt} + \frac{R_{wF}^*}{k_{wF}^* (1 - k_{wF}^*)} I_w^*(t), \quad (16a)$$

przy czym

$$I_{wz}^*(t) = I_w^*(t) - k_{wF}^* I_{wF}^*(t) \quad (16b)$$

$$\psi_{wz}^*(t) = \frac{1}{k_{wF}^* (1 - k_{wF}^*)} L_{swF}^* I_{wz}^*(t) \quad (16c)$$

Stosując przekształcenie Laplace'a-Carsona z równań (16a,c) otrzymuje się

$$I_{wz}^*(p) = k_{wF}^* (1 - k_{wF}^*) \frac{E_{z\alpha}^*(p) + p\psi_{wz}^*(0)}{R_{wF}^* + p L_{swF}^*} \quad (17)$$

Z zależności (16b) i (17) wyznacza się

$$I_w^*(p) = k_{wF}^* (1 - k_{wF}^*) \frac{E_{z\alpha}^*(p) + p\psi_{wz}^*(0)}{R_{wF}^* + p L_{swF}^*} + k_{wF}^* I_{wF}^*(p) \quad (18)$$



Prąd zastępczego obwodu reprezentującego podstawową strugę prądów wirowych w osi wzdłużnej magnesnicy wynika z rys. 2a. Po uwzględnieniu równania (18)

$$I_{Fd}^*(p) = I_{wF}^*(p) - I_w^*(p) = \left[ I_{wF}^*(p) - k_{wF} \frac{E_{2\alpha}^*(p) + p\psi_{wF}(0)}{R_{wF} + pL_{wF}} \right] (1 - k_{wF}). \quad (19)$$

W równaniach (17), (18) i (19) wartość brzegową strumienia sprzężonego  $\psi_{wF}(0)$  w chwili bezpośrednio poprzedzającej stan nieustalony maszyny oblicza się z równania (16c) podstawiając  $t = 0$ , natomiast prąd  $I_{wF}^*(p)$  oblicza się z równań (13).

Czasowe przebiegi prądów w zastępczych obwodach maszyny synchronicznej wyznacza się z równań operatorowych za pomocą wzorów Heviside'a [8]. Prądy fazowe twornika wynikają z odwrotnej transformacji Parka (odwrotnej transformacji równania (1)), zaś prądy w rzeczywistych obwodach magnesnicy można wyznaczyć wyzyskując zasady sprowadzania parametrów obwodów magnesnicy na stronę zastępczego uzwojenia twornika maszyny.

#### 4. Uwagi końcowe

Przedstawiona analiza własności dynamicznych maszyny synchronicznej o tyrystorowym (prostownikowym) źródle wzbudzenia umożliwia wyznaczenie przebiegów nieustalonych prądów i napięć w obwodach maszyny przy symetrycznych zaburzeniach wywołanych: zmianą warunków zasilania uzwojenia twornika lub uzwojenia wzbudzenia, zmianą impedancji w obwodzie twornika lub w obwodzie wzbudzenia oraz równoczesną zmianą kilku lub wszystkich wymienionych parametrów. Przebiegi nieustalone prądów i napięć maszyny są uwarunkowane nie tylko rodzajem zaburzenia, lecz dodatkowo również zmiennością zjawisk komutacyjnych w tyrystorowym (prostownikowym) źródle wzbudzenia.

Na skutek zmienności parametrów źródła wzbudzenia przy zmianach wartości i kierunku prądu wzbudzenia maszyny trzeba podzielić obliczenia przebiegów nieustalonych maszyny na poszczególne przedziały czasowe. Jedynie jeśli stan nieustalony jest spowodowany odłączeniem źródła wzbudzenia, nie zachodzi potrzeba podziału obliczeń na przedziały czasowe. Przy innych zaburzeniach symetrycznych i stałym kącie opóźnienia zapłonu tyrystorów źródła wzbudzenia obliczenia wykonuje się następująco:

- Z warunków pracy maszyny w chwili bezpośrednio poprzedzającej zaburzenie wyznacza się parametry źródła tyrystorowego ( $E_{2\alpha}$ ,  $R_{2\alpha}$ ,  $L_{2\alpha}$ ), parametry zastępczych gałęzi magnesnicy z równań (2a,b,c) oraz wartości początkowe strumieni sprzężonych  $\psi(0)$  z równań (4a,...,g), (16c).
- Przyjmując chwilę wystąpienia zaburzenia za początek zmiennej czasu oblicza się przebiegi czasowe prądów maszyny na podstawie równań (13), (18) (19). W równaniach tych parametry źródła wzbudzenia są takie same jak przed zaburzeniem.

- Mając wyznaczony przebieg czasowy prądu wzbudzenia  $I_w(t)$  wyznacza się chwilę  $t_1$ , w której prąd wzbudzenia osiągnie wartość odpowiadającą przejściu prostownika tyrystorowego do pracy w kolejnym obszarze komutacji faz. Wyznacza się również parametry obwodu wzbudzenia maszyny przy pracy źródła tyrystorowego w nowym obszarze komutacji faz oraz wartości brzegowe strumieni sprzężonych  $\Psi(t_1)$  dla chwili  $t_1$  na podstawie równań (4a, ..., g), (16c).
- Przyjmując chwilę  $t_1$  jako początek nowej zmiennej czasu wyznacza się czasy przebiegi prądów maszyny w kolejnym przedziale na podstawie równań (13), (18), (19). W równaniach tych trzeba uwzględnić zmienione parametry obwodu wzbudzenia maszyny oraz trzeba podstawić  $\Psi(t_1)$  w miejsce  $\Psi(0)$ .
- Powyższe dwie czynności należy powtarzać dla kolejnych przedziałów czasowych aż do chwili wystąpienia stanu ustalonej pracy maszyny, lub też aż do chwili  $t_0$ , w której prąd wzbudzenia zeruje się. Chwilę  $t_0$  wyznacza się z warunku  $I_w(t_0) = 0$ . W chwili  $t_0$  następuje rozwarcie obwodu uzwojenia wzbudzenia maszyny (otwarcie wyłącznika P na rys. 1b i rys. 2a) i rozpoczyna się kolejny przedział przebiegów nieustalonych. Obliczenia wykonuje się analogicznie do obliczeń dla przedziału rozpoczynającego się w chwili  $t_1$ .
- W otartym obwodzie wzbudzenia wystąpi przepięcie  $U_p(t)$  (równe napięciu na zaciskach otwartego wyłącznika P rys. 1b i rys. 2a), które oblicza się z prawa Kirchhoffa. Praca maszyny synchronicznej przy rozwartym uzwojeniu wzbudzenia odbywa się w chwili  $t_z$ , w której przepięcie zmaleje do wartości równej sile elektromotorycznej  $E_{z\alpha}$  źródła tyrystorowego. W chwili  $t_z$  rozpoczyna się nowy przedział obliczeń, przebiegów nieustalonych.
- Dalsze obliczenia wykonuje się w kolejnych przedziałach czasowych aż do chwili wystąpienia stanu ustalonego.

Równanie określające własności dynamiczne maszyny synchronicznej o tyrystorowym (prostownikowym) źródle wzbudzenia posiadają postać zbyt skomplikowaną. Znaczne uproszczenie obliczeń, otrzymuje się przy założeniu, że rezystancja uzwojenia twornika powoduje jedynie tłumienie składowych periodycznych o pulsacji  $\omega_g$  prądów i napięć w zastępczych obwodach maszyny nie wpływając na amplitudy składowych przebiegów zaburzeniowych. Dużą pomocą przy wyznaczaniu własności dynamicznych maszyny na podstawie przedstawionych równań byłoby zastosowanie maszyny cyfrowej. Program maszyny można sporządzić w oparciu o podany opis obliczania przebiegów nieustalonych maszyny synchronicznej o tyrystorowym źródle wzbudzenia.

## LITERATURA

1. Adkins B.: The general theory of electrical machines. London, 1959.
2. Glebow I.A.: Sistemy wozbuzhdenija sinchronnych gienieratorow s uprawliajemyimi priebrazowatieliami. Izd.A.N.SSSR, 1960 r.
3. Gogolewski Z. Paszek W., Kubek J., Gabrys W.: Uszkodzenia maszyn elektrycznych. WNT, Warszawa, 1967.
4. Kazowski E.I.: Pieriechodnyje processy w elektrieskich maszinach pieremiennogo toka. Izd.A.N.SSSR, Moskwa-Leningrad, 1962.
5. Park R.H.: Two reaction theory of synchronous machines. p.I., AIEE-Tr, V.48, 1929. p.II.AIEE-Tr, V.52, 1933.
6. Paszek W.: Podstawowe parametry elektromagnetyczne maszyny synchronicznej. Archiwum Elektrotechniki, nr 3, 1962.
7. Sistemy wozbuzhdenija i regulirowanija sinchronnych maszin i moszcznyje staticzieskije priebrazowatieli. Sbornik statiej, Izd. "Nauka", Moskwa, 1967.
8. Węgrzyn S.: Rachunek operatorowy. PWN, Warszawa, 1960.
9. Żywiec A.: Własności dynamiczne generatorów synchronicznych z tyrystorowym układem wzbudzenia. Praca doktorska Katedra Technologii i Metrologii Elektrycznej, Politechnika Śląska, Gliwice, 1970.

## АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СИНХРОННОЙ МАШИНЫ С ТИРИСТОРНЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ ПРИ СИММЕТРИЧНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

## Резюме

Проведен общий анализ динамических свойств синхронной машины с тиристорным (выпрямительным) возбуждением при постоянной скорости вращения для симметричных возмущений, проявляющихся при изменении условий питания обмоток якоря и возбуждения, а также при изменении полного сопротивления цепей якоря и возбуждения. Приведено общее решение операторных уравнений машины с учётом начальных условий, позволяющее определить переходные токи и напряжения во всех цепях синхронной машины при тиристорном возбуждении. Приведен порядок расчёта переходных процессов синхронной машины с тиристорным (выпрямительным) возбуждением.



THE ANALYSIS OF THE DYNAMICAL PROPERTIES OF THE SYNCHRONOUS  
MACHINE EQUIPPED WITH THYRISTOR EXCITING SOURCE UNDER  
SYMMETRICAL DISTURBANCES

S u m m a r y

The dynamical properties of the synchronous machine equipped with thyristor exciting source and running with constant rotational speed are generally analysed. Symmetrical disturbances due to the variations of supply conditions of the armature and exciting windings and also variations of impedance in armature and exciting circuits were considered. The general solution of operational equations, taking into account the initial conditions, is presented. The calculation procedure of transients on the synchronous machine equipped with thyristor excitation source is given.