

Jerzy Antoniak
Jan Koszelski

RÓWNOLEŻNIKOWE NAPRĘŻENIA BŁONOWE W POWŁOCE WIEŁOLINOWEGO KOŁA PĘDNEGO W ASPEKTCIE BADAŃ MODELOWYCH

Streszczenie. W pracy opisano badania doświadczalne wykonane na trzech modelach powłok wielolinowego koła pędnego i przedstawiono wyniki tych badań w postaci wykresów. Przeprowadzono rozważania nad wynikami doświadczalnymi, wyciągając wniosek o występowaniu równoleżnikowych naprężeń wypadkowych, których składowymi są: naprężenia błonowe i naprężenia spowodowane zginaniem. Wyprowadzono równania na przybliżone określenie równoleżnikowych naprężeń błonowych. Przedstawiono na wykresach wyniki obliczeń tych naprężeń, wykonane w trzech wersjach, dla powłoki koła pędnego maszyny wyciągowej MK-3, 25x4.

1. Wstęp

Problem stereomechaniki powłoki wielolinowego koła pędnego był tematem szeregu prac tak teoretycznych jak i doświadczalnych. Pierwsze prace zostały opublikowane przez Prof. O. Popowicza, a dotyczyły one teoretycznego wyprowadzenia równań na określenie równoleżnikowych momentów zginających i południkowych sił błonowych [1], [2] i [3]. Weryfikację tych równań przeprowadzono drogą doświadczalną, badając modele powłok o wymiarach: grubość 0,005; 0,007; 0,009 i 0,011 m, długość 1 m i średnica 0,8 m przy grubości 0,005 m i 1 m przy pozostałych grubościach [4], [5] i [6]. W okresie przeprowadzania badań modelowych [6] została opublikowana praca przez F.L. Szevcenko na temat przybliżonego obliczania powłoki koła pędnego maszyny wyciągowej MK-3, 25x4 [7].

W dysertacji [6] przedstawiono stan naprężenia dla powłoki maszyny wyciągowej MK-3, 25x4 w trzech wersjach, a mianowicie: według danych z pracy [7] i obliczony za pomocą metody teoretycznej [2] oraz obliczony przy korzystaniu z równań zmodyfikowanych i uproszczonych [6]. Wartości składowe stanu naprężenia obliczone w tych trzech wersjach różnią się znacznie. Natomiast różnica w naprężeniach zredukowanych nie przekracza 27% w odniesieniu do wyników obliczonych metodą klasyczną.

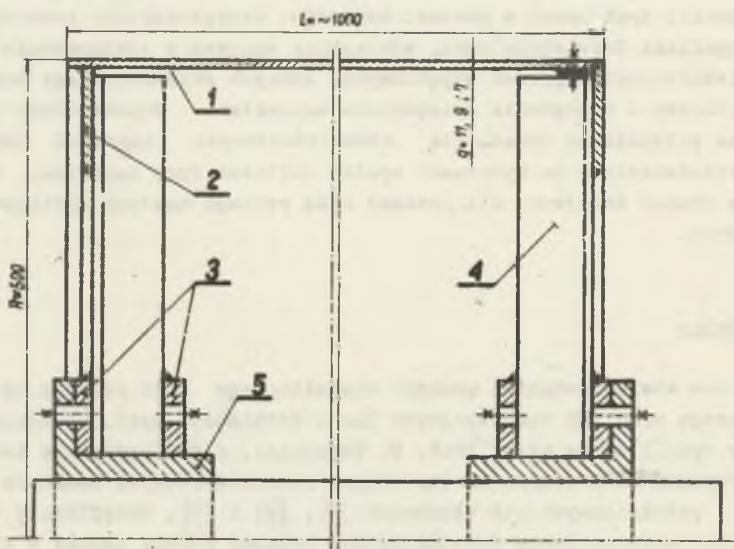
W teorii powłok zakłada się występowanie płaskiego stanu naprężenia, który określa się naprężeniami południkowymi i naprężeniami równoleżnikowymi. Obydwie te składowe są naprężeniami złożonymi spowodowanymi działaniem momentów zginających i sił błonowych. Rozważania na temat równoleżnikowych naprężeń błonowych są przedmiotem niniejszej pracy.

2. Badnia modelowe

Z przeprowadzonej analizy stanu wiedzy w problemie wytrzymałościowym powłoki wielolincowego koła pędnego wynika, że w celu pełniejszego zobrazowania stanu naprężenia powłoki należy wyjaśnić:

- wpływ występowania równoleżnikowych sił błonowych na wyniki obliczeń wytrzymałościowych [6].

W celu wykonania odpowiednich badań laboratoryjnych, których wyniki mogłyby dać odpowiedź na postawione zapytanie, wykonano model wielolincowego koła pędnego ze stali (rys. 1).



Rys. 1. Model koła pędnego

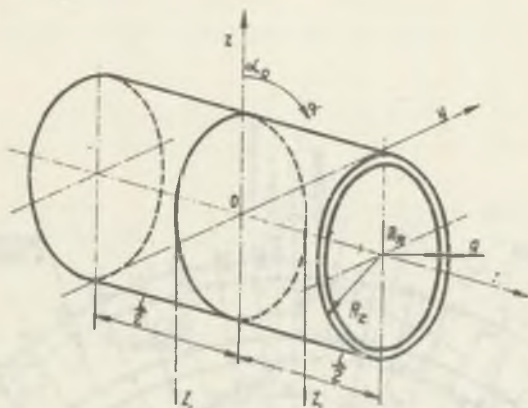
- 1 - powłoka, 2 - pierścień zewnętrzny, 3 - pierścień wewnętrzny, 4 - kształtownik kątowy, 5 - piasta

Zaprogramowane badania wykonano na gładkich powłokach o trzech różnych grubościach: 0,007; 0,009 i 0,011 m, przy niezmiennych pozostałych parametrach geometrycznych stosując metodę tensometrii rezystorowej. Dla określenia położenia punktów badanych w przestrzeni powłoki przyjęto współrzędne walcowe (rys. 2).

Badania doświadczalne przeprowadzono w laboratorium Instytutu Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej w Gliwicach, przy zachowaniu następujących warunków:

- zastosowaniu obciążenia statycznego powłoki;
- wymuszaniu odkształcenia powłoki w zakresie słuszności prawa Hooke'a;
- zastosowanie równomiernego rozkładu obciążenia powłoki na łuku $\mathcal{R}R_2$, przy bezpośrednim styku liny z powłoką oraz $D_2/d = 45$.

Liczba wykonanych pomiarów odkształceń liniowych wynosiła 8000.



Rys. 2. Układ współrzędnych przyjęty do badań

3. Analiza naprężeń równoleżnikowych

Zmierzone odkształcenia liniowe zostały przetransponowane na naprężenia za pomocą uogólnionego prawa Hooke'a.

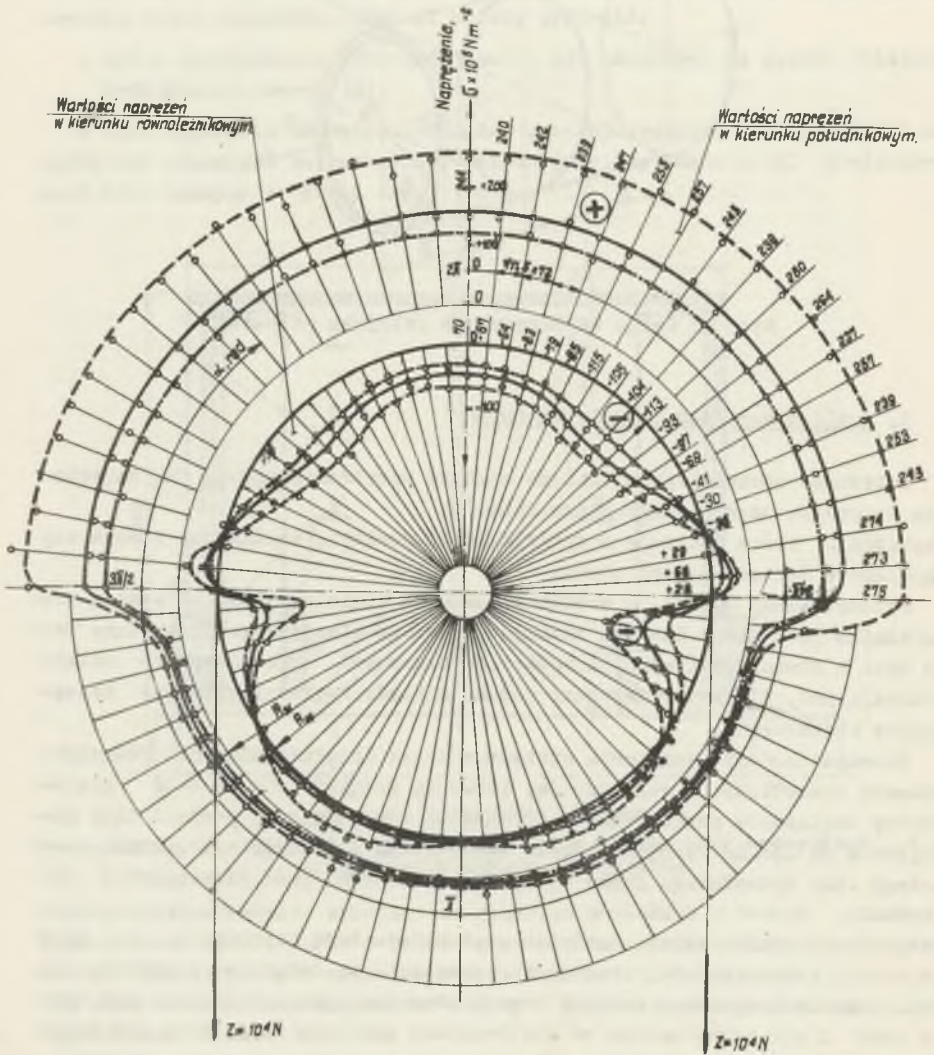
Naprężenia, które decydują o wytrzymałości powłoki, naniesiono na wykresy omawiane w dalszej części pracy.

Przedstawiony na rys. 3 przebieg naprężeń równoleżnikowych¹⁾ wzdłuż równoleżnika jest nieco inny od znanego przebiegu klasycznego. Przyczyna tego tkwi w równoleżnikowych naprężeniach błonowych spowodowanych siłami ściskającymi. Słuszność tej tezy możemy sprawdzić przeprowadzając następujące rozumowania.

Przeanalizujemy naprężenia otrzymane drogą doświadczalną na równoleżnikach: zewnętrznym i wewnętrznym, które są oddalone o 0,02 m od płaszczyzny obciążenia powłoki (rys. 4). Wzdłuż łuku opasania powłoki liną naprężenia są ujemne na równoleżniku zewnętrznym i wewnętrznym oprócz niedużego łuku wynoszącego około 0,1 πR w pobliżu miejsca nieciągłości obciążenia.

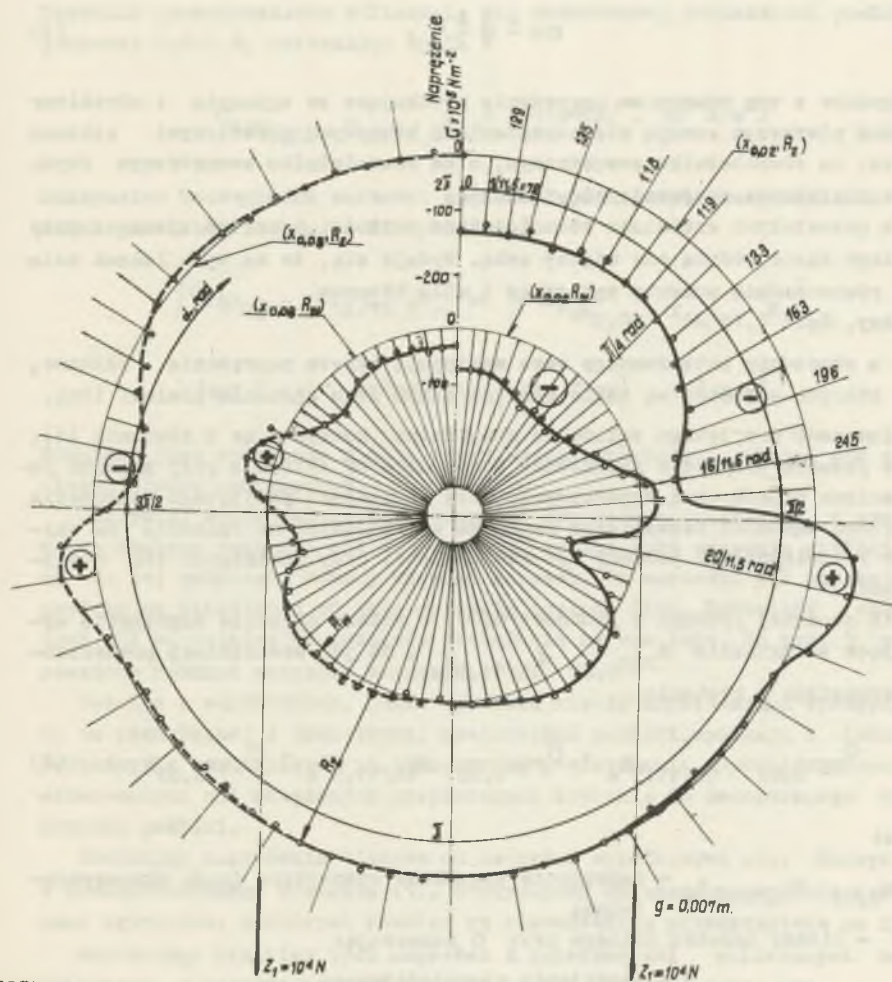
Rozpatrzmy, jakie rodzaje obciążeń powłoki wywołują naprężenia na tych częściach równoleżników, na których naprężenia są dodatnie i ujemne. Na tych łukach ekstremalna wartość bezwzględna naprężenia ujemnego jest około sześć i pół razy większa od ekstremalnej wartości naprężenia dodatniego.

¹⁾ Naprężenia równoleżnikowe przyjęto jako te, które są skierowane prostopadle do płaszczyzny południkowej. Płaszczyzny, na których leżą tworzące i os powłoki, przyjęto jako południkowe, a płaszczyzny, na których leżą okręgi powłoki, przyjęto za równoleżnikowe.

**LEGENDA:**

- $g = 0,007 \text{ m}$
- $g = 0,009 \text{ m}$
- $g = 0,011 \text{ m}$

Rys. 3. Rozkład naprężeń na wewnętrznym równoleżniku powłoki w płaszczyźnie obciążenia $\frac{I}{2}$



LEGENDA:

naprężenia na równoleżniku $x_{0.08}$
 $x_{0.02}$

Rys. 4. Rozkład równoleżnikowych naprężeń na środkowych równoleżnikach: zewnętrznym i wewnętrznym oddalonych o 0,02 i 0,08 m od płaszczyzny obciążenia^{x)}

^{x)} Przyjęto układ współrzędnych skążony.

W mechanice budowli, taki rozkład naprężeń występuje w przypadku wytrzymałości złożonej, przy której naprężenia wypadkowe są opisane równaniem

$$\sigma = \frac{M}{W} + \frac{N}{A} \quad (1)$$

Zgodnie z tym równaniem naprężenia wynikające ze zginania i określone członem pierwszym sumują się naprężeniami błonowymi określonymi członem drugim, na równoleżniku zewnętrznym, a na równoleżniku wewnętrznym obydwie te naprężenia wzajemnie się redukują.

Na pozostałych częściach równoleżników wartości naprężeń ujemnych przy dowolnym kącie różnią się między sobą. Wydaje się, że na tych łukach działają równocześnie momenty zginające i siły błonowe.

Założmy, że:

- w otoczeniu kąta równego zero występują czyste naprężenia błonowe, których wartości są takie same na całym łuku opasania powłoki liną.

Słuszność przyjętego założenia sprawdzimy korzystając z równania (1), które pozwala wyznaczyć naprężenia pochodzące od zginania przy znanych naprężeniach błonowych i wypadkowych. Przy słuszności przyjętego założenia obliczone wartości bezwzględne naprężeń wynikających ze zginania na obydwóch równoleżnikach powinny być sobie równe, przy pominięciu ich nieliniowości.

Dla zbadanej powłoki o grubości 0,007 m możemy określić naprężenia wynikające ze zginania $\sigma_{rx0,02} \alpha_{16/11,5}^R$, na jej wewnętrznej powierzchni, wychodząc z równania

$$\sigma_{rx0,02} \alpha_{16/11,5}^R = \sigma_{rx0,02} \alpha_{16/11,5}^R - \sigma_{rbx0,02}^R \quad (2)$$

gdzie:

$\sigma_{rx0,02} \alpha_{16/11,5}^R$ - naprężenie wypadkowe wyznaczone drogą eksperymentalną;

- litery indeksu dolnego przy σ oznaczają:

r - naprężenia równoleżnikowe;

b - naprężenia błonowe;

g - naprężenia wynikające ze zginania;

w - naprężenia wypadkowe;

$x_{0,02} \alpha_{16/11,5}^R$ - współrzędne punktu, w którym występuje naprężenie;

$\sigma_{rbx0,02}^R$ - naprężenia błonowe przyjęte jako średnia arytmetyczna z naprężeń określonych doświadczalnie w przedziale $[0,0, 2/11,5]$ rad.

Wstawiając do (2) wyniki doświadczalne [6], otrzymuje się

$$\sigma_{rgx_{0,02}} \alpha_{16/11,5}^{R_w} = /28 \pm 6/ \cdot 10^5 + /74 \pm 7/ \cdot 10^5 = /102 \pm 13/ \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Podobnie przeprowadzono obliczenia dla zewnętrznej powierzchni powłoki o grubości 0,007 m, otrzymując wynik

$$\sigma_{rgx_{0,02}} \alpha_{16/11,5}^{R_w} = /-115 \pm 22/ \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Maksymalne bezwzględne wartości naprężeń wynikających zezginania na obydwóch powierzchniach powłoki wynoszą:

$$\left| \sigma_{rgx_{0,02}} \alpha_{16/11,5}^{R_w} \right| \approx \left| \sigma_{rgx_{0,02}} \alpha_{16/11,5}^{R_z} \right|.$$

$$\left| 102 \pm 13 \right| \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \approx \left| -115 \pm 22 \right| \cdot 10^5 \text{ N/m}^2.$$

Różnica, jaka występuje między otrzymanymi wartościami, mieści się w granicach błędów pomiarowych.

Otrzymany wynik potwierdza słuszność przyjętego założenia o występowaniu stałych wartości sił ściskających wzdłuż łuku opasania powłoki liną. Na tej podstawie możemy wysunąć wniosek, że wartości sił ściskających powłokę są niezależne od kąta opasania powłoki liną. Natomiast wartości tych sił są zależne od rozkładu obciążenia na tym łuku. Na rys. 5 przedstawiono rozkład naprężeń błonowych.

Różnice w wartościach, jakie zachodzą między naprężeniami występującymi na zewnętrznej i wewnętrznej powierzchni powłoki, wynikają z lokalnego zwiększenia się naprężeń na zewnętrznej powierzchni, w pobliżu przeciwnie skierowanych sił skupionych przyłożonych stycznie do zewnętrznego równoleżnika powłoki.

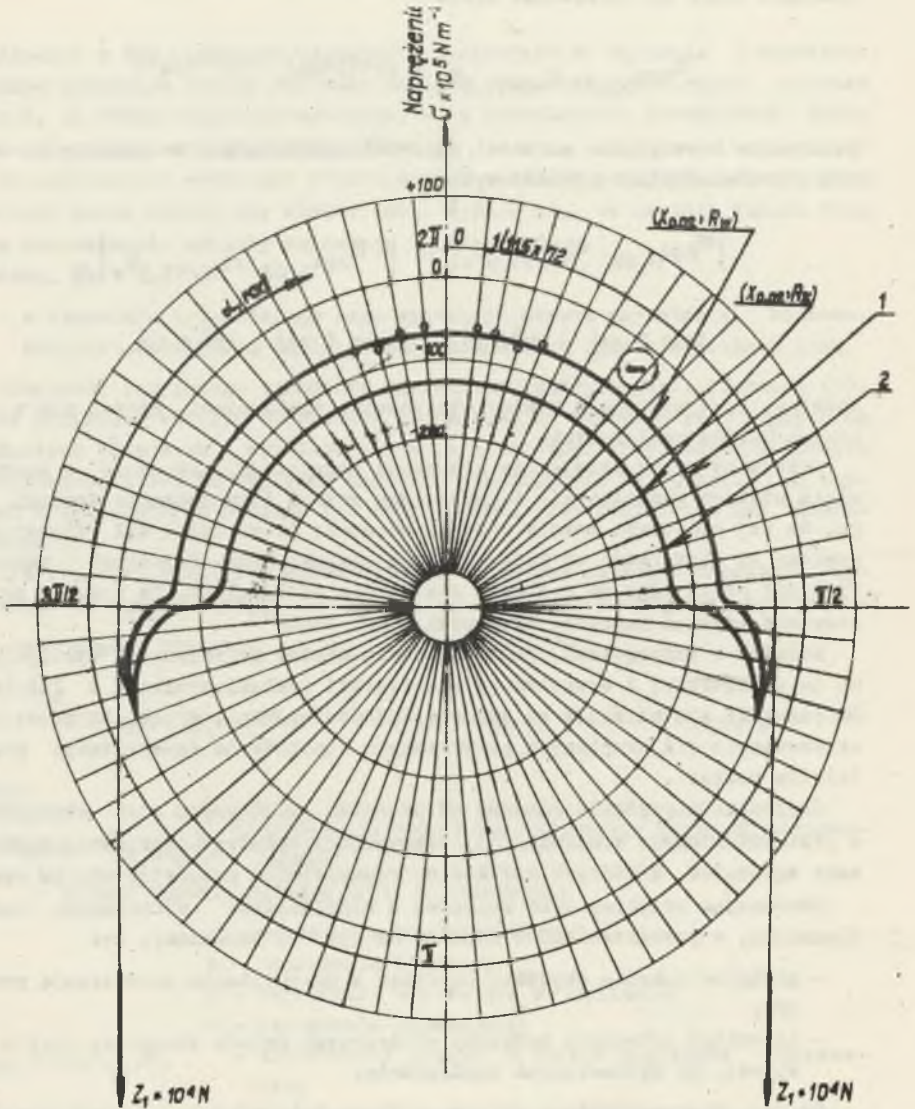
Odejmując naprężenia błonowe od naprężeń wypadkowych przy korzystaniu z przekształconego równania (1), otrzymujemy składowe naprężenia spowodowane zginaniem, a których rozkład na równoleżniku przedstawiono na rys. 6

Porównując przecięg tych naprężeń z naprężeniami obliczonymi metodą klasyczną, a przedstawionymi również na rys. 6, zauważamy, że:

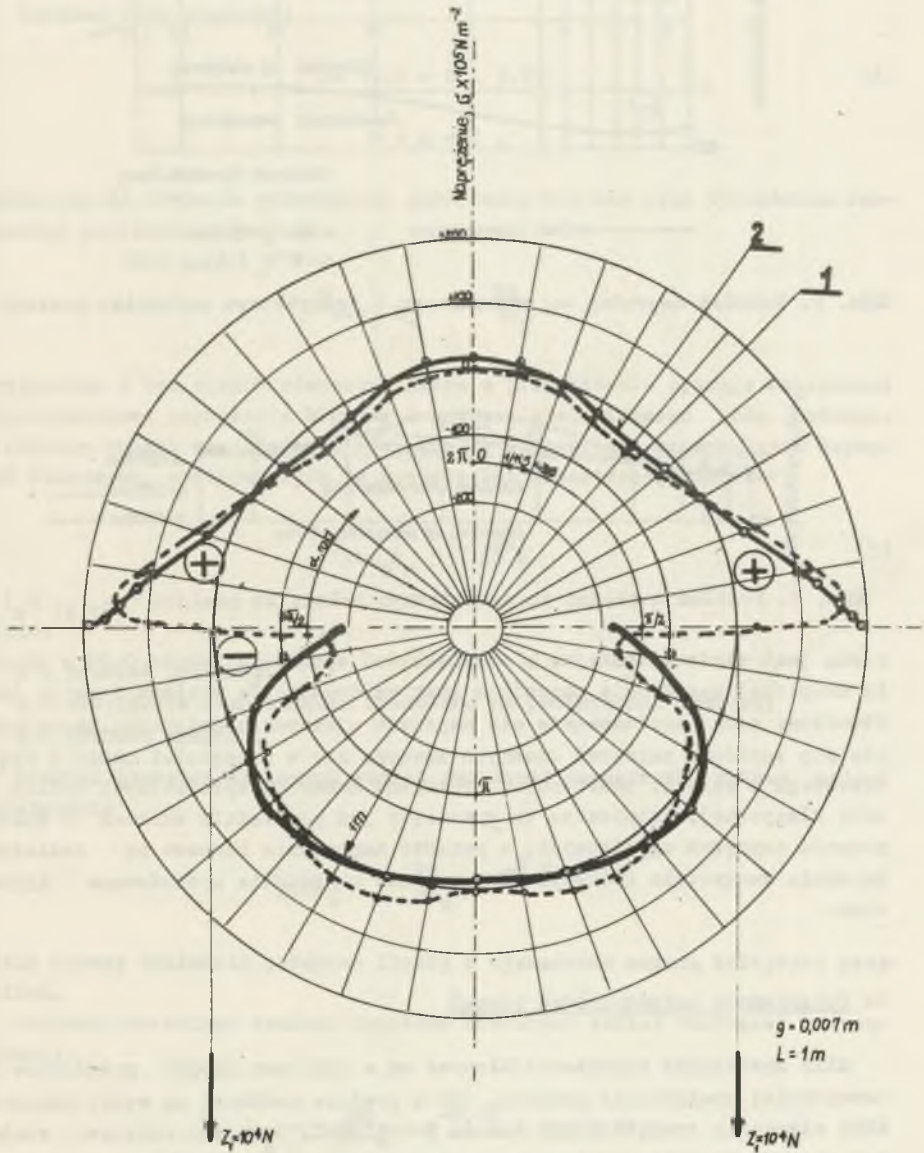
- globalne maksima obydwóch naprężeń w przybliżeniu przebiegają podobnie;
- natomiast lokalnych maksimów obliczonych metodą klasyczną jest o dwa więcej, od wyznaczonych empirycznie.

Na rys. 7 przedstawiono otrzymane drogą doświadczalną charakterystyki naprężeń równoleżnikowych wzdłuż tworzącej zewnętrznej i wewnętrznej dla kąta zero (rys. 2), są one zbliżone do krzywej Gaussa i wykazują duże podobieństwo, co wskazuje na to, że wynikają one z działania sił błonowych.

Na południku wewnętrznym, rys. 8, przy kącie 1,3 rad rozkład naprężeń równoleżnikowych jest inny niż ten, który rozpatrywaliśmy. Pod siłą sku-

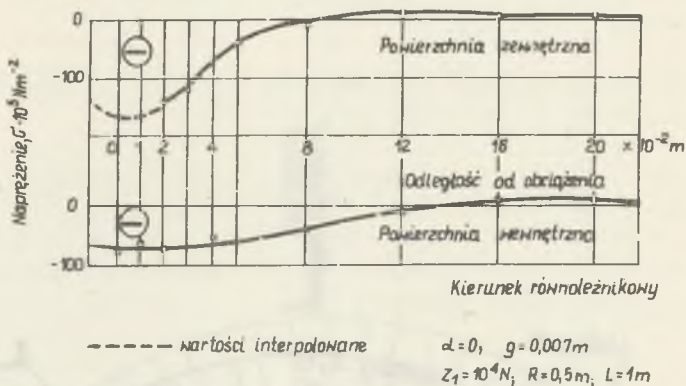


Rys. 5. Wyselekcjonowany rozkład równoleżnikowych naprężeń błonowych
 1 - na równoleżniku wewnętrznym powłoki, 2 - na równoleżniku zewnętrznym powłoki

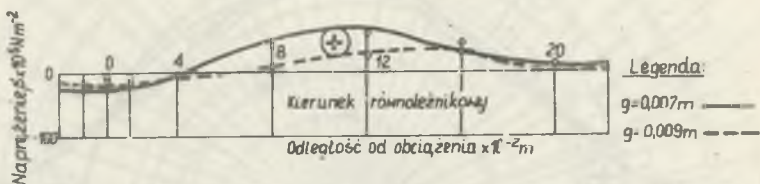


Rys. 6. Rozkład naprężeń równoleżnikowych

- 1) wyselkcejonowany z naprężeń wyznaczonych drogą doświadczalną; 2) obliczony teoretycznie



Rys. 7. Rozkład naprężeń na wewnętrznym i zewnętrznym południku powłoki



Rys. 8. Rozkład naprężeń na wewnętrznym południku powłoki ($\alpha_{1,3}, R_w$)

pioną jest minimum funkcji, a w odległości wynoszącej około 0,04 m od siły skupionej naprężenia zmieniają znak na dodatni. To minimum funkcji jest utworzone przez zredukowanie się naprężeń ujemnych z dodatnimi. Zmniejszanie się wartości naprężeń ujemnych zaczyna się w odległości około 1 rad i przebiega w relacji odwrotnej do rozkładu momentów wyznaczonych według teorii klasycznej. Potwierdza to wysunięty już poprzednio wniosek o występowaniu naprężeń wypadkowych, a ponadto naprężenia błonowe są rozłożone na około dwukrotnie krótszym odcinku, niż naprężenia spowodowane zginaniem.

4. Opracowanie uproszczonych równań

Siły wywołujące naprężenia błonowe są w taki sam sposób przyłożone do zewnętrznej powierzchni powłoki, jak w powłoce poddanej na całej powierzchni ciśnieniu zewnętrznemu. Nasuwa to wniosek, że w obu wersjach obciążeń wartość energii sprężystej wywołanej jednostkowymi siłami na jednostkę powierzchni powłoki dla jednakowego materiału jest taka sama. W powłoce koła pędnej energia sprężystości jest przenoszona przez obciążoną i nieobciążoną jej część w otoczeniu przyłożonych sił. Wynika stąd zmniej-

szenie się naprężeń pod częścią obciążoną powłoki, a w zamian za to ich występowanie w nieobciążonej części powłoki.

Porównując naprężenia otrzymane eksperymentalnie z naprężeniami występującymi przy obciążeniu całkowitej powierzchni powłoki otrzymujemy ich stosunki 53, 46, 38, dla trzech grubości powłok.

Wartość tego stosunku:

$$\lambda = 15,5 + B \cdot 3,75; \quad (3)$$

$$B = g - 1,$$

wstawiamy do równania opisującego naprężenia błonowe przy obciążeniu całkowitej powierzchni powłoki

$$\sigma_{r_{bx} R_w} = - \frac{Rq}{\lambda g}. \quad (4)$$

Otrzymując w ten sposób równanie, które w przybliżeniu opisuje maksymalne równoleżnikowe naprężenia błonowe w powłoce wieloliniowego koła pędnego. W podobny sposób wyprowadzono równania na wyznaczenie maksymalnych naprężeń błonowych, występujących na powierzchni zewnętrznej powłoki:

$$\sigma_{r_{bx} R_z} = - \frac{Rq}{20 g} \quad (5)$$

gdzie:

R - promień powłoki;

q - obciążenie równomiernie rozłożone na powierzchni powłoki;

g - grubość powłoki.

Rozkład naprężeń błonowych wzdłuż tworzącej wewnętrznej możemy opisać zależnością

$$\sigma_{r_{bx} R_w} = - \frac{Rq}{\lambda g} \cdot e^{-0,1x}, \quad (6)$$

gdzie ujemny wykładnik potęgowy liczby e wyznaczono metodą kolejnych przybliżeń.

Podobnie określamy rozkład naprężeń błonowych wzdłuż tworzącej zewnętrznej:

$$\sigma_{r_{bx} R_z} = - \frac{Rq}{20 g} \cdot e^{-0,1x} \cdot \cos 0,1x. \quad (7)$$

5. Naprężenia błonowe w powłoce maszyny wyciągowej MK-3,25x4

Dla przypadku obciążenia powłoki siłami skierowanymi promieniowo i rozłożonymi równomiernie na całej jej powierzchni, S. Timoshenko wyprowadził równanie na określenie równoleżnikowych sił błonowych [8]:

$$N_1 = - \frac{Eg}{R} w \quad (8)$$

gdzie: E - moduł Younga;
 w - przemieszczenie promieniowe.

Przy obciążeniu liniowym rozłożonym równomiernie na całym równoleżniku, który jest oddalony w dostatecznej odległości od krawędzi powłoki, przemieszczenia promieniowe w można wyznaczyć następująco [8]:

$$w = \frac{q}{8 \beta^3 D} \cdot e^{-\beta x} / \sin \beta x + \cos \beta x. \quad (9)$$

gdzie: $D = \frac{Eg^3}{12(1-\nu^2)}$;

$$\beta^4 = \frac{Eg}{4R^2 D}.$$

Równoleżnikowe naprężenia błonowe obliczamy:

$$\sigma_{rb} = \frac{N_1}{g}. \quad (10)$$

Przykładowo na rys. 9 przedstawiono rozkład równoleżnikowych naprężeń błonowych wzdłuż tworzącej (α_0, R_z) powłoki koła pędnej maszyny wyciągowej MK-3,25x4 o wymiarach: grubość 0,016 m, średnica 3 m i długość 0,9 m.

Wykresy 1 i 2 przedstawiają wartości naprężeń obliczone za pomocą równań (7) i (10). Wykres 3 przedstawia wartości naprężeń podane w pracy [7], przy czym maksymalne siły są obliczone równaniem (7):

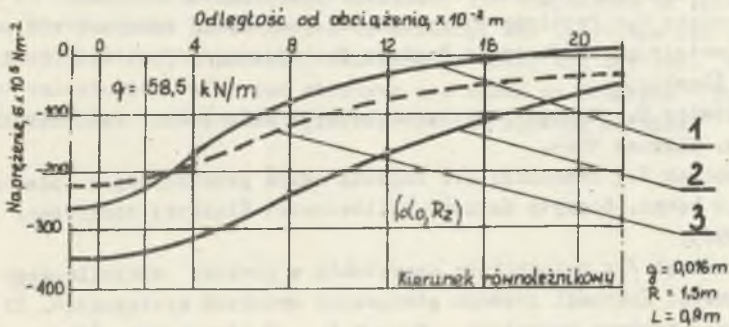
$$N_2 = - \frac{Eg}{R} w_1 = - 0,48 \beta, q. \quad (11)$$

Porównując charakterystyki rozkładu naprężeń przedstawione na rys. 9, zauważamy pewne ich podobieństwo, a najbardziej istotne rozbieżności występują w otoczeniu przyłożonej siły i wynoszą one około $\pm 25\%$ w odniesieniu do wartości obliczonej za pomocą równania (7).

Przebiegi naprężeń przedstawione na wykresach 1 i 2 są takie same wzdłuż całego łuku opasania powłoki liną, co jest zgodne z charakterystyką zobrazoną na rys. 5. Natomiast według pracy [7], równoleżnikowe siły

błonowe są złożone i składają się z sił równomiernie rozłożonych na łuku obciążenia, określonych równaniem (11) oraz sił przemiennych, których maksymalna wartość występuje w otoczeniu kąta $17/11,5$ rad i jest obliczona następująco [7]:

$$N_3 = -\frac{5q}{R} w_2 = -2,377 q. \quad (12)$$



Rys. 9. Naprężenia błonowe

W obliczeniach wytrzymałościowych powłoki rozpatruje się punkty, w których występują maksymalne naprężenia zredukowane. W powłoce są cztery takie punkty, oczywiście są one pod siłą skupioną [6]; przy czym ich rozłożenie jest równoległe, tak że wystarczy rozpatrywać tylko dwa punkty. Jeden jest w otoczeniu kąta $\pi/4$ rad na powierzchni wewnętrznej, a drugi jest w otoczeniu kąta $17/11,5$ rad na powierzchni zewnętrznej. Wyniki doświadczalne wykazują, że równoleżnikowe naprężenia błonowe występujące na powierzchni wewnętrznej są zależne od grubości powłoki. Dla przedstawionego przykładu (rys. 9) wynoszą one $75 \cdot 10^5 \text{ Nm}^{-2}$, czyli około 1/4 wartości występującej na powierzchni zewnętrznej.

6. Wnioski

Na podstawie otrzymanych wyników badań przeprowadzonych na trzech modelach wieloliniowego koła pędnego możemy wysunąć następujące wnioski:

1. W powłoce występują równoleżnikowe naprężenia wypadkowe, będące sumą algebraiczną naprężeń błonowych i naprężeń spowodowanych zginaniem.
2. Na łuku opasania powłoki liną występują stałe wartości równoleżnikowych naprężeń błonowych, które są niezależne od długości tego łuku, oczywiście pomijając jego minimalną wartość. Natomiast są one zależne od rozkładu obciążenia wzdłuż łuku opasania powłoki liną.
3. Równoleżnikowe naprężenia błonowe występujące na powierzchni wewnętrznej powłoki są zależne od jej grubości. Ta funkcja w przedziale $0,005 - 0,013 \text{ m}$ jest liniowa i określona równaniem (3). Naprężenia błonowe

na powierzchni wewnętrznej powłoki określa się równaniem (6) a na powierzchni zewnętrznej równaniem (7).

LITERATURA

- [1] Popowicz O.: Beitrag zu den Festigkeitsproblemen der Trommeln und Seilträger im Bergbau. Freiburger Forschungshefte 1961.
- [2] Popowicz O.: Problemy wytrzymałości powłokowej bębnow i kół pędnych. Materiały na Konferencję Naukowo Techniczną 1963 r. Wyd. Politechniki Śląskiej.
- [3] Popowicz O.: Maszyny wyciągowe, bębny i koła pędne, Politechnika Śląska. Gliwice 1964.
- [4] Antoniak J., Dembnicki S.: Badania ugięć promieniowych płaszcza modelu bębna. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Górnictwo. Zeszyt 7 1963.
- [5] Koszelski J.: Południkowe naprężenia w powłoce wieloliniowego koła pędnego. Kierunki rozwoju górniczych urządzeń wyciągowych. II Konferencja naukowo-techniczna. Zeszyt 5, Politechnika Śląska Gliwice 1972.
- [6] Koszelski J.: Badania stanu naprężenia powłoki walcowej wieloliniowego koła pędnego maszyny wyciągowej. Praca Doktorska, Główny Instytut Górnictwa, Katowice 1973.
- [7] Szevčenko F.J.: Približennyj rasčët oboločki podëmnoj mašiny MK-3,25x4. Razrabotka mestorož-denij poleznych iskopaemych, nr 20, 153 Izdatelstwo "Technika", Kiev. 1972.
- [8] Timoshenko S.: Woynowsky-Krieger S., Teoria Płyt i Powłok ARKADY Warszawa 1962

ТАНГЕНЦИАЛЬНЫЕ НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ БЕЗМОМЕНТНОМУ СОСТОЯНИЮ, В ПОКРЫТИИ МНОГОКАНАТНОГО ПРИВОДНОГО ШКИВА В АСПЕКТЕ МОДЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Р е з ю м е

В работе описаны испытания, выполненные на трёх моделях покрытий многоканатного приводного шкива и представлены в виде графиков результаты этих испытаний. Рассмотрены результаты этих исследований и сделаны выводы относительно возникновения равнодействующих напряжений, составляющими которых являются напряжения, соответствующие безмоментному состоянию и вызванные изгибом. Выведены уравнения приближенного определения тангенциальных нормальных напряжений, соответствующих безмоментному состоянию. На графиках представлены результаты расчётов этих напряжений, выполненных в трёх вариантах для покрытия приводного шкива подъёмной машины МК-3, 25x4.

PARALLEL MEMBRANE STRESSES IN THE LINING OF MULTITROPE FRICTION WINDER AS EXAMINED ON MODELS

S u m m a r y

The paper presents the experimental tests on three models of multirope friction winder linings and gives the results of these tests in the form of diagrams. The considerations on the obtained results lead to the conclusion on occurrence of resultant stresses, the components of which are: membrane stresses and those caused by bending. The equations for an approximate determination of parallel membrane stresses are derived. The results of calculations of these stresses are shown on diagrams presented in three versions for the lining of MK-3, 25x4 winding machine.