ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1976

Seria: Górnictwo z. 72 Nr kol. 471

Stanisław Frączek

Bronisław Seweryn

USTALENIE PARAMETRÓW DLA MATEMATYCZNEJ OCENY PRZELOTOWOŚCI KOPALNIANEGO TRANSPORTU SZYNOWEGO

Streszczenie. W artykule podano podstawowe parametry pozwalające, przy użyciu metod matematycznych z zakresu rachunku prawdopodobieństwa, ustalić przelotowość kopalnianego transportu; takie parametry jak:
rozkład odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów, intensywność strumienia zgłoszeń pociągów, intensywność ruchu itd.

Wzrost wielkości wydobycia w kopalniach węgla kamiennego poważnie zwiększa zadania transportowe i wymaga dokonania wnikliwych analiz układów transportowych i technologii ich pracy. W ostatnich latach dla rozwiązywania problemów głównego transportu szybowego, w tym również dla oceny przelotowości, zaczęto stosować metody matematyczne oparte o rachunek prawdopodobieństwa.

1. Analiza obciążenia układu torowego

Obciążenie układu torowego głównego transportu szynowego zależne jest od dwóch czynników: odstępu czasowego między pociągami przybywającymi na dany układ torowy oraz czasu zajęcia układu torowego przez jeden pociąg.

Dotychczas analizowano zmienność obciążenia układu torowego podszybia lub węzła trakcyjnego wynikającą ze zmienności liczby pociągów przybywających w przedziałach czasu o określonej długości lub ze zmiennością odstępów czasowych między przybywającymi pociągami. Zmienny jest jednak również drugi z czynników decydujących o obciążeniu układu torowego a mianowicie czas zajęcia układu torowego przez poszczególne pociągi.

Z łącznego działania zmienności obydwu czynników wynika zmienność obciążenia ruchowego układu torowego głównego transportu szynowego. Zmienny w czasie stan obciążenia ruchowego jest charakterystycznym przykładem procesu stochastycznego, stanowiącego funkcję zmiennych wielkości zależnych od parametru, którym w danym przypadku jest czas.

Stan obciążenia ruchowego podszybia lub węzła trakcyjnego wzrasta o jednostkę za każdym razem, gdy na dany układ torowy przybywa pociąg praktycznie w zmiennych odstępach czasu.

Stan obciążenia ruchowego podszybia lub węzła trakcyjnego maleje o jednostkę za każdym razem, gdy kończy się czas zajęcia układu torowego przez poszczególny pociąg.

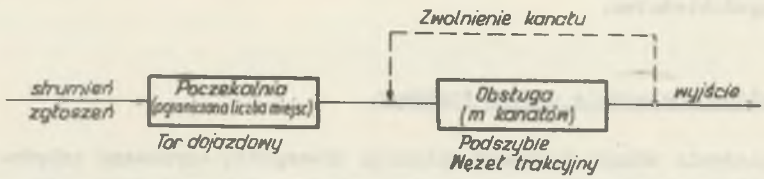
Gdy układ torowy podszybia lub węzła trakcyjnego jest za mały, tworzy się przed tym układem kolejka pociągów oczekujących na zwolnienie układu przez poprzednie pociągi. Przez stan obciążenia ruchowego należy wówczas określać zmianę liczby pociągów zajmujących układ torowy i pociągów oczekujących w kolejce przed analizowanym układem torowym.

2. Teoria masowej obsługi jako podstawa przeprowadzonych badań

Przedstawiony model pracy układu torowego jest typowym urządzeniem masowej obsługi. Teorią matematyczną tego rodzaju urządzeń jest teoria kolejek, określana ostatnio jako teoria masowej obsługi. W modelu urządzenia masowej obsługi układ torowy podszybia lub węzła trakcyjnego jest zbiorem kanałów obsługi, a o zgłaszającym się pociągu można mówić jako o zgłoszeniu.

Czas trwania zajęcia układu torowego przez jeden pociąg można określić jako czas trwania obsługi, a stan obciążenia ruchowego jako stan systemu masowej obsługi.

Stan systemu stanowiący proces stochastyczny określany jest przez strumień zgłoszeń pociągów a więc przez wejścia oraz przez czas trwania obsługi.



Rys. 1. Model układu torowego głównego transportu szynowego jako urządzenia masowej obsługi

Model układu torowego głównego transportu szynowego odpowiadający schematowi urządzenia masowej obsługi przedstawiono na rys. 1. Analizując strumienie zgłoszeń pociągów a więc kształtowania się zmiennej liczby pociągów wjeżdżających na dany układ torowy w ustalonych jednakowych przedziałach czasu, należy rozróżnić dwa typy układów torowych: układy wielowejściowe, na które jest możliwy jednoczesny wjazd pociągów z dwu i więcej kierunków i układy jednowejściowe, na które nie jest możliwy jednoczesny wjazd nawet dwu pociągów.

Podział układów torowych głównego transportu szynowego na układy jedno- i wielowejściowe nie jest w pełni jednoznaczny.

3. Odstęp czasowy między zgłoszeniami pociągów

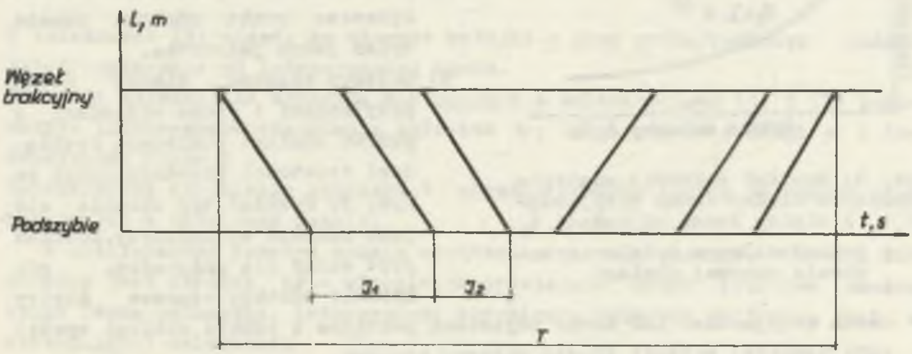
Kolejne momenty zgłoszenia pociągów na dany układ torowy, to jest momenty, od których zaczyna się liczyć czas zajęcia układu torowego, są momentami, w których najpóźniej należy rozpocząć przygotowanie drogi przebiegu dla przybywającego pociągu, aby mógł on bez zatrzymania wjechać na układ torowy.

Najmniejsze odstępy czasowe między kolejnymi zgłoszeniami pociągów przybierają zatem wartości, które zależą:

- dla pociągów przybywających z jednego kierunku: od systemu prowadzenia ruchu, wyposażenia w urządzenia zabezpieczenia ruchu pociągów oraz warunków trakcyjnych i długości pociągów,
- dla pociągów przybywających z różnych kierunków po sprzecznych ze sobą drogach przebiegu: od czasu potrzebnego na przystosowanie drogi przebiegu dla drugiego pociągu i czasu jazdy pierwszego z pociągów.

W przypadku, gdy wjazdy pociągów na układ torowy przebiegają po niesprzecznych ze sobą drogach przebiegu, mogą się odbywać jednocześnie.

Nawet gdy znane są liczby pociągów, które w okresie T mają przybywać na układ torowy z poszczególnych kierunków oraz gdy znane są warunki sytuacyjne na przyległych węzłach trakcyjnych, pozwalające określić minimalną wartość odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów I,to jednak nie można uwzględnić i przewidzieć wszystkich możliwych kolejności następstwa pociągów.
Każdy odstęp czasowy między zgłoszeniami kolejnych pociągów może więc przybierać różne wartości I o różnym prawdopodobieństwie ich występowania.



Rys. 2. Okres wykresu ruchu pociągów dla modelu wielowejściowego

Okres wykresu ruchu pociągów dla modelu wielowejściowego przedstawiono na rys. 2.

Można przyjąć, że zmienna losowa, jaką jest liczba pociągów mogących się zgłosić na podszybiu lub węźle trakcyjnym w określonym przedziale czasu, może przyjmować dowolne wartości całkowite w granicach od zera do nieskończoności.

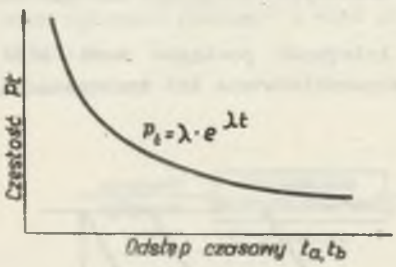
Bardziej realne będzie założenie, że wartości tej zmiennej losowej nie mogą przekraczać liczby pociągów N, jaką można przez węzeł trakcyjny przepuścić w jednostce czasu, to jest w okresie T. Liczba pociągów jest zatem zmienną losową skokową, czyli dyskretną mogącą przyjmować wartości całkowite od zera do nieskończoności lub ściślej do wartości N.

Każdej wartości zmiennej losowej skokowej jest przyporządkowane pewne prawdopodobieństwo, z jakim ta wartość może wystąpić. Gdy znana jest dokładnie liczba pociągów, która może przejechać przez układ torowy w jednostce czasu, to strumień zgłoszeń można uważać za ograniczony.

Ruch pociągów w głównym transporcie dołowym odbywa się z zasady w cyklach zamkniętych, a jego intensywność λ jest określona przez zdeterminowaną liczbę N pociągów mających przejść przez układ torowy w ciągu okresu T.

4. Warunki niezbędne dla wyrażenia układu torowego głównego transportu szynowego jako modelu urządzenia masowej obsługi

Określenie układu torowego głównego transportu szynowego jako modelu urządzenia masowej obsługi wymaga według E. Reuthera i A. Miraniego [1] spełnienia następujących warunków:



Rys. 3. Rozkład wartości odstępów czasowych między dwoma przyjazdami t_a i między dwoma odjazdami t_b przy jednokanałowym modelu urządzenia masowej obsługi

1) W określonym przedziale czasu przybywa na punkt obsługi układu torowego tylko jedna jednostka - jeden pociąg.
2) W określonym przedziale czasu opuszcza punkt obsługi zawsze tylko jedna jednostka.
3) Odstępy czasowe między dwoma przyjazdami i dwoma odjazdami z punktu obsługi podlegają rozkładowi częstości przedstawionym na rys. 3. Rozkład ten określa się jako rozkład wykładniczy. Rozkład jest ważny dla przypadku, gdy krótkie odstępy czasowe między dwoma przyjazdami lub dwoma odjazdami pociągów z punktu obsługi występują częściej aniżeli długie odstępy czasowe.
4) Obsługa dokonywana jest na pojedynczym punkcie obsługi.

5. Podstawowe parametry określające przelotowość kopalnianego transportu szynowego

Gdy warunki podane w punkcie 4 są w danym modelu spełnione, to jako analityczne rozwiązanie otrzymuje się równanie różniczkowe o następującej postaci

$$\text{dla} \quad x > 0 \quad \frac{dP_x/t/}{dt} = P_{x-1/t/} + \mu P_{x+1/t/} - (\lambda + \mu)\, P_{x/t/} \tag{1}$$

$$\text{dla} \quad x = 0 \quad \frac{dP_o/t/}{dt} = \mu P_{1/t/} - P_{o/t/} \tag{2}$$

gdzie:

P_x – częstość występowania kolejki o x jednostkach długości,

x – długość kolejki wyrażona w liczbie oczekujących jednostek

λ – intensywność strumienia zgłoszeń,

μ – intensywność obsługi.

W przypadku gdy rozkład częstości nie jest zmienny w czasie, równanie (1) posiada jedno rozwiązanie.

Rozwiązując to równanie, otrzymuje się na określenie częstości, gęstości prawdopodobieństwa następującej zależności

$$P_x = \varrho^x /1 - \varrho / \tag{3}$$

przy czym intensywność ruchu ϱ określana jest z zależności

$$\varrho = \frac{\lambda}{\mu} \tag{4}$$

Z zależności (3) widać, że długość kolejki x przy przedstawionym modelu zależy wyłącznie od intensywności ruchu.

Bliższego wyjaśnienia wymagają występujące w zależnościach (1) i (2) parametry: intensywność strumienia zgłoszeń λ, intensywność obsługi μ i intensywność ruchu ϱ.

Intensywność strumienia zgłoszeń λ określa średnią liczbę jednostek przybywających w ustalonym czasie.

W analizowanym prostym modelu urządzenia masowej obsługi, w którym zachowany jest warunek, że w określonym przedziale czasu przybywa zawsze tylko jedna jednostka, intensywność strumienia zgłoszeń obliczana jest z następującej zależności

$$\lambda = \frac{1}{t_a} \tag{5}$$

gdzie: t_a – średnia arytmetyczna rozkładu wartości odstępu czasowego między dwoma przybyciami.

W podobny sposób określa się intensywność obsługi μ jako

$$\mu = \frac{1}{t_b} \tag{6}$$

W zależności (6) t_b oznacza średnią arytmetyczną rozkładu odstępów czasowych między dwoma odjazdami. W jednokanałowym urządzeniu masowej obsługi wartość intensywności ruchu ϱ nie może osiągnąć jedności ($\varrho < 1$). W przypadku gdy w ciągu zmiany czas pracy urządzenia wyciągowego T_w jest większy niż czas pracy transportu poziomego T, przekroczenie tej wartości jest dopuszczalne, bowiem warunek $\varrho < 1$ przybiera postać

$$\varrho^x = \varrho \frac{T}{T_w} < 1 \tag{7}$$

6. Probabilistyczny opis zmienności obciążenia kopalnianego transportu szynowego

W wyniku przeprowadzonych obserwacji na poziomach wydobywczych kopalń węgla kamiennego o różnych wielkościach wydobycia, dokonanych szczególnie przez E. Renthera i A. Miraniego [1], można stwierdzić, że rozkład odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów, a więc między obsługą pociągów przez układ torowy, można z dostateczną dokładnością opisać jako rozkład Erlanga o postaci

$$P/t/ = k\lambda \frac{(k\lambda t_a)^{k-1}}{(k-1)!} \cdot e^{-k\lambda t_a} \tag{8}$$

oraz o parametrze k = 2.
Przyjmując parametr k=1, otrzymuje się jako szczegółowy przypadek rozkład wykładniczy o postaci

$$P/t/ = \lambda e^{-\lambda t_a} \tag{9}$$

Dystrybuanta rozkładu Erlanga posiada postać [3]

$$H(a) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad a \leq 0 \\ 1-e^{-ka} \sum\limits_{n=0}^{k-1} \frac{/ka/^n}{n!} & \text{dla} \quad a > 0 \end{cases} \tag{10}$$

gdzie: $a = \frac{t}{t_{śr}}$

t – zmienna wartość odstępu czasu między przybyciem kolejnych pociągów,

$t_{śr}$ – średnia wartość odstępu czasu.

Przy k=2 otrzymuje się dystrybuantę o postaci

$$H(a) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad a \leqslant 0 \\ 1 - e^{-2a}(1+2a) & \text{dla} \quad a > 0 \end{cases} \tag{11}$$

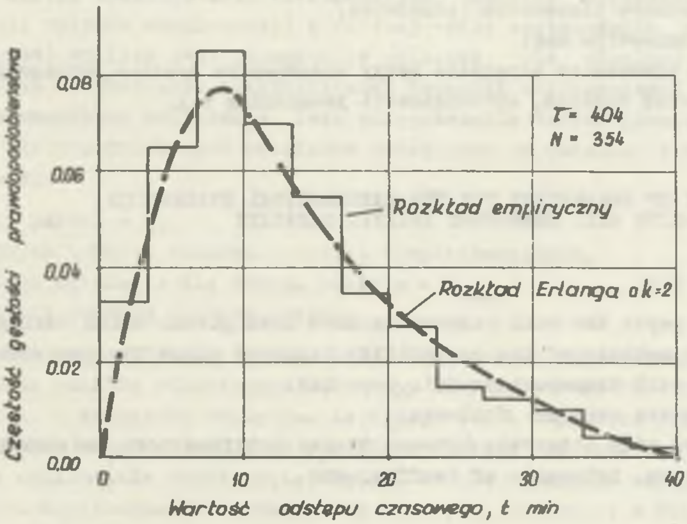
Przy k=1 otrzymuje się dystrybuantę rozkładu wykładniczego (9) o postaci

$$H_{\bullet}/a/ = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad a \leqslant 0 \\ 1 - e^{-a} & \text{dla} \quad a > 0 \end{cases} \tag{12}$$

zaś przy $k \to \infty$ dystrybuantę rozkładu punktowego o dwu wartościach

$$H\,/a/ = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad a \leqslant 1 \\ 1 & \text{dla} \quad a > 1 \end{cases} \tag{13}$$

Autorzy niniejszego artykułu przeprowadzili badania rozkładów odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów na podszybiu dla 6 kopalń węgla kamiennego w przedziałach czasu od 8 do 72 godzin. Badania potwierdziły założenie przyjęte przez E. Renthera i A. Miraniego, że rozkład odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów na podszybiu można opisać jako rozkład Erlanga o parametrze k=2. Przykładowo na rys. 4 przedstawiono empiryczny rozkład odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów na podszybie jednej z kopalń węgla kamiennego oraz aproksymujący rozkład Erlanga o stałej k=2.



Rys. 4. Empiryczny rozkład odstępu czasowego między zgłoszeniami pociągów na podszybiu kopalń węgla kamiennego oraz aproksymujący rozkład Erlanga o k = 2

7. Zakończenie

Metody matematyczne zaczyna się coraz powszechniej stosować w teorii projektowania kopalń. Wzrost koncentracji wydobycia z poziomu powoduje konieczność analizy zagadnień transportowych za pomocą metod matematycznych, z jednej strony jako czynnika decydującego o dalszych możliwościach koncentracji a z drugiej strony jako problemu ekonomicznego.

LITERATURA

[1] Reuther E., Mirani A.: Zur Berechnung des günstigsten Speichervermögens von Füllörtern - "Glückauf - Forschungshefte" nr 1/1966.

[2] Seweryn B.: Zastosowanie metod matematycznych do określenia wybranych parametrów głównego transportu dołowego - Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Górnictwo nr 61.

[3] Węgierski J.: Metody probabilistyczne w projektowaniu transportu szynowego WKiŁ 1971.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ РУДНИЧНОГО РЕЛЬСОВОГО ТРАНСПОРТА

Р е з ю м е

В статье даются основные параметры позволяющие, при использовании математических методов из области теории вероятности, определить производительность рудничного рельсового транспорта.
Это такие параметры как:
расписание временного интервала между заявлениями поездов, интенсивность потока заявлений поездов, интенсивность движений и т.д.

ASSESSMENT OF PARAMETERS FOR THE MATHEMATICAL EVALUATION OF A COAL-MINE RAIL TRANSPORT TRAFFIC CAPACITY

S u m m a r y

In the paper the main parameters have been given, which using the mathematical methods of the probability calculus allow the assessment of the coal-mine rail transport traffic capacity.
The parameters were as follows:
schedule of time intervals between trains notifications, intensity of train traffic lines, intensity of traffic, etc.