ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1972

Seria: ELEKTRYKA z. 38 Nr kol. 357

BERNARD BARON

Instytut Podstawowych Problemów
Elektrotechniki i Energoelektroniki

MASZYNA ASYNCHRONICZNA BEZKOMUTATOROWA JAKO UKŁAD DYNAMICZNY

Streszczenie. W artykule tym zidentyfikowano maszynę asynchroniczną jako układ dynamiczny, wykorzystujący rozważania ogólne poprzedniego artykułu. W celu uwypuklenia dynamiki samej maszyny założono, że część mechaniczna sprzężona z wałem maszyny posiada tylko jeden stopień swobody.

1. Równania Lagrange'a-Maxwella maszyny bezkomutatorowej we współrzędnych uogólnionych

Wyprowadzamy równanie ruchu bezkomutatorowej maszyny, której energia kinetyczna T jest formą kwadratową prądów wirnika i stojana oraz położenia kątowego wirnika. Załóżmy, że stator i wirnik ma 3-fazowe uzwojenie. Niech $\dot{q}^k (k = 1, \ldots, 6)$ oznaczają prądy fazowe stojana i wirnika odpowiadające siłom elektromotorycznym $e^k (k = 1,2,3)$, R_1, R_2 - oporności uzwojeń stojana i wirnika, M_{kl} - współczynniki samoindukcji i indukcji wzajemnej stojana i wirnika. Jeżeli stojan i wirnik nie mają jawnych biegunów i szczelina powietrzna między wirnikiem i stojanem jest równomierna, wtedy od kąta obrotu q^7 wirnika zależą jedynie współczynniki indukcyjności wzajemnej między uzwojeniami stojana i wirnika, a pozostałe są stałe. Za współrzędne uogólnione rozpatrywanego układu przyjmujemy ładunki q^1, q^2, ..., q^6, których pochodna jest równa prądom poszczególnych uzwojeń oraz współrzędną kątową q^7. Przy tak wprowadzonych współrzędnych uogólnionych energia kinetyczna ma postać

$$T = \frac{1}{2} a_{kl} \dot{q}^k \dot{q}^l \qquad (k,l = 1,2, \ldots, 7), \tag{1}$$

gdzie macierz formy kwadratowej (1) ma postać

$$
\left[a_{kl}\right] = \left[\begin{matrix}
L_{(rs)} + M_{(s)}, & -\frac{1}{2}M_{(s)}, & -\frac{1}{2}M_{(s)}, & M_{(sw)}\cos(pq^7), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{2\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{4\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7) & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{2\pi}{3}) & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{4\pi}{3}) & 0 \\
-\frac{1}{2}M_{(s)}, & L_{(rs)} + M_{(s)}, & -\frac{1}{2}M_{(s)}, & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{4\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{2\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{2\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{4\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7), & 0 \\
-\frac{1}{2}M_{(s)}, & -\frac{1}{2}M_{(s)}, & L_{(rs)} + M_{(s)}, & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{2\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{4\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{4\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7 + \frac{2\pi}{3}), & M_{(sw)}\cos(pq^7), & 0 \\
L_{(rs)} + M_{(w)}, & -\frac{1}{2}M(w), & -\frac{1}{2}M_{(w)}, & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{1}{2}M_{(w)}, & L_{(rw)} + M_{(w)}, & -\frac{1}{2}M_{(w)}, & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-\frac{1}{2}M_{(w)} & -\frac{1}{2}M_{(w)} & L_{(rw)} + M_{(w)}, & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J
\end{matrix}\right] \tag{2}
$$

$L_{(rs)}$ – współczynnik indukcyjności rozproszenia uzwojeń stojana,

$L_{(rw)}$ – współczynnik indukcyjności rozproszenia uzwojeń wirnika,

$M_{(s)} = k_{(s)} Z_{(s)}{}^2 \Lambda_{(m)}$ – współczynnik indukcyjności uzwojeń stojana związany z głównym obwodem magnetycznym o przewodności $\Lambda_{(m)}$

$Z_{(s)}$ – liczba zwojów uzwojeń stojana,

$M_{(w)} = k_{(w)} Z_{(w)}{}^2 \Lambda_{(m)}$ – współczynnik indukcyjności uzwojeń wirnika związany z głównym obwodem magnetycznym o przewodności $\Lambda_{(m)}$

$Z_{(w)}$ – liczba zwojów uzwojeń wirnika,

p – liczba par biegunów uzwojeń silnika,

q^7 – kąt między osiami pierwszego uzwojenia stojana a ozwartego uzwonienia wirnika,

$M_{(sw)} = k\, Z_{(s)}\, Z_{(w)} \Lambda_{(m)}$ – współczynnik indukcyjności wzajemnej między uzwojeniem stojana i wirnika w przypadku gdy osie uzwojeń się pokrywają,

J – moment bezwładności wirnika.

Siły uogólnione wyznaczymy z wyrażenia na pracę wirtualną

$$\delta A = (e_1 - R_1 \dot{q}^1)\,\delta q^1 + (e_2 - R_1 \dot{q}^2)\,\delta q^2 + (e_3 - R_1 \dot{q}^3)\,\delta q^3 + \\ + (\varkappa - h\dot{q}^7)\,\delta q^7 = X_k\,\delta q^k, \tag{3}$$

gdzie

e^1, e^2, e^3 – siły elektromotoryczne przyłożone do uzwojeń stojana,

$e^7 = \varkappa$ – moment zewnętrznych sił mechanicznych,

h – współczynnik tarcia wiskotycznego.

Równanie d'Alemberta-Lagrange'a ma postać

$$\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^k} - \frac{\partial T}{\partial q^k} - x_k\right)\delta q^k = 0, \qquad (k = 1,2, \ldots, 7). \tag{4}$$

Jeżeli uwzojenia stojana i wirnika są połączone w gwiazdę, to z równania (4) nie wynikają bezpośrednio równania ruchu układu, gdyż wariacje współrzędnych uogólnionych δq^k spełniają następujące równania

$$\delta q^1 + \delta q^2 + \delta q^3 = 0 \\ \delta q^4 + \delta q^5 + \delta q^6 = 0 \tag{5}$$

wynikające z równań więzów napisanych na mocy I prawa Kirchoffa

$$\dot{q}^1 + \dot{q}^2 + \dot{q}^3 = 0 \\ \dot{q}^4 + \dot{q}^5 + \dot{q}^6 = 0. \tag{6}$$

Zgodnie z rozważaniami w artykule [1] reakcanoję więzów krępujących ruch rozpatrywanego układu wyeliminujemy wprowadzając specjalne quasi-współrzędne.

2. Równania ruchu maszyny asynchronicznej w quasi-współrzędnych

Niech $q^1, q^2, \ldots, q^7$ oznaczają współrzędne uogólnione układu (współrzędne naturalne), a $q^{1'}, q^{2'}, \ldots, q^{7'}$ – quasi-współrzędne. Niech pochodne quasi-współrzędnych $\dot{q}^{k'}$ i prędkości uogólnione $\dot{q}^{k'}$ spełniają liniowe zależności

$$\dot{q}^k = A^k_{k'}\dot{q}^{k'}, \quad \dot{q}^{k'} = A^{k'}_k \dot{q}^k, \quad (k = 1,2, \ldots, 7; \quad k' = 1',2', \ldots, 7') \tag{7}$$

gdzie macierz układu równań (7) ma postać

$$[A^{k'}_k] = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}}, & \frac{1}{\sqrt{3}}, & \frac{1}{\sqrt{3}}, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\vartheta_1, & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos(\vartheta_1 + \frac{4\pi}{3}), & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos(\vartheta_1 + \frac{2\pi}{3}), & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\vartheta_1, & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(\vartheta_1 + \frac{4\pi}{3}), & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(\vartheta_1 + \frac{2\pi}{3}), & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & \frac{1}{\sqrt{3}}, & \frac{1}{\sqrt{3}}, & \frac{1}{\sqrt{3}}, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos\vartheta_2, & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos(\vartheta_2 + \frac{4\pi}{3}), & \sqrt{\frac{2}{3}}\cos(\vartheta_2 + \frac{2\pi}{3}), & 0 \\ 0, & 0, & 0, & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin\vartheta_2, & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(\vartheta_2 + \frac{4\pi}{3}), & -\sqrt{\frac{2}{3}}\sin(\vartheta_2 + \frac{2\pi}{3}), & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\vartheta_1 = \omega_0 t; \qquad \vartheta_2 = \vartheta_1 - p\dot{q}^7$$

ω_0 – pulsacja napięcia zasilającego stojan,

p – liczba par biegunów,

$\dot{q}^7$ – prędkość kątowa wirnika.

Ponieważ energia kinetyczna układu jest niezmienniczą funkcją współrzędnych, otrzymamy:

$$T = \frac{1}{2} a_{kl}\, \dot{q}^k \dot{q}^l = \frac{1}{2} a_{kl}\, A^k_{k'} A^l_{l'} \dot{q}^{k'} \dot{q}^{l'} = \frac{1}{2} a_{k'l'} \dot{q}^{k'} \dot{q}^{l'} = T^* \tag{9}$$

gdzie

$$a_{k'l'} = a_{kl}\, A^{k}_{k'} A^{l}_{l'}. \tag{10}$$

Widzimy więc, że współczynniki a_{kl} są składowymi tensora kowariantnego. Zgodnie z prawem transformacji (10) współczynniki tensora $a_{k'l'}$ można zapisać w quasi-współrzędnych w postaci macierzy

$$[a_{k'l'}] = \begin{bmatrix} L_{(rs)} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_{(rs)} + \frac{3}{2}M_{(s)} & 0 & 0 & \frac{3}{2}M_{(sw)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_{(rs)} + \frac{3}{2}M_{(s)} & 0 & 0 & \frac{3}{2}M_{(sw)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{(rw)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}M_{(sw)} & 0 & 0 & L_{(rw)} + \frac{3}{2}M_{(w)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2}M_{(sw)} & 0 & 0 & L_{(rw)} + \frac{3}{2}M_{(w)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J \end{bmatrix} \tag{11}$$

Energia kinetyczna układu quasi-współrzędnych wynosi więc

$$\begin{aligned} T^{*} = {} & \frac{1}{2}L_{(rs)}(\dot{q}^{1'})^{2} + \frac{1}{2}(L_{(rs)} + \frac{3}{2}M_{(s)})(\dot{q}^{2'})^{2} + \frac{3}{2}M_{(sw)}\,\dot{q}^{2'}\dot{q}^{5'} + \\ & + \frac{1}{2}(L_{(rs)} + \frac{3}{2}M_{(s)})(\dot{q}^{3'})^{2} + \frac{3}{2}M_{(sw)}\,\dot{q}^{3'}\dot{q}^{6'} + \frac{1}{2}L_{(rw)}(\dot{q}^{4'})^{2} + \\ & + \frac{1}{2}(L_{rw)} + \frac{3}{2}M_{(w)})(\dot{q}^{5'})^{2} + \frac{1}{2}(L_{(rw)} + \frac{3}{2}M_{(w)})(\dot{q}^{6'})^{2} + \frac{1}{2}J(\dot{q}^{7'})^{2}. \end{aligned} \tag{12}$$

Napiszemy teraz równanie d'Alemberta-Lagrange'a w quasi-współrzędnych

$$\left(\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{k'}} - \frac{\partial T}{\partial q^{k'}} + \Gamma^{s'}_{k'l'}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{s'}}\dot{q}^{l'} + B^{s'}_{k'}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{s'}} - X_{k'}\right)\delta q^{k'} = 0 \tag{13}$$

$$(k' = 1', 2', \ldots, 7').$$

Zgodnie z wzorami (31) i (32) poprzedniego artykułu [1] współczynniki $\Gamma^{s'}_{k'l'}$ i $B^{s'}_{k'}$ mają postać

$$\Gamma^{s'}_{k'l'} = A^{k}_{k'} A^{l}_{l'} (\partial_l A^{s'}_{k} - \partial_k A^{s'}_{l}), \tag{14}$$

$$B^{s'}_{k'} = A^{k}_{k'} \frac{\partial}{\partial t} (A^{s'}_{k}). \tag{15}$$

Uwzględniając współczynniki transformacji (7) $A^{k}_{k'}$ oraz $A^{k'}_{k}$, które stanowią elementy macierzy ortogonalnej (8), we wzorze (14) otrzymamy

$$\begin{gathered} \Gamma^{s'}_{1'1'} = \Gamma^{s'}_{2'1'} = \Gamma^{s'}_{3'1'} = \Gamma^{s'}_{4'1'} = 0 \qquad (s'l' = 1', 2', \ldots, 7') \\ \Gamma^{6'}_{5'7'} = P, \quad \Gamma^{5'}_{6'7'} = -P, \quad \Gamma^{5'}_{7'6'} = P, \quad \Gamma^{6'}_{7'5'} = -P. \end{gathered} \tag{16}$$

Widzimy więc, że spośród współczynników (14) tylko cztery są różne od zera.
Zgodnie z wzorem (15) otrzymamy następujące współczynniki $B^{s'}_{k'}$, różne od zera

$$B^{2'}_{3'} = \omega_0, \qquad B^{3'}_{2'} = -\omega_0, \qquad B^{5'}_{6'} = \omega_0, \qquad B^{6'}_{5'} = -\omega_0. \tag{17}$$

Pozostały jeszcze do obliczenia siły działające na układ w quasi-współrzędnych.
Mamy

$$X_{k'} = (e_k - R_{kl}\, \dot{q}^l)\, A^{k}_{k'},$$

$$R_{kl} = \begin{cases} 0 & \text{gdy} \quad k \neq l \\ R_1 & \text{gdy} \quad k = l = 1,2,3 \\ R_2 & \text{gdy} \quad k = l = 4,5,6 \\ h & \text{gdy} \quad k = l = 7 \end{cases} \tag{18}$$

Załóżmy, że silnik zasilany jest tylko od strony stojana napięciem sinusoidalnym trójfazowym. Niech napięcia fazowe zasilające silnik wynoszą

$$\begin{aligned} e_1 &= E_m \cos \omega_0 t \\ e_2 &= E_m \cos \omega_0 t + \tfrac{4\pi}{3}) \\ e_3 &= E_m \cos(\omega_0 t + \tfrac{2\pi}{3}). \end{aligned}$$

Wówczas na mocy (18) otrzymamy

$$X_{1'} = -R_1\,\dot{q}^{1'}, \qquad X_{2'} = \sqrt{\tfrac{3}{2}}\,E_m - R_1\,\dot{q}^{2'}, \qquad X_{3'} = -R_1\,\dot{q}^{3'}$$

$$X_{4'} = -R_2\,\dot{q}^{4'}, \qquad X_{5'} = -R_2\,\dot{q}^{5'}, \qquad X_{6'} = -R_2\,\dot{q}^{6'} \tag{19}$$

$$X_7 = -m - h\,\dot{q}^{7'}$$

Zauważmy teraz, że na mocy (7) zachodzi

$$\delta q^{k'} = A^{k'}_{k}\,\delta q^{k}. \tag{20}$$

Z relacji (20) wynika, że

$$\delta q^{1'} = A^{1'}_{k}\,\delta q^{k} = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(\delta q^1 + \delta q^2 + \delta q^3)$$

$$\delta q^{4'} = A^{4'}_{k}\,\delta q^{k} = \frac{1}{\sqrt{3}}\,(\delta q^4 + \delta q^5 + \delta q^6). \tag{21}$$

Podstawiając równania (5) do (21) otrzymamy

$$\delta q^{1'} = 0, \qquad \delta q^{4'} = 0.$$

Wynika z tego, że pierwszy i czwarty wyraz w równaniu (13) jest równy zeru. Z pozostałej sumy na mocy niezależności wariacji δq^2, δq^3, δq^5, δq^6, δq^7 otrzymamy 5 równań

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{2'}} + B^{3'}_{2'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{3'}} = X_{2'} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{3'}} + B^{2'}_{3'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{2'}} - X_{3'} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{5'}} + \Gamma^{6'}_{5'7'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{6'}}\,\dot{q}^{7'} + B^{6'}_{5'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{6'}} - X_{5'} = 0 \tag{23}$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{6'}} + \Gamma^{5'}_{6'7'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{5'}}\,\dot{q}^{7'} + B^{5'}_{6'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{5'}} - X_{6'} = 0$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{7'}} + \Gamma^{5'}_{7'6'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{5'}}\,\dot{q}^{6'} + \Gamma^{6'}_{7'5'}\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{6'}}\,\dot{q}^{5'} - X_{7'} = 0,$$

gdzie

$$\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{2'}} = (L_{(rs)} = \frac{3}{2} M_{(s)})\, \dot{q}^{2'} + \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{5'}$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{q}^{3'}} = (L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(s)})\, \dot{q}^{3'} + \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{6'}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{5'}} = (L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)})\, \dot{q}^{5'} + \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{2'} \tag{24}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{6'}} = (L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)})\, \dot{q}^{6'} + \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{3'}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial \dot{q}^{7'}} = J\, \dot{q}^{7'}$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial q^{k'}} = 0 \qquad \text{dla} \qquad k' = 1', 2', \ldots, 7'.$$

Podstawiając związki (16), (17), (19) i (24) do układu równań (23) otrzymamy

$$(L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(s)}) \frac{d\dot{q}^{2'}}{dt} + \frac{3}{2} M_{(sw)} \frac{d\dot{q}^{5'}}{dt} - \omega_o (L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(s)})\, \dot{q}^{3'} -$$

$$- \omega_o \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{6'} + R_1\, \dot{q}^{2'} = \sqrt{\frac{3}{2}}\, E_m,$$

$$(L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(sw)}) \frac{d\dot{q}^{3'}}{dt} + \frac{3}{2} M_{(sw)} \frac{d\dot{q}^{6'}}{dt} + \omega_o (L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(s)})\, \dot{q}^{2'} +$$

$$+ \omega_o \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{5'} + R_1\, \dot{q}^{3'} = 0,$$

$$(L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)}) \frac{d\dot{q}^{5'}}{dt} + \frac{3}{2} M_{(sw)} \frac{d\dot{q}^{2'}}{dt} + p(L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)})\, \dot{q}^{6'}\, \dot{q}^{7'} +$$

$$+ p\, \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{3'}\, \dot{q}^{7'} - \omega_o (L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)})\, \dot{q}^{6'} -$$

$$- \omega_o \frac{3}{2} M_{(sw)}\, \dot{q}^{3'} + R_2\, \dot{q}^{5'} = 0,$$

$$(L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)}) \frac{d\dot{q}^{6'}}{dt} + \frac{3}{2} M_{(sw)} \frac{d\dot{q}^{3'}}{dt} - p(L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)})\, \dot{q}^{5'}\, \dot{q}^{7'} -$$

$$- p \frac{3}{2} M_{(sw)} \dot{q}^{2'} \dot{q}^{7'} + \omega_o (L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)} \dot{q}^{5'} +$$

$$+ \omega_o \frac{3}{2} M_{(sw)} \dot{q}^{2'} + R_2 \dot{q}^{6'} = 0,$$

$$\frac{d}{dt} (J \dot{q}^7) + p \frac{3}{2} M_{(sw)} (\dot{q}^{2'} \dot{q}^{6'} - \dot{q}^{3'} \dot{q}^{5'}) + h \dot{q}^{7'} + m = 0. \tag{25}$$

Wprowadzamy następujące oznaczenia

$$x^1 = q^2, \quad x^2 = q^3, \quad x^3 = q^5, \quad x^4 = q^6, \quad x^5 = q^7, \quad u = E_m \tag{26}$$

Układ równań (25) można wówczas napisać w postaci

$$\frac{dx^1}{dt} = - h_{11} x^1 + h_{12} x^2 + h_{13} x^3 + h_{145} x^4 x^5 + h_{125} x^2 x^5 + b_1 u,$$

$$\frac{dx^2}{dt} = - h_{21} x^1 - h_{22} x^2 + h_{24} x^4 - h_{235} x^3 x^5 - h_{215} x^1 x^5,$$

$$\frac{dx^3}{dt} = h_{31} x^1 - h_{33} x^3 + h_{34} x^4 - h_{345} x^4 x^5 - h_{325} x_2 x_5 - b_2 u, \tag{27}$$

$$\frac{dx^4}{dt} = h_{42} x^2 - h_{43} x^3 - h_{44} x^4 + h_{435} x^3 x^5 + h_{415} x^1 x^5,$$

$$\frac{dx^5}{dt} = - h_{55} x^5 + h_{525} (x^2 x^3 - x^1 x^4) - b_3 m,$$

gdzie

$$h_{11} = h_{22} = \frac{R_1 (L_{(rw)} - \frac{3}{2} M_{(w)})}{o}$$

$$h_{12} = h_{21} = \omega_o$$

$$h_{31} = h_{42} = \frac{R_2 \frac{3}{2} M_{(sw)}}{o}$$

$$h_{33} = h_{44} = \frac{R_2 (L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(s)})}{o}$$

$$h_{34} = h_{43} = \omega_o$$

$$o = (L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(s)})(L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)}) - (\frac{3}{2} M_{(sw)})^2$$

$$h_{145} = h_{235} = \frac{p(L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)})\frac{3}{2} M_{(sw)}}{o}$$

$$h_{125} = h_{215} = \frac{p(\frac{3}{2} M_{(sw)})^2}{o}$$

$$h_{325} = h_{415} = \frac{p(L_{(rs)} + \frac{3}{2} M_{(s)})(L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)})}{o}$$

$$b_1 = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{L_{(rw)} + \frac{3}{2} M_{(w)}}{o}$$

$$b_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}\frac{\frac{3}{2} M_{(sw)}}{o}$$

$$b_1 = \frac{1}{J}.$$

Z układu równań (27) przy zadanych warunkach początkowych możemy wyznaczyć ruch układu elektromaszynowego jakim jest silnik asynchroniczny obciążony momentem m.

Z piątego równania układu (25) wynika, że moment elektromagnetyczny maszyny asynchronicznej jest równy

$$m_{(em)} = p\,\frac{3}{2} M_{(sw)}(x^2 x^3 - x^1 x^4), \tag{28}$$

gdzie x^2, x^3, x^1, x^4 są rozwiązaniami układu (27).
Układ równań (27) pozwala nam nie tylko przewidzieć zachowanie się układu elektromagnetycznego w różnych stanach pracy, lecz również staje się punktem wyjścia w poszukiwaniu sterowań "u" najbardziej wskazanych dla danego układu.

LITERATURA

1. Baron B.: O pewnym sposobie identyfikacji układów elektromechanicznych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka 38. 1973.

МАШИНА АСИНХРОННЧЕСКАЯ БЕСКОМУТАТОРНАЯ КАК РАСПОЛОЖЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЕ

Р е з ю м е

В этой работе идентифицировано машину асинхроничную как динамическую систему, используя выводы предыдущей работы. С целью выведения динамики самой машины принято, что механическая часть сопряжённая с валом машины имеет только одну степень свободы.

THE ASYNCHRONOUS COMMUTATORLESS MACNINE AS DYNAMIC SYSTEM

S u m m a r y

In this work asynchronous machine is identified with a dynamic system. The results presented in the previous work are used in this one. In order to show dynamic of the maschine it is assumed that mechanical part of the machine coupled with its shaft has only one degree of freedom.