

Władysław Paszek  
Instytut Metrologii  
i Maszyn Elektrycznych

Zdzisław Janson,  
Zygmunt Rozewicz  
ZPBE Energopomiar

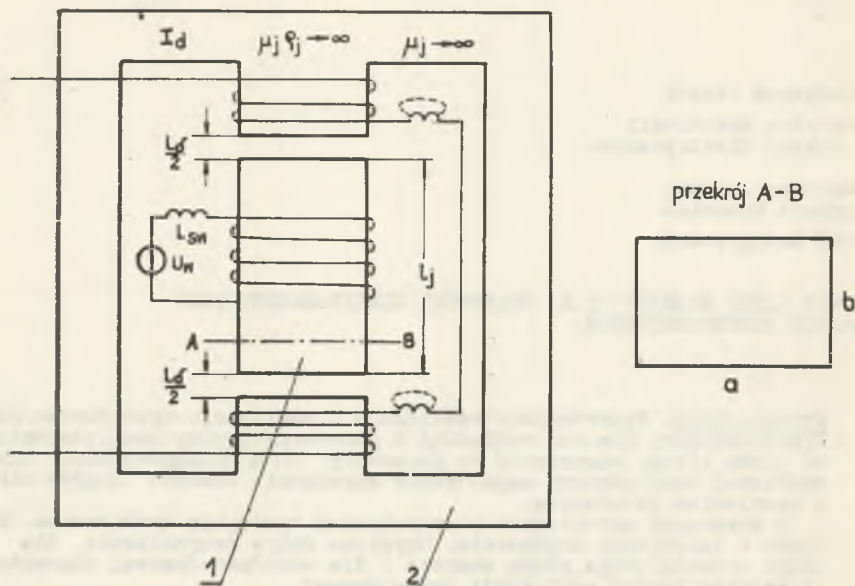
#### WPLYW LITEJ MAGNEŚNICY NA WŁASNOŚCI ELEKTROMAGNETYCZNE MASZYN SYNCHRONICZNYCH

**Streszczenie.** Wyprowadzono reaktancje i admitancje operatorowe maszyny synchronicznej dla osi wzdłużnej i poprzecznej przy uwzględnieniu wpływu bloku litego magneśnicy na parametry elektromagnetyczne. Dla osi wzdłużnej uwzględniono magnetyczne sprzężenie obwodów prądów wirowych z uzwojeniem wzbudzenia.

W czasowych przebiegach niustalonych występują kombinowane funkcje błędu o zespolonym argumentie. Uzyskano dobre przybliżenie dla przebiegu niustalonego prądu zwarcia i dla modułowo-fazowej charakterystyki częstotliwości admitancji operatorowej.

#### 1. Wstęp

W klasycznej analizie maszyny synchronicznej obwody prądów wirowych w bloku litym zastąpione są przez dwa obwody sprzężone, z których jeden odpowiada podstawowej strudze prądów wirowych, a drugi strudze przypowierzchniowej. Tymczasem nawet zastąpienie bloku litego bardzo dużą liczbą obwodów prądów wirowych nie umożliwi stworzenia wystarczająco dokładnego matematycznego opisu modelu obwodu magnetycznego. Ścisłejsze postacie transmitancji operatorowych stanowiących podstawę do analizy maszyny synchronicznej można uzyskać przez zastąpienie bloku litego magneśnicy z uzwojeniem wzbudzenia modelem obwodu magnetycznego przedstawionym na rysunku 1. Badania analityczne tych problemów prowadzili B. Adkins [2], I. Basta [1] i I.M. Canay [4]. Badania wpływu bloku litego magneśnicy na przebiegi niustalone maszyn synchronicznych, zwłaszcza w turbogeneratorach, mają bardzo duże znaczenie praktyczne.



Rys. 1. Model obwodu magnetycznego z blokiem litym zastąpionym równoważnym prostopadkościanem

1 - rdzeń lity, 2 - jarko idealnie pakietowane

## 2. Założenia upraszczające, stała czasowa bloku litego

Przyjmuje się pięć założeń upraszczających. Niezbędne jest przyjęcie liniowych związków (nienasycony obwód magnetyczny), co pozwoli na posłużenie się rachunkiem operatorowym. Obszar szczeliny uważa się za przewodnik magnetyczny o stałym oporze połączony szeregowo ze skomplikowanym przewodnikiem magnetycznym jakim jest blok lity (na skutek oddziaływania prądów wirowych w stanach nieustalonych). Strumień rozproszenia uzwojenia wzbudzenia sprzęga się z uzwojeniem wzbudzenia i częściowo z obwodem prądów wirowych bloku litego. Wystąpi to, jeśli linie indukcji magnetycznej pola głównego magnesu przebiegają poza obszarem bezpośredniej bliskości rdzenia w szczelinie powietrznej, równoległe do osi rdzenia, tworząc w tej części szczeliny pole jednorodne. Spełnienie tego wymaga założenia dużej szczeliny powietrznej między rdzeniem litym a twornikiem pakietowanym. Założenie stałej przewodności magnetycznej dla strumienia rozproszenia uzwojenia wzbudzenia pozwala na pominięcie wpływu prądów wirowych na strumień rozproszenia, zależny w tym przypadku wyłącznie od wartości prądu wzbudzenia. Zakłada się również rozpatrywanie przebiegów nieustalonych przy zerowych warunkach początkowych, jednakże metodą superpozycji można wyznaczyć dowolny przebieg nieustalony rozpoczynający się od poprzedzają-

cego niezerowego stanu statycznego. W celu przeprowadzenia wyłącznie analizy oddziaływania tłumiącego prądów wirowych w bloku litym założono, że magneśnica nie powiada uzwojenia klatki tłumiącej.

W oparciu o [3] i [11] wyprowadzono zależność

$$R_{mj}(p) \approx \sqrt{\frac{p}{\mu_j \rho_j}} \cdot \frac{l_j}{2(a+b)} \quad (1)$$

przedstawiającą operatorowy opór magnetyczny rdzenia litego o rezystywności  $\rho_j$  i przenikalności magnetycznej  $\mu_j$  ( $l_j$ ,  $a$  i  $b$  - wymiary geometryczne rdzenia).

Opór magnetyczny szczeliny powietrznej

$$R_{m\delta} = \frac{l_\delta}{S_f \mu_0} \quad (2)$$

gdzie

$l_\delta$  - długość szczeliny,

$S_f$  - powierzchnia żelaza.

Jeśli oznaczyć

$$\sqrt{T_{jd}} = \frac{l_j S_f \mu_0}{l_\delta (a+b) 2 \sqrt{\mu_j \rho_j}}$$

to opór magnetyczny szeregowego połączenia szczeliny powietrznej i rdzenia wyniesie

$$R_{mj\delta} = \frac{l_\delta}{S_f \mu_0} + \frac{l_j}{2(a+b)} \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{\mu_j \rho_j}} = \frac{l_\delta}{S_f \mu_0} (1 + \sqrt{p T_{jd}}) \quad (3)$$

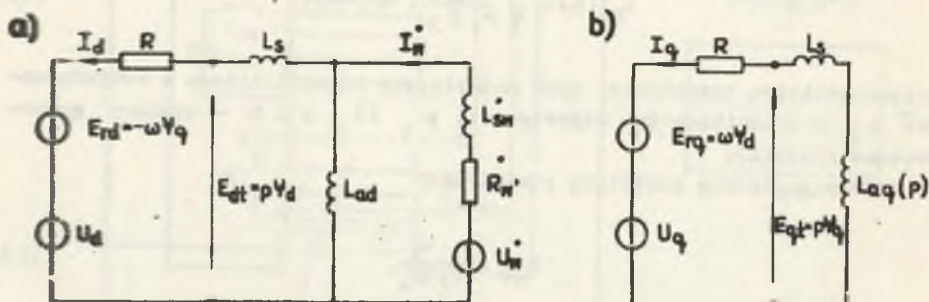
a operatorowa indukcyjność oddziaływania twornika

$$L_{ad}(p) = \frac{z^2}{R_{mj\delta}} = L_{ad} \frac{1}{1 + \sqrt{p T_{jd}}} \quad (4)$$

Stała czasowa  $T_{jd}$  obliczona jest wprawdzie dla modelu rdzenia o przekroju prostokątnym jednak rzeczywista bryła wznika w polu magnetycznym maszyny może być zastąpiona z dobrym przybliżeniem równoważnym prostokądnociągiem.

## 3. Schemat zastępczy i transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej

Schematy zastępcze maszyny synchronicznej w osiach  $d$  i  $q$  przy sprowadzeniu obwodu magnetyczny na stronę twornika przedstawione są na rys. 2. Prądy wirowe powodują uzależnienie indukcyjności oddziaływania od operatora  $p$ .



Rys. 2. Schemat zastępczy maszyny synchronicznej  
a) w osi podłużnej  $d$ , b) w osi poprzecznej  $q$

Indukcyjności rozproszenia twornika  $L_s$  i uzwojenia wzbudzenia  $L_{sw}$ , zasilane odpowiednio prądami  $I_d$  (lub  $I_q$ ) oraz  $I_w$  reprezentują liniozwoje indywidualnych rozprożeń elektromagnetycznych proporcjonalnych do prądu  $I_d$  ( $I_q$ ) bądź  $I_w$ .

W przypadku maszyny z biegunami utajonymi (turbogeneratory) występuje praktycznie symetria magnetyczna w osiach  $d$  i  $q$ , natomiast w maszynach z biegunami wydatnymi (hydrogeneratory) wpływ prądów wirowych w osi poprzecznej jest mniejszy niż w osi podłużnej ( $T_{jq} \ll T_{jd}$ ) i w wielu przypadkach może być pominięty.

Przy zerowych warunkach początkowych wystąpią zależności liniowe pomiędzy liniozwojami twornika  $\Psi_d(p)$  a prądem twornika  $I_d(p)$  i napięciem wzbudzenia  $U_w^*(p)$  oraz pomiędzy prądem twornika  $I_d(p)$  a napięciem wzbudzenia  $U_w^*(p)$ :

$$\omega_N \Psi_d(p) = -X_d(p) I_d(p) + G_w^*(p) \frac{U_w^*(p)}{R_w} X_{ad} \quad (5a)$$

$$I_w^*(p) = H^*(p) \frac{U_w^*(p)}{R_w} + K^*(p) I_d(p) \quad (5b)$$

Przyjmując odpowiednio  $U_w^*(p) = 0$  bądź  $I_d(p) = 0$  otrzymuje się z (5a) i (5b) transmitancje operatorowe maszyny synchronicznej

$$X_d(p) = \left[ \frac{-\omega_N \Psi_d(p)}{I_d(p)} \right]_{U_w^*(p)=0} \quad (6a)$$

$$G_w^*(p) = \frac{R_w^*}{X_{ad}} \left[ \frac{\omega_N \Psi_d(p)}{U_w^*(p)} \right]_{I_d(p)=0} \quad (6b)$$

$$H^*(p) = R_w^* \left[ \frac{I_w^*(p)}{U_w^*(p)} \right]_{I_d(p)=0} \quad (6c)$$

$$K^*(p) = \left[ \frac{I_w^*(p)}{U_w^*(p)} \right]_{I_d(p)=0} \quad (6d)$$

przy czym relacja (6d) wynika z zasady wzajemności między obwodem twornika a obwodem wzbudzenia.

Po przekształceniach otrzymamy

$$K^*(p) = \frac{p}{\omega_N} G_w^*(p). \quad (6d')$$

Ogólne równanie transmitancji maszyny synchronicznej zdefiniowanych w wyrażeniach (6) i uwzględniających blok lity wirnika ma postać następującą:

$$F(p) = K_0 \frac{A_3 p \sqrt{p} + A_2 p + A_1 \sqrt{p} + 1}{B_3 p \sqrt{p} + B_2 p + B_1 \sqrt{p} + 1}.$$

Formy poszczególnych transmitancji wynikają z równań (5) i (6) oraz z schematu zastępczego maszyny synchronicznej. Reaktancja operatorowa:

$$X_d(p) = X_d \frac{p \sqrt{p T_{jd}^T} T_w \epsilon_w \epsilon_s + p T_w \epsilon + \sqrt{p T_{jd}^T} \epsilon_s + 1}{p \sqrt{p T_{jd}^T} T_w \epsilon_w + p T_w + \sqrt{p T_{jd}^T} + 1} \quad (7a)$$

oraz admittanceja

$$Y_d(p) = \frac{1}{X_d} \frac{F \sqrt{p T_{jd}^T} T_w \epsilon_w + p T_w + \sqrt{p T_{jd}^T} + 1}{p \sqrt{p T_{jd}^T} T_w \epsilon_w \epsilon_s + p T_w \epsilon + \sqrt{p T_{jd}^T} \epsilon_s + 1} \quad (7b)$$

przy czym przyjęto następujące oznaczenie:

$$T_w = \frac{L_w}{R_w} = \frac{L_{ad} + L_{sw}^*}{R_w^*}$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_{ad}^2}{L_d L_w^*} = \sigma_w + \sigma_s - \sigma_w \sigma_s$$

$$\sigma_s = \frac{L_s}{L_d} \quad (8)$$

$$\sigma_w = \frac{L_{sw}^*}{L_w^*}$$

$$X_d = \omega_N L_d = \omega_N (L_s + L_{ad}).$$

Wyrażenie (7a) można przekształcić

$$X_d(p) = X_d \frac{(1 + pT_w \sigma)(1 + \frac{\sigma_s \sigma_w}{\sigma} \sqrt{pT_{jd}}) + \sigma_s (1 - \frac{\sigma_w}{\sigma}) \sqrt{pT_{jd}}}{(1 + pT_w)(1 + \sigma_w \sqrt{pT_{jd}}) + (1 - \sigma_w) \sqrt{pT_{jd}}} \quad (9)$$

Jeśli  $T_{jd} \ll T_w$  wystarczająco dokładne będzie pierwsze przybliżenie reakcji operatorowej

$$X_d(p) \approx X_d \frac{(1 + pT_w \sigma)(1 + \frac{\sigma_s \sigma_w}{\sigma} \sqrt{pT_{jd}})}{(1 + pT_w)(1 + \sigma_w \sqrt{pT_{jd}})} \quad (10)$$

Oznaczając

$$T_w = T_{do}^*$$

$$\sigma T_w = T_d^*$$

$$\left(\frac{\sigma_s \sigma_w}{\sigma}\right)^2 T_{jd} = T_{bd} \quad (11)$$

$$\sigma_w^2 T_{jd} = T_{bdo}$$

równanie (10) przyjmie postać

$$X_d(p) \approx X_d \frac{(1 + pT_d^*) (1 + \sqrt{pT_{bd}'})}{(1 + pT_{do}^*) (1 + \sqrt{pT_{bd}'})} \quad (12a)$$

i odpowiednio

$$Y_d(p) \approx \frac{1}{X_d} \frac{(1 + pT_{do}^*) (1 + \sqrt{pT_{bdo}'})}{(1 + pT_d^*) (1 + \sqrt{pT_{bd}'})} \quad (12b)$$

Przy założeniu

$$T_{do}^* > T_d^* \gg T_{bdo}' > T_{bd}' \quad (13)$$

oraz po rozłożeniu  $X_d(p)$  lub  $Y_d(p)$  na ułamki proste otrzymuje się

$$X_d(p) \approx X_d + (X_d^* - X_d) \frac{pT_{do}^*}{1 + pT_{do}^*} + (X_s - X_d^*) \frac{\sqrt{pT_{bdo}'}}{1 + \sqrt{pT_{bdo}'}} \quad (14a)$$

oraz

$$Y_d(p) \approx \frac{1}{X_d} + \left(\frac{1}{X_d^*} - \frac{1}{X_d}\right) \frac{pT_d^*}{1 + pT_d^*} + \left(\frac{1}{X_s} - \frac{1}{X_d^*}\right) \frac{\sqrt{pT_{bd}'}}{1 + \sqrt{pT_{bd}'}} \quad (14b)$$

gdzie  $X_d^* + X_d \sigma = X_d \frac{T_d^*}{T_{do}^*}$

$$X_s = X_d \sigma = \lim_{p \rightarrow \infty} X_d(p) = X_d^* \sqrt{\frac{T_{db}}{T_{dbo}}} = X_d^* \frac{\sigma_x}{\sigma}$$

Analogicznie dla osi poprzecznej będzie

$$X_q(p) = X_q \frac{1 + \sqrt{pT_{bq}'}}{1 + \sqrt{pT_{bqo}'}} \quad (15a)$$

oraz

$$Y_q(p) = \frac{1}{X_q} \frac{1 + \sqrt{pT_{bqo}'}}{1 + \sqrt{pT_{bq}'}} \quad (15b)$$

Zbiór podstawowych parametrów elektromagnetycznych maszyny synchronicznej z litym blokiem magnetycy obejmuje

$$X_d, X_{bd}, X_s, T_{do}^*, T_d^*, T_{bdo}, T_{bd}, T_{jd}, R_w,$$

$$X_q, T_{qo}^*, T_q^*, T_{bqo}, T_{bq}, T_{jq}.$$

Posłużenie się ścisłymi formami reaktancji i transmitancji operatorowych powoduje trudności przy przejściu na postać czasową.

Mianowniki transmitancji operatorowych maszyny synchronicznej posiadają jeden pierwiastek rzeczywisty ujemny oraz dwa pierwiastki zespolone sprzężone o częściach rzeczywistych ujemnych. Można przyjąć, że części rzeczywiste pierwiastków zespolonych mianownika admitancji operatorowej są równe zeru. Daje to uproszczenie analizy, a jednocześnie dobre przybliżenie dla przeciętnych parametrów generatorów.

#### 4. Nieustalone zwarcie symetryczne twornika

Rozważane są przebiegi podczas nieustalonego zwarcia symetrycznego twornika przy stałej znamionowej prędkości wirowania i przy biegu jałowym generatora synchronicznego o stałym napięciu wzbudzenia.

Z schematów zastępczych w osiach  $d$  i  $q$  wynika

$$\left. \begin{aligned} I_d(p) &= U_q \frac{\omega_r X_d(p)}{M(p)} \\ I_q(p) &= U_q \frac{Z_d(p)}{M(p)}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

gdzie  $M(p) = Z_d(p) Z_q(p) + \omega_r^2 X_d(p) X_q(p)$ ,

przy czym

$$Z_{d,q}(p) = R + \frac{p}{\omega_r} X_{d,q}(p).$$

Przy uwzględnieniu nierówności (13) i zakładając ponadto  $\omega \gg 0$  (ściśle przy  $\omega \rightarrow \infty$ )

$$I_k(t) \approx I_{da}(t) \cos(\psi_{ok} + \omega t) - I_A(t) \cos \psi_{ok}, \quad (17)$$

gdzie  $k = a, b, c$  - fazy twornika,  $\omega_r = \frac{3}{2} \frac{\omega}{H}$



$$I_{da}(t) \approx \frac{U_g}{\omega} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{pX_d(p)} \right\}$$

$$I_A(t) \approx \frac{U}{\omega} \frac{1}{X_s} e^{-\frac{t}{T_a}},$$

gdzie  $T_a \approx \frac{X_s}{\omega I_R}$ .

Korzystając z pierwszego przybliżenia (równanie 14b):

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{pX_d(p)} \right\} \approx \frac{1}{X_d} + \left( \frac{1}{X_s} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} + \left( \frac{1}{X_s} - \frac{1}{X_d} \right) \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \frac{\sqrt{pT_{bd}}}{1 + \sqrt{pT_{bd}}} \right\}. \quad (18)$$

Odwrotna transformata funkcji trzeciego członu równania (18):

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \frac{\sqrt{pT_{bd}}}{1 + \sqrt{pT_{bd}}} \right\} = e^{-\frac{t}{T_{bd}}} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{t}{T_{bd}}} \right),$$

gdzie  $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} e^{-x^2} dx$ .

Funkcja  $\operatorname{erfc}(x)$  jako dopełnienie całki błędu Gaussa jest dostępna w postaci tabel bądź wykresu. Można posłużyć się jej dobrym przybliżeniem wykładniczym [11].

$$e^{-\frac{t}{T_{bd}}} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{t}{T_{bd}}} \right) \approx 0,32 e^{-\frac{1}{0,05 T_{bd}} t} + 0,4 e^{-\frac{1}{1,25 T_{bd}} t} + 0,2 e^{-\frac{1}{17 T_{bd}} t} + 0,08 e^{-\frac{1}{300 T_{bd}} t}.$$

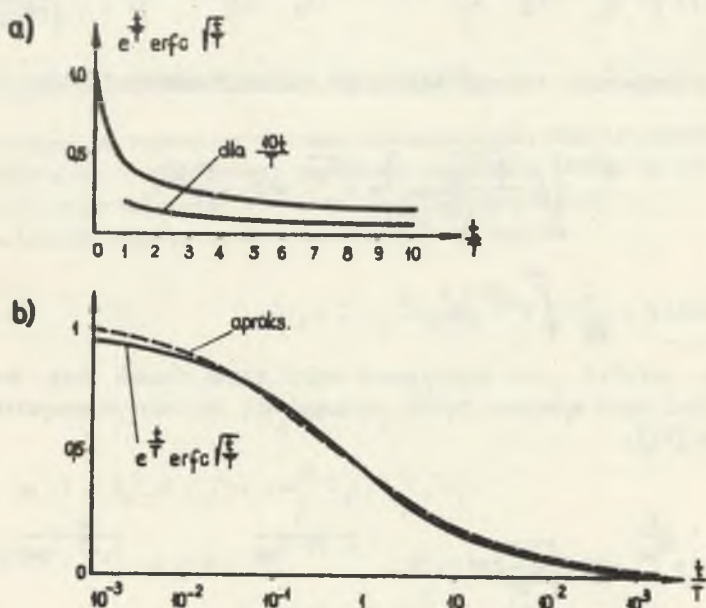
Funkcja ta określa przebieg spowodowany przez blok lity magnesy.

Rys. 3 przedstawia funkcję  $e^{-\frac{t}{T}} \operatorname{erfc}(\sqrt{\frac{t}{T}})$  i jej aproksymację wielowykładniczą. Funkcja aproksymująca pochodzi z przybliżenia charakterystyki modułowo-fazowej

$$\left( \frac{\sqrt{pT_{bd}}}{1 + \sqrt{pT_{bd}}} \right) \quad \text{dla } 0 < \omega < \infty$$

$p = j\omega$

za pomocą funkcji ułamkowej wymiernej

$$\frac{p^3 \prod_{i=1}^3 (1 + pT_{ai})}{\prod_{k=1}^4 (1 + pT_{ck})}$$


Rys. 3. Funkcja  $e^{-\frac{t}{T}} \operatorname{erfc}(\sqrt{\frac{t}{T}})$  i jej aproksymacja wielowykładnicza  
a) dla  $0 \leq \frac{t}{T} \leq 10$ , b) dla większego zakresu  $\frac{t}{T}$

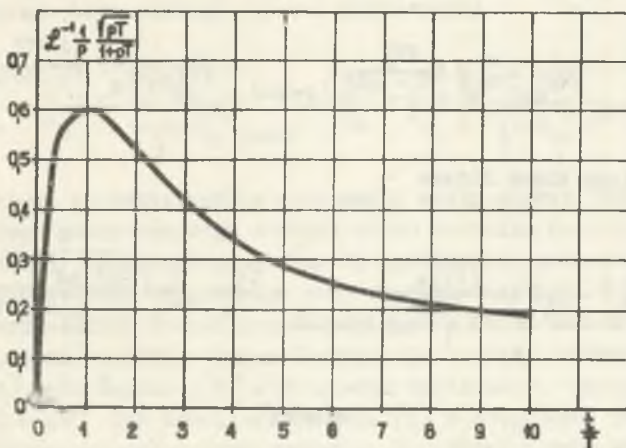
Po upływie dwóch stałych czasowych  $T_{bd}$  funkcja zmniejsza swoją wartość w przybliżeniu o  $e^{-2}$  część wartości początkowej, co orientuje o rozbieżności tej funkcji od przebiegu jednowykładniczego, który występuje w przebiegu podprzejściowym wytworzonym przez jednoobwodową klatkę tłumiącą.

Błędy wynikające z aproksymacji reaktancji i transmitancji operatorowych równaniami (14a i b) rosną w miarę, gdy zbliżają się do siebie wartości stałych czasowych bloku litego i obwodu uzwojenia wzbudzenia (np. przy odwzbudzaniu maszyny synchronicznej za pomocą wtrącenia w obwód wzbudzenia rezystancji rozładowniczej). Metoda przechodzenia z postaci operatorowej na postać czasową nieaproksymowanej reaktancji operatorowej wynika z rozłożenia jej na ułamki proste. Utrudnienie obliczeń powoduje konieczność znajdowania miejsc zerowych wielomianu 3 stopnia i posługiwania się skomplikowanymi wyrażeniami matematycznymi przy przechodzeniu na postać czasową z formy operatorowej.

Można z dobrym przybliżeniem założyć, że zespolone dwa pierwiastki wielomianu admitancji operatorowej są czysto urojone. W tym szczególnym przypadku

$$\mathcal{L}^{-1} \frac{1}{pX_d(p)} = \frac{1}{X_d} + B e^{-\frac{t}{T_1}} + C \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{pT_1}}{1 + pT_1} \right\} + D e^{\frac{t}{T_2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{t}{T_2}\right). \quad (19)$$

Współczynniki B, C, D można wyznaczyć z porównania współczynników przy wyrazach wielomianu licznika  $\frac{1}{X_d(p)}$  i przy sprowadzonej do wspólnego mianownika postaci ułamków prostych.



Rys. 4. Odwrotna transformata funkcji  $\frac{1}{p} \frac{\sqrt{pT}}{1 + pT}$

Transformatę trzeciego składnika prawej strony równania (19) przedstawia rys. 4. Przy pominięciu trzeciego składnika otrzymuje się postać równania jak w równaniu (18) z tym, że stałe czasowe  $T_1$  i  $T_2$  wy-

znaczącą miejsca zerowe wielomianu mianownika  $\frac{1}{X_d(p)}$ . Z dobrym przybliżeniem można aproksymować stałe B, C i D odpowiednio do wartości

$$\left(\frac{1}{X_r} - \frac{1}{X_d}\right), \quad \left(\frac{1}{X_s} - \frac{1}{X_d}\right) \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}, \quad \left(\frac{1}{X_s} - \frac{1}{X_r}\right).$$

Przybliżona wartość stałych czasowych

$$T_1 \approx T_w \delta, \quad T_2 \approx \left(\frac{\delta w \delta s}{\delta}\right)^2 T_{jd}.$$

Wykres funkcji określającej odwrotną transformatę wyrazu trzeciego równania (24) podano na rys. 4.

##### 5. Modułowo-fazowa charakterystyka admitancji operatorowej

Wykorzystując równania przybliżone (14b) odwrotności reaktancji operatorowej można wykazać, że charakterystyki modułowo-fazowe przy  $0 < \omega < \infty$  są złożone z dwóch okręgów składowych: okręgu wpływu uzwojenia wzbudzenia

$$\left(\frac{1}{X_r} - \frac{1}{X_d}\right) \left(\frac{pT_d'}{1 + pT_d'}\right)_{(p=j\omega)} = \left(\frac{1}{X_r} - \frac{1}{X_d}\right) \frac{j\omega T_d'}{1 + j\omega T_d'} \quad (20a)$$

i okręgu wpływu bloku litego

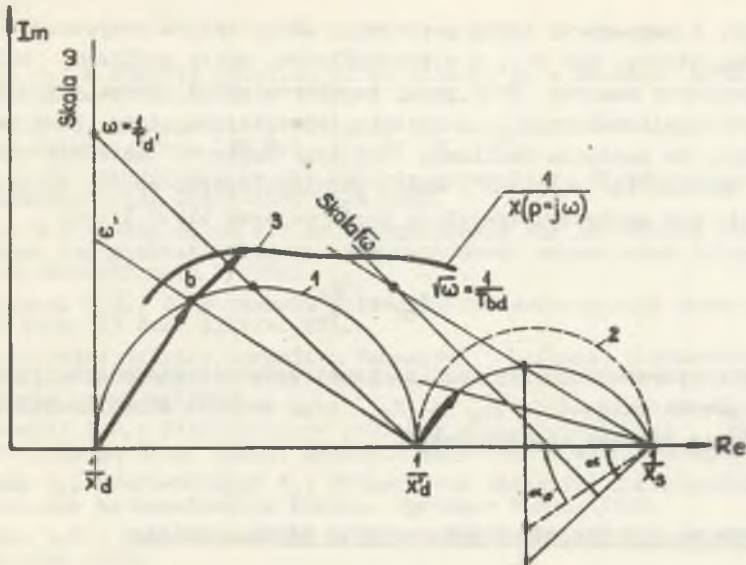
$$\left(\frac{1}{X_s} - \frac{1}{X_d}\right) \left(\frac{\sqrt{pT_{bd}'}}{1 + \sqrt{pT_{bd}'}}\right)_{(p=j\omega)} = \left(\frac{1}{X_s} - \frac{1}{X_d}\right) \frac{\sqrt{\omega T_{bd}' e^{j\alpha}}}{1 + \sqrt{\omega T_{bd}' e^{j\alpha}}}, \quad (20b)$$

przy czym

$$\alpha = 45^\circ.$$

Rysunek 5 przedstawia te okręgi z zaznaczoną liniową skalą częstotliwości bądź pierwiastka z częstotliwości dla okręgu wpływu bloku litego. Okrąg wpływu bloku litego posiada środek przesunięty do czwartej ćwiartki układu współrzędnych.

Wypadkowa charakterystyka modułowo-fazowa wynika z dodania dla każdej częstotliwości składowych wskazów, których groty ślizgają się po okręgu przejściowym i podprzejściowym.



Rys. 5. Charakterystyki modułowo-fazowe admittancej operatorowej  
 1 - okrąg wpływu uzwojenia wzbudzenia, 2 - okrąg wpływu bloku litego, 3 - charakterystyka modułowo-fazowa

Równanie okręgu bloku litego dla osi poprzecznej

$$\left(\frac{1}{x_s} - \frac{1}{x_q}\right) \left(\frac{\sqrt{pT_{bq}}}{1 + \sqrt{pT_{bq}}}\right)_{p=j\omega} = \left(\frac{1}{x_s} - \frac{1}{x_q}\right) \frac{\sqrt{\omega T_{bq}} e^{j\alpha}}{1 + \sqrt{\omega T_{bq}} e^{j\alpha}} \quad (20c)$$

Modułowo fazowa charakterystyka admittancej służy między innymi do wyznaczenia miejsca geometrycznego wektora prądu twornika przy pracy asynchronicznej maszyny synchronicznej oraz do wyznaczenia momentów tłumiących maszyny w czasie kołysań wirnika np. przy resynchronizacji. Przy wyzyskaniu przybliżonej analizy wpływu prądów wirowych w litym nasyconym rdzeniu magnetycznym przemagnesowanym sinusoidalnie tj. teorii Rosenberga [13], Rüdemberga [14] bądź Nejmana [9] w przypadku nieliniowej charakterystyki magnesowania  $B = KH^n$  lub teorii Mc Connella [5] w przypadku prostokątnej charakterystyki magnesowania stała czasowa  $T_b$  bloku litego maleje odpowiednio do stanu nasycenia rdzenia oraz maleje odpowiednio kąt  $\alpha$  z wartości  $45^\circ$  do wartości  $\alpha_n$ . Przy potęgowej charakterystyce magnesowania rdzenia [8]  $\alpha_n = \arctg \frac{n+1}{2n}$ . Przeciętne  $\alpha_n$  maleje z  $45^\circ$  do  $26^\circ \dots 32^\circ$ . Przy prostokątnej charakterystyce magnesowania rdzenia [5]  $\alpha_n = \arctg \frac{1}{2}$ ;  $\alpha_n = 26^\circ 34'$ .

Na rys. 5 zaznaczono linią przerywaną okrąg wpływu nasyconego rdzenia litego magnesnicy. Kąt  $\alpha_n$ , a w szczególności skala poślizgu, zależy od stanu nasycenia maszyny. Przy pracy asynchronicznej można przyjąć stałą wartość indukcji maksymalnej w rdzeniu, określającą jego stan nasycenia odpowiednio do napięcia zasilania twornika. Napięciu zasilania twornika odpowiada zarówno kąt  $\alpha_n$ , jak i skala poślizgu okręgu wpływu bloku litego. Pożyczenie się zastępczą zespoloną stałą czasową bloku litego

$$T_{bn} e^{j^2 \alpha_n}$$

w równaniu operatorowym dla analizy przebiegów nieustalonych jest utrudnione z powodu zmienności  $\alpha_n$  i  $T_{bn}$  przy zmianie stanu nasycenia rdzenia w czasie procesu nieustalonego.

## 6. Praktyczna przydatność przedstawionej metody analizy

Przy analizie maszyny synchronicznej, a w szczególności przy obliczaniu przebiegów nieustalonych turbogeneratorów można uwzględnić blok lity wirnika odpowiednio do przedstawionego modelu matematycznego. Umożliwia to uzyskanie lepszej aproksymacji rzeczywistych i obliczonych przebiegów nieustalonych w porównaniu do aproksymacji za pomocą dwóch zastępczych obwodów elektrycznych magnesnicy o stałych skupionych.

Przedstawiona aproksymująca funkcja wielowyzkładnicza  $e^{-t/T_{bd}} \operatorname{erfc}(\sqrt{\frac{t}{T_{bd}}})$  zawiera składniki zanikające ze stosunkowo dużą stałą czasową  $17 T_{bd}$  i  $300 T_{bd}$ . W przypadku turbogeneratorsa, w którym udział bloku litego jest znacznie większy niż w maszynach z biegunami wydajnymi, te duże stałe czasowe wyraźnie wpływają na przejściowy przebieg prądu zwarcia generatora. Utrudnia to pomiarowe określenie parametrów elektromagnetycznych turbogeneratorów. Wyznaczenie parametrów bloku litego na podstawie oscylografowania zwarcia jest skomplikowane, wymaga analizy wielu oscylogramów zdjętych przy różnych wartościach reaktancji zewnętrznej. Jeśli uwzględni się jeszcze upraszczające założenie liniowej charakterystyki magnesowania rdzenia, będące podstawą do obliczania elementów w schemacie zastępczym maszyny (operowania średnią charakterystyką magnesowania), stają się zrozumiałe dość duże rozbieżności przebiegów pomiarowych i obliczonych na podstawie schematu zastępczego bazującego na równoważnych skupionych obwodach zastępczych bloku litego magnesnicy. W przypadku maszyn z biegunami wydajnymi blok lity wpływa głównie na przebieg podprzejściowy. W przeciegu przejściowym udział bloku litego jest tak mały, że może być praktycznie pominięty.

## LITERATURA

1. Basta J.: A complex solution of conditions in a machine with massive poles. Acta Technica CSAV 1967. 5 Praha.
2. Bharali P., Adkins B.: Operational impedances of turbogenerators with solid rotors. Proc. IEE Vol. 10, Nr 12, 1963.
3. Bühler H.: Einführung in die Theorie geregelter Gleichstromantriebe. Birkhäuserverlag Basel-Stuttgart 1962.
4. Canay M.: Ersatzschema der Synchronmaschine zur Berechnung von Polradgrößen bei nichtstationären Vorgängen sowie asynchronen Anlauf. Brown Boveri Mitteilungen 2/1969.
5. Mc Connel H.M.: Eddy current phenomena in ferromagnetic materials. Tr. AIEE 1954, 73 Part I, str. 226.
6. Jahnke-Ende: Tablicy funkcji z formułami i krzywymi. Gosudarstwiennoje Izdatielstwo Techniko-teoriticheskoj literatury. Moskwa 1949 (przekład z języka niemieckiego).
7. Kazowski E.J.: Pierechodnyje processy w elektriceskich maszynach pieremiennogo toka. Izdat. Akademii Nauk ZSRR Moskwa-Leningrad 1962.
8. Magnus W., Oberhettinger F.: Formeln und Sätze für die speziellen Funktionen der mathematischen Physik. Springer Verlag 1948.
9. Nejman I.R.: Powierchnostnyj efekt w ferromagnitnych tieżach. Moskwa-Leningrad 1949.
10. Paszek W.: Podstawowe parametry elektromagnetyczne maszyny synchronicznej i metody ich pomiaru. Archiwum Elektrotechniki 3/1962.
11. Paszek W., Glinka T.: Wyznaczenie dynamicznej strefy beziskrowej komutacji maszyn prądu stałego na podstawie charakterystyk częstotliwości. Archiwum Elektrotechniki 1/1970.
12. Paszek W.: Wzmacniacze elektromaszynowe i transduktorowe w przemyśle ciężkim. Wyd. Śląsk 1971.
13. Rosenberg P.: Wirbelströme im massiven Eisen. Elektrotechnik u. Maschinenbau 1923, str. 317.
14. Rüdénberg R.: Sammlung elektrischer Vorträge. Stuttgart. Vol. 10, 1906.

## ВЛИЯНИЕ МАССИВНОГО РОТОРА НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ СВОЙСТВА СИНХРОННЫХ МАШИН

## Р е з ю м е

Получено выражения для синхронного реактивного сопротивления и реактивной проводимости продольной и поперечной оси машины при учёте влияния массивного ротора на электромагнитные параметры.

Для продольной оси машины учтено влияние магнитной связи цепи вихревых токов с обмоткой возбуждения.

В неустойчившихся процессах выступают комбинированные функции ошибок с комплексным аргументом. Получено хорошее приближение для неустойчившегося процесса короткого замыкания и для амплитудно-фазовой характеристики операторной реактивной проводимости.

**INFLUENCE OF THE SOLID INDUCTOR ON THE ELECTROMAGNETIC  
PROPERTIES OF THE SYNCHRONOUS MACHINES**

**S u m m a r y**

The direct and quadrature operational reactance and admittance of the synchronous machine were derived under consideration of the solid block influence on the electromagnetic parameters. The magnetic linked eddy current paths and excitation winding in the direct axis were taken into account in the equivalent circuits.

In the domain transients appear combined error functions with complex arguments. Good approximation for the sudden short circuits transients, and frequency locus plot of the admittance were obtained.