

Zbigniew Bortliczek

Instytut Konstrukcji i Technologii
Urządzeń Automatyki i Elektroniki

O WŁAŚCIWOŚCIACH DWUFAZOWEGO ASYNCHRONICZNEGO
MIERNIKA PRZYSPIESZENIA KĄTOWEGO
ZASILANEGO PRĄDOWO

Streszczenie. Wyprowadzono ogólne wyrażenie na transmitancję operatorową dwufazowego asynchronicznego miernika przyspieszenia kąтового w przypadku prądowego zasilania jego uzwojenia wzbudzenia. Wskazano zalety takiego sposobu zasilania. Podano przykłady uniwersalnych charakterystyk częstotliwościowych przetwornika.

Wstęp

W pracy [1] przedstawiono i uzasadniono możliwość wykorzystania dwufazowej asynchronicznej prądnicy tachometrycznej z wirnikiem puszkowym do pomiaru przyspieszenia kąтового. Przetwornik taki nazwano dwufazowym asynchronicznym miernikiem przyspieszenia kąтового, w skrócie - DAMP. Analiza właściwości statycznych i dynamicznych DAMP, przeprowadzona w [1], dotyczyła typowego przypadku napięciowego zasilania uzwojenia wzbudzenia przetwornika. Transmitancja operatorowa DAMP zasilanego napięciowo, obliczona - ze względu na nieliniowość równań wyjściowych - dla małych przyrostów wielkości wejściowej, przedstawia iloraz dwóch wielomianów: rzędu drugiego w liczniku, rzędu trzeciego w mianowniku. Współczynniki wielomianów są funkcjami trzech parametrów konstrukcyjnych DAMP: współczynnika rozproszenia δ , stałej czasowej stojana τ^S i stałej czasowej wirnika τ^R . Znając konkretne wartości parametrów δ , τ^S , τ^R można na tej podstawie bardziej szczegółowo badać właściwości dynamiczne DAMP istniejących, obliczając np. ich charakterystyki częstotliwościowe. Trudno natomiast przewidywać - z uwagi na skomplikowaną postać transmitancji operatorowej - właściwości dynamiczne DAMP projektowanych.

Celem niniejszej pracy jest określenie właściwości dynamicznych DAMP w przypadku zmiany sposobu zasilania uzwojenia wzbudzenia przetwornika, mianowicie z napięciowego na prądowe.

Równania wyjściowe

Stan równowagi dynamicznej DAMP opisuje następujący układ równań różniczkowych [1], [2]:

$$\begin{bmatrix} v_d^s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1/\sigma \tau^s) + D & 0 & -k_a^r / \sigma \tau^s & 0 \\ 0 & -1 & 0 & k_b^r D \\ -k_a^s / \sigma \tau^r & 0 & (1/\sigma \tau^r) + D & n\omega^r \\ 0 & 0 & -n\omega^r & (1/\tau^r) + D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_d^s \\ v_q^s \\ \psi_d^r \\ \psi_q^r \end{bmatrix} \quad (1)$$

Założenia oraz wykaz oznaczeń do równania (1) podano w pracy [1].

Równania (1) obowiązują niezależnie od sposobu zasilania uzwojenia wzbudzenia przetwornika. W rozpatrywanym przypadku jest to zasilanie prądowe ze źródła prądu stałego, co można zapisać następująco:

$$i_d^s = i_a^s = I_a^s = \text{const.} \quad (2)$$

W konsekwencji (por. [2])

$$\psi_d^s = \sigma L_a^s I_a^s + (L_a^s / L^r) k_a^s \psi_d^r = \sigma L_a^s I_a^s + k_a^r \psi_d^r \quad (3)$$

Ponadto

$$v_q^s = v_b^s \quad (4)$$

Uwzględniając zależności (3) i (4) w równaniu (1) otrzymujemy po prostych przekształceniach następującą ogólną postać równań wyjściowych DAMP zasilanego prądowo:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ k_a^r R^r I_a^s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & k_b^r D \\ 0 & (1/\tau^r) + D & n\omega^r \\ 0 & -n\omega^r & (1/\tau^r) + D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b^s \\ \psi_d^r \\ \psi_q^r \end{bmatrix} \quad (5)$$

W ogólnym przypadku $\omega^r = \text{var}$ równania (5) są równaniami nieliniowymi. Podobnie jak dla DAMP zasilanego napięciowo można je zlinearyzować dla małych przyrostów wielkości wejściowej. W rezultacie uzyskujemy układ równań algebraicznych liniowych opisujących stan ustalony DAMP ($\omega^r = \omega_0^r = \text{const}$) oraz równań różniczkowych liniowych, opisujących jego stan nie-

ustalony ($\omega^r = \omega_o^r + \Delta\omega^r$). W stanie ustalonym napięcie wyjściowe DAMP $v_{bo}^s = 0$, wobec czego równania dla stanu ustalonego można uprościć do postaci

$$\begin{bmatrix} k_a^r R^r I_a^s \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\tau^r & n\omega_o^r \\ -n\omega_o^r & 1/\tau^r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{do}^r \\ \psi_{qo}^r \end{bmatrix} \quad (6)$$

Z kolei równania opisujące stan nieustalony DAMP można przedstawić w następującej postaci operatorowej:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -n\psi_{qo}^r \Delta\omega^r(p) \\ n\psi_{do}^r \Delta\omega^r(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & k_b^r p \\ 0 & (1/\tau^r) + p & n\omega_o^r \\ 0 & -n\omega_o^r & (1/\tau^r) + p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_b^s(p) \\ \Delta \psi_d^r(p) \\ \Delta \psi_q^r(p) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Dalszą analizę właściwości DAMP przeprowadzimy w oparciu o równania (6) i (7).

Napięcie wyjściowe DAMP

Napięcie wyjściowe DAMP w stanie nieustalonym $\Delta v_b^s(p)$ obliczymy rozwiązując układ równań (7). Uwzględniając na podstawie (6), że liniozwoje

$$\psi_{do}^r = \frac{k_a^r \tau^r R^r}{1 + (\tau^r n\omega_o^r)^2} I_a^s \quad (8)$$

$$\psi_{qo}^r = \frac{k_a^r (\tau^r)^2 R^r n\omega_o^r}{1 + (\tau^r n\omega_o^r)^2} I_a^s$$

rozwiązanie to można przedstawić w postaci następującej:

$$\Delta v_b^s(p) = K_u \frac{1 + ap}{1 + Ap + Bp^2} \Delta \xi^r(p), \quad (9)$$

gdzie

$$K_u = \frac{n\lambda(L_a^s)^2}{R^r} \frac{1 - (\tau^r n\omega_o^r)^2}{[1 + (\tau^r n\omega_o^r)^2]^2} I_a^s \quad (10)$$

oraz

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{\tau^r}{1 - (\tau^r n \omega_0^r)^2} \\
 A &= \frac{2\tau^r}{1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2} \\
 B &= \frac{(\tau^r)^2}{1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2},
 \end{aligned} \tag{11}$$

przy czym

$$\Delta \xi^r(p) = p \Delta \omega^r(p). \tag{13}$$

Współczynnik proporcjonalności K_u w wyrażeniu (9) jest miarą czułości przetwornika (por. [1]). Można wykazać, że wartość K_u nie zależy od sposobu zasilania DAMP. Istotnie, uwzględniając w wyrażeniu (10), że

$$(L_a^{sr})^2 = (1 - \delta) L_a^s L_a^r \tag{14}$$

oraz oznaczając

$$V_a^s = R_a^s I_a^s \tag{15}$$

otrzymujemy

$$K_u = n(1 - \delta) \tau^s \tau^r \frac{1 - (\tau^r n \omega_0^r)^2}{[1 + (\tau^r n \omega_0^r)^2]^2} \approx V_a^s. \tag{16}$$

Taki sam wynik uzyskano dla DAMP zasilanego napięciowo (por. [1]).

Transmitancja operatorowa DAMP

Transmitancję operatorową DAMP zasilanego prądowo zdefiniujemy podobnie jak w [1]:

$$G_u(p) = \frac{\Delta V_a^s(p)}{\Delta \xi^r(p)} = K_u G(p). \tag{17}$$

Podstawiając (9) do (17) otrzymujemy

$$G(p) = \frac{1 + ap}{1 + Ap + Bp^2}, \quad (18)$$

gdzie a, A, B - jak w wyrażeniach (12).

Porównując wyrażenia (18) i (12) z odpowiednimi wyrażeniami na transmitancję $G(p)$ DAMP zasilanego napięciowo (por. [1]) stwierdzamy istotny wpływ sposobu zasilania na właściwości dynamiczne przetwornika. Mianowicie transmitancja $G(p)$ DAMP zasilanego prądowo przedstawia iloraz dwóch wielomianów, których rząd - w porównaniu z zasilaniem napięciowym - jest o jeden niższy, a współczynniki wielomianów są funkcjami tylko jednego parametru τ^r .

Zauważmy ponadto, że współczynniki a, b, A, B, C transmitancji $G(p)$ DAMP zasilanego napięciowo przyjmują postać (12) (oraz $b = 0, C = 0$), jeżeli - zakładając zasilanie napięciowe - założyc równocześnie, że stała czasowa stojana $\tau^s \rightarrow 0$. Jest to, oczywiście, inne sformułowanie warunku prądowego zasilania uzwojenia wzbudzenia DAMP, pozwala zaś sprawdzić prawdziwość wyprowadzonych zależności.

Charakterystyki częstotliwościowe DAMP

Charakterystyki częstotliwościowe DAMP zasilanego prądowo można uzyskać bezpośrednio z wyrażenia (9) kładąc $p = j\Omega$, gdzie Ω - częstotliwość sygnału wejściowego o postaci

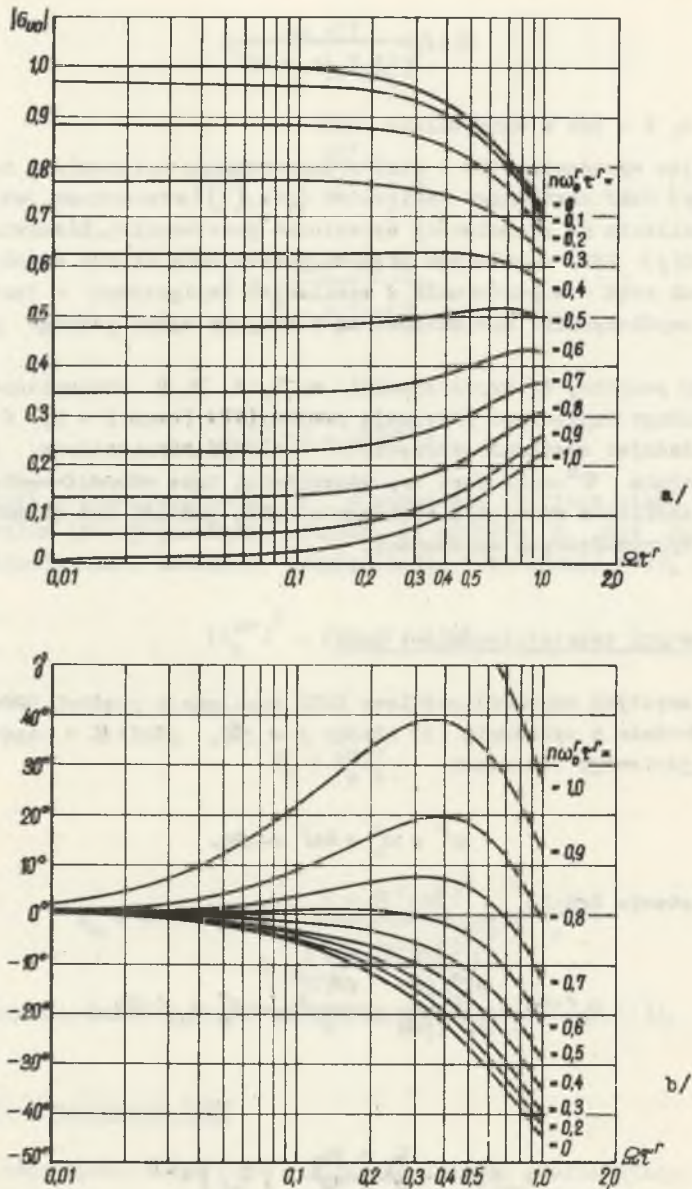
$$\omega^r = \omega_o^r + \Delta\omega^r \sin\Omega t. \quad (19)$$

Na tej podstawie będzie

$$G_u(j\Omega) = \frac{\Delta V^s(j\Omega)}{\Delta I^r(j\Omega)} = \frac{n^2(L^s)^2}{R^r} I_a^s G_{uo}(j\Omega), \quad (20)$$

gdzie

$$G_{uo}(j\Omega) = \frac{L_1 + jL_2}{R_1 + jR_2} = |G_{uo}| e^{j\phi} \quad (21)$$



Rys. 1. Charakterystyki częstotliwościowe DAMP zasilanego prądowo
a) amplitudowe, b) fazowe

oraz

$$|G_{uo}| = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2}{M_1^2 + M_2^2}} \quad (22)$$

$$\beta = \arctg \frac{L_2 M_1 - L_1 M_2}{L_1 M_1 + L_2 M_2} \quad (23)$$

przy czym

$$\begin{aligned} L_1 &= 1 - (\tau^R n \omega_0^R)^2 \\ L_2 &= \tau^R \Omega \\ M_1 &= \left[1 + (\tau^R n \omega_0^R)^2 \right] \left[1 + (\tau^R n \omega_0^R)^2 - (\tau^R \Omega)^2 \right] \\ M_2 &= \left[1 + (\tau^R n \omega_0^R)^2 \right] 2\tau^R \Omega \end{aligned} \quad (24)$$

Łatwo zauważyć, że $G_{uo}(j\Omega)$ jest wyrażeniem bezwymiarowym, przy czym zmienne tego wyrażenia, to jest $n\omega_0^R \tau^R$ oraz $\Omega \tau^R$ również są bezwymiarowe. Na podstawie (21) można zatem wykreślić rodzinę uniwersalnych charakterystyk częstotliwościowych $|G_{uo}| = f(\Omega \tau^R)$ oraz $\beta = f(\Omega \tau^R)$ dla różnych wartości parametru $n\omega_0^R \tau^R$. Rodzinę takich charakterystyk przedstawią rys. 1.

Wyprowadzone zależności pozwalają także uściślić wyniki uzyskane w niektórych publikacjach związanych z omawianym tematem. Kładąc np. w wyrażeniu (20) $n = 1$, $\mathcal{K} = 1$ otrzymujemy wzór na $G_{uo}(j\Omega)$ w postaci wyprowadzonej w pracy [4] innym sposobem i bez zaznaczenia, że chodzi o zasilanie prądowe. Przyjmując ponadto w tym samym wyrażeniu (20), że $\Omega \rightarrow 0$ otrzymujemy wynik uzyskany w pracy [3].

Wnioski końcowe

Porównując statyczne i dynamiczne właściwości DAMP zasilanego bądź napięciowo, bądź prądowo stwierdzić można co następuje:

1. Czułość przetwornika nie zależy od sposobu zasilania uzwojenia wzbudzenia.
2. Sposób zasilania uzwojenia wzbudzenia DAMP wpływa na właściwości dynamiczne przetwornika. Transmittancja operatorowa DAMP zasilanego prądowo przedstawia iloraz dwóch wielomianów, których rząd - w porównaniu z zasilaniem napięciowym - jest o jeden niższy.

3. Współczynniki wielomianów transmitancji operatorowej DAMP zasilanego prądowo są funkcjami tylko jednego parametru konstrukcyjnego, mianowicie stałej czasowej wirnika τ^r . Można w związku z tym wykreślić rodzinę uniwersalnych charakterystyk częstotliwościowych DAMP zasilanego prądowo.
4. Uniwersalne charakterystyki częstotliwościowe stanowią mogą podstawę dla przewidywania właściwości dynamicznych DAMP projektowanych.

LITERATURA

1. Bortliczek Z.: Statyczne i dynamiczne właściwości dwufazowego asynchronicznego miernika przyspieszenia kąowego. Pomiary, Automatyka, Kontrola, 1972, z. 4, str. 165-167.
2. Bortliczek Z.: Opis matematyczny dwufazowej prądnicy asynchronicznej z wirnikiem klatkowym lub puszgowym. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria "Elektryka" 1971, z. 29, str. 105-119.
3. Law J., Novotny D.W.: The two-phase accelerometer. IEEE Transactions. Power Apparatus and Systems. 1964, vol. 83, nr 6, str. 614-619.
4. Stephenson J.M., Finch J.W.: Frequency-response analysis and parameter measurement of a d.c.-excited drag-cup tachogenerator. Proceedings of the IEE, 1970, vol. 117, nr 12, str. 2301-2305.

О СВОЙСТВАХ ДВУХФАЗНОГО АСИНХРОННОГО ИЗМЕРИТЕЛЯ УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ С ТОКОВЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

Р е з ю м е

В работе сделан вывод общих выражений передаточных функций двухфазного асинхронного измерителя углового ускорения при токовом питании его обмотки возбуждения.

Показаны преимущества такого способа питания. Представлен пример универсальных частотных характеристик преобразователя.

THE PROPERTIES OF CURRENT-EXCITED TWO-PHASE ASYNCHRONOUS ACCELEROMETER

S u m m a r y

In this paper the general formulas for the transfer functions of a two-phase asynchronous accelerometer with current excited field winding are given. The advantages of this kind of excitation are indicated. An example of universal frequency characteristics of converter is presented.