

ZDZISŁAW DUDA

KONRAD WOJCIECHOWSKI

Instytut Automatyki
Politechnika Śląska

OPTIMALNE STEROWANIE ROZDZIAŁEM WODY W PRZYKŁADOWYM SYSTEMIE

Streszczenie. W pracy przedstawia się rozwiązanie zadania optymalnego rozdziału wody dla wybranego systemu zawierającego dwa zbiorniki połączone z odbiorcami siecią o strukturze drzewa. Zadanie rozdziału przestrzennego rozwiązane jest analitycznie, zaś w rozdziale czasowym zastosowano metodę siatek. Przeprowadzono szczegółową dyskusję i interpretację wyników oraz wprowadzono pojęcie tzw. stanów zabronionych.

1. Wprowadzenie

W pracy [1] podano ogólne podstawy rozwiązania zadania optymalnego rozdziału wody w systemie wodno-gospodarczym.

Celem niniejszej pracy jest szczegółowe rozwiązanie tego zadania dla konkretnego wybranego systemu. Rozwiązanie to pozwala na ocenę przydatności metody siatek jako techniki rozwiązania. Równocześnie uzyskuje się informację o kształcie powierzchni optymalnej jakości, co może być podstawą wyboru metody aproksymacji ortogonalnej omawianej w [2].

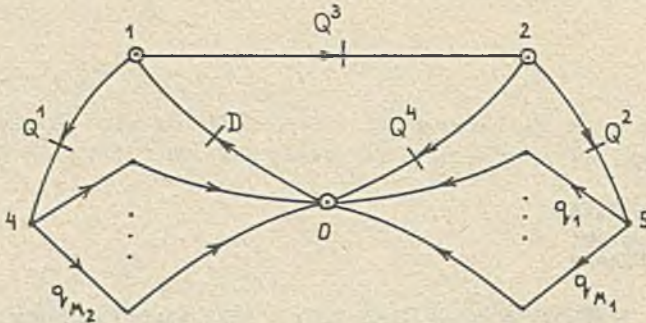
2. Opis zadania

Nawiązując do wprowadzonego w [1] grafowego opisu struktury sieci przyjmuje się, że w rozpatrywanym przypadku ma ona postać jak na rys.1.

Węzły zawierające zbiorniki oznaczono podwójnym kółkiem, zaś te gałęzie, dla których występują ograniczenia przepływu zaznaczono przekreśleniem. Węzeł "0" jest fikcyjnym węzłem-zbiornikiem o nieskończonej pojemności.

Odpowiednie macierze węzłowe gałęziowe mają postacie:

$$\begin{bmatrix} H^1 & n+1 \\ H^2 & n+1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}}_{A_{11}} \begin{bmatrix} Q^1 \\ Q^2 \\ Q^3 \\ Q^4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_{A_{12}} \cdot D + \begin{bmatrix} H^1 & n \\ H^2 & n \end{bmatrix}$$



1,2 - węzły dynamiczne

0 - węzeł fikcyjny

4,5 - węzły statyczne

Rys.1. Graf sieci.

$$0 = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{A_{21}} \begin{bmatrix} Q^1 \\ Q^2 \\ Q^3 \\ Q^4 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} -1, \dots, -1, 0, \dots, 0 \\ 0, \dots, 0, -1, \dots, -1 \end{bmatrix}}_{A_{22}} \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_k \end{bmatrix}$$

Macierz A_{23} ma wszystkie elementy zerowe.

Aby uniknąć podwójnej indeksacji zniesiono w stosunku do pracy [1] oznaczenia przepływów w sposób następujący:

Q_1 z pracy [1] odpowiada $[q^1, q^2, q^3, q^4]$

Q_2 z pracy [1] odpowiada $[q_j, q_k]$

$j = 1, \dots, M_1, k = 1, \dots, M_2$

Q_3 z pracy [1] odpowiada D .

Stany zbiorników określone są składowymi Π_1, Π_2 .

W rozpatrywanej przykładowej sieci, jak to zaznaczono na rys.1, występuje tylko jedna strefa.

Ograniczenia pojemności zbiorników 1,2 mają postać:

$$\begin{aligned} \pi^1_{\min} &\leq \pi^1 \leq \pi^1_{\max} \\ \pi^2_{\min} &\leq \pi^2 \leq \pi^2_{\max} \end{aligned} \quad \dots\dots /1/$$

Ograniczenia przepływów:

$$\begin{aligned} q^1_{\min} &\leq q^1 \leq q^1_{\max} && \dots\dots /2/ \\ q^2_{\min} &\leq q^2 \leq q^2_{\max} \\ q^3_{\min} &\leq q^3 \leq q^3_{\max} \\ q^4_{\min} &\leq q^4 \leq q^4_{\max} \end{aligned}$$

Zmiennymi niepewnymi są zapotrzebowania odbiorców $z_j, z_k, j=1, \dots, M_1, k=1, \dots, M_2$. Zakłada się ich niezależność od siebie i od stanu systemu.

Minimalizowany wtórny wskaźnik jakości ma postać:

$$J = E \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^{M_1} (z_{j1} - q_{j1})^2 + \sum_{k=1}^{M_2} (z_{k1} - q_{k1})^2 \right]$$

3. Optymalny rozdział przestrzenny

Odpowiednio do rozważań przeprowadzonych w [1] zadanie optymalnego rozdziału dekomponuje się na zadanie rozdziału przestrzennego i zadanie rozdziału czasowego.

Rozdział przestrzenny dokonywany jest w każdej z dyskretnych chwil czasowych. Zgodnie z rozważaniami z pracy [1] odpowiada on minimalizacji względem tych zmiennych, które nie mają wpływu na stan systemu, w przykładzie są to zmienne q_j, q_k przy ustalonych wartościach zmiennych Q_1, Q_2 traktowanych jako parametry.

$$R(Q^1, Q^2) = \min_{[q_j, q_k]} E \left[\sum_{j=1}^{M_1} (z_j - q_j)^2 + \sum_{k=1}^{M_2} (z_k - q_k)^2 \right] \quad \dots\dots /3/$$

Uwzględniając postacie macierzy A_{21}, A_{22} ograniczenia wiążące zmienne q_j, q_k ze zmiennymi Q_1, Q_2 mają w rozpatrywanym przykładzie postać:

$$Q^1 = \sum_{j=1}^{M_1} q_j \quad \dots\dots /4/$$

$$Q^2 = \sum_{k=1}^{M_2} q_k \quad \dots\dots /5/$$

Wykorzystując fakt, że na zmienne $q_j, q_k, j=1, \dots, M_1, k=1, \dots, M_2$ nie są nałożone ograniczenia nierównościowe zadanie minimalizacji /3/ przy ograniczeniach /4/, /5/ można rozwiązać analitycznie.

W wyniku otrzymujemy funkcję $R(q^1, q^2)$ o postaci:

$$R(q^1, q^2) = \mathcal{L}_1 \left(q^1 - \sum_{j=1}^{M_1} \bar{z}_j \right)^2 + \mathcal{L}_2 \left(q^2 - \sum_{k=1}^{M_2} \bar{z}_k \right)^2 + R_0 \quad \dots /6/$$

gdzie

$$\begin{aligned} \bar{z}_j &= E z_j, & \bar{z}_j^2 &= E z_j^2, & \mathcal{L}_1 &= \frac{1}{M_1} \\ \bar{z}_k &= E z_k, & \bar{z}_k^2 &= E z_k^2, & \mathcal{L}_2 &= \frac{1}{M_2} \end{aligned}$$

$$R_0 = \sum_{j=1}^{M_1} (\bar{z}_j^2 - \bar{z}_j^2) + \sum_{k=1}^{M_2} (\bar{z}_k^2 - \bar{z}_k^2)$$

Optymalne wartości zmiennych $q_j, q_k, j=1, \dots, M_1, k=1, \dots, M_2$ wyrażają się wzorami:

$$q_j^0 = \mathcal{L}_1 \left(q^1 - \sum_{j=1}^{M_1} \bar{z}_j \right) + \bar{z}_j \quad \dots /7/$$

$$q_k^0 = \mathcal{L}_2 \left(q^2 - \sum_{k=1}^{M_2} \bar{z}_k \right) + \bar{z}_k \quad \dots /8/$$

Wyrażenie /6/ oraz funkcje /7/ i /8/ określają optymalny rozdział przestrzenny.

4. Optymalny rozdział czasowy

Optymalny rozdział czasowy wymaga rozwiązania następującego problemu minimalizacji

$$\min_{\{q_n^1, q_n^2, q_n^3, q_n^4\}} E \sum_{n=1}^N R(q_n^1, q_n^2)$$

przy ograniczeniach wynikających ze struktury sieci i ograniczeniach nierównościowych /1/, /2/.

Powyższe zadanie minimalizacji można rozwiązać metodą programowania dynamicznego. Odpowiada mu równanie rekurencyjne

$$S_n(\Pi_n^1, \Pi_n^2) = \min_{Q_n^1, Q_n^2, Q_n^3, Q_n^4} \left[R(Q_n^1, Q_n^2) + E_{\left[\Pi_n^1, \Pi_n^2 \right]} S_{n+1}(\Pi_{n+1}^1, \Pi_{n+1}^2) \right] \dots/9/$$

Ideę programu realizującego algorytm numerycznego rozwiązania postawionego zadania minimalizacji /9/ dynamicznej przedstawia rys.2.

Zastosowano metodę siatek kwantując zakresy zmienności poszczególnych wielkości przy tej samej, wynoszącej 0.2, wielkości kwantu.

6. Omówienie wyników i wniosków

Jak to wynika z załączonego na rys.2 schematu, stosowano metodę siatek zarówno do funkcji $S(\Pi^1, \Pi^2)$ oraz $Q^1(\Pi^1, \Pi^2)$, $Q^2(\Pi^1, \Pi^2)$, $Q^3(\Pi^1, \Pi^2)$, $Q^4(\Pi^1, \Pi^2)$ jak również do poszukiwania ekstremum metodą przeglądu zupełnego.

Postępowanie takie miało na celu określenie możliwości metody pod względem czasu obliczeń i zajętości pamięci m.c.

3.1. Czas obliczeń

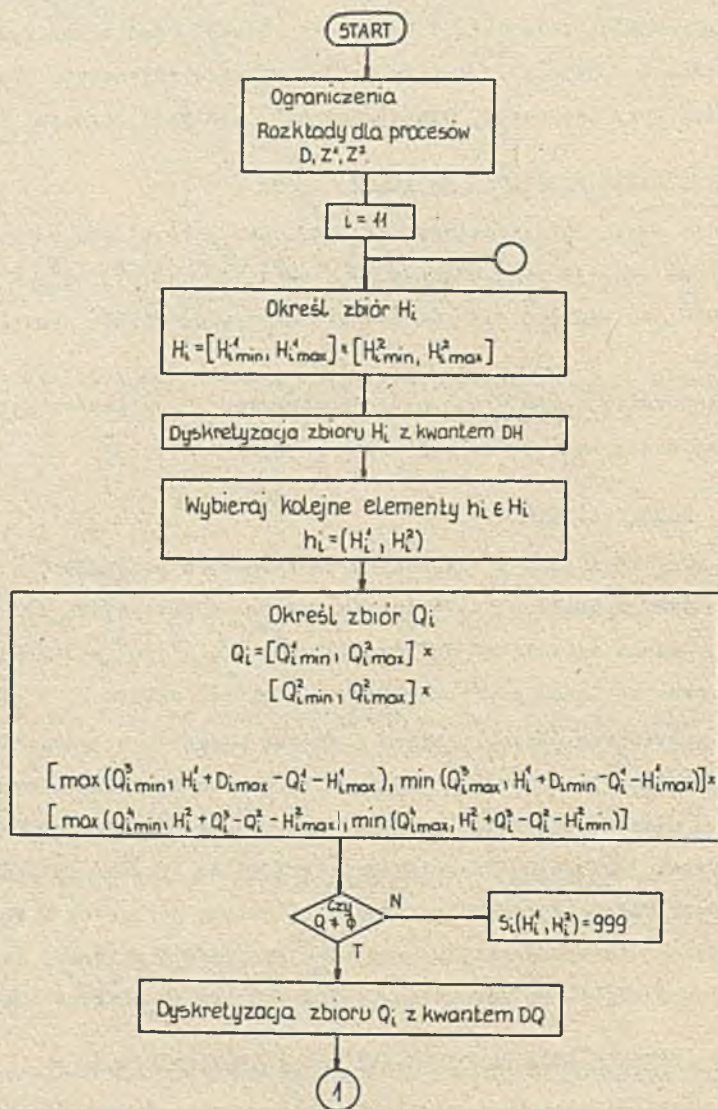
Dla m.c. Odra 1325 i założonych 12 etapów, 8 poziomów dla Π^1 i Π^2 /siatka 8x8/ i około 5 poziomów dla każdego z przepływów wynosił około 15 min. Zmiana ograniczeń dotyczących Q^1 , Q^2 , Q^3 , Q^4 wydłużała lub skracała ten czas obliczeń poprzez wpływ na wielkość zbioru Q , o około 5 min.

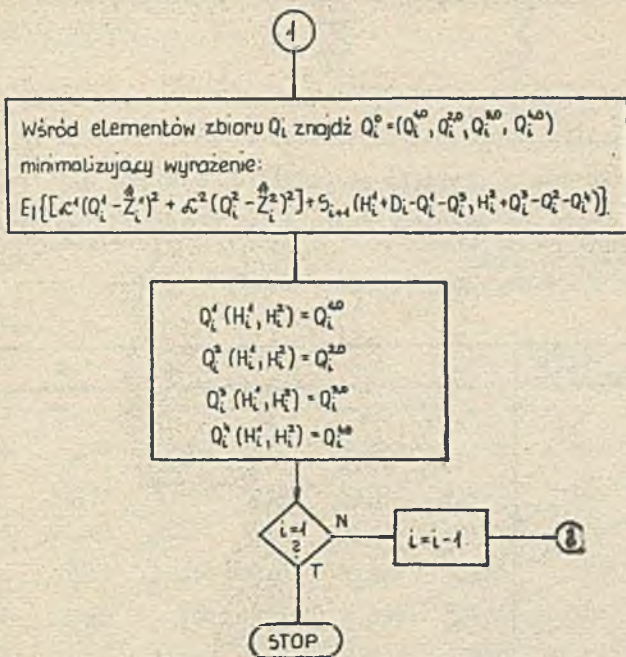
Dla powyższych danych program zajmował około 10 k. pamięci.

W oparciu o te dane oraz inne doświadczenia uzyskane z eksploatacji programu można stwierdzić, że nawet przy innej, zorganizowanej metodzie poszukiwania ekstremum pozostawienie siatki na poziomy zbiorników ogranicza możliwości rozwiązania zadania tą metodą do liczby 3 zbiorników. Ograniczenie to wymagałoby w przypadku systemów o większej liczbie zbiorników dekompozycji na podsystemy w których nie przekracza ona 3.

3.2. Interpretacja procesów dopływu i zapotrzebowai

Dla większej realności przykładu przy wyborze danych dla dopływu D wzesorowano się jakościowo na przepływach Soły i Skawy dla okresów miesięcznych stąd numer okresu można traktować jako numer miesiąca. Założono, że proces ten nie jest skorelowany dla kolejnych okresów, stąd wystarczającym opisem są rozkłady dyskretne podane w tabeli 1.





Rys. 2. Schemat sieciowy wyznaczania Q_{opt}

Tabela 1

Nr	d_1	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
1		0	0	0.5	0.5	0	0	0	0
2		0	0	0.3	0.6	0.1	0	0	0
3		0	0	0	0	0.2	0.6	0.2	0
4		0	0	0	0	0.1	0.1	0.8	0
5		0	0	0	0	0	0	0.5	0.5
6		0	0	0.2	0.6	0.2	0	0	0
7		0.4	0.6	0	0	0	0	0	0
8		0.5	0.2	0	0	0	0	0	0
9		0.4	0.6	0	0	0	0	0	0
10		0.9	0.1	0	0	0	0	0	0
11		0.5	0.5	0	0	0	0	0	0
12		0.5	0.5	0	0	0	0	0	0

Procesy $Z^1 = \sum_{j=1}^{M_1} z_j$, $Z^2 = \sum_{k=1}^{M_2} z_k$ określają zapotrzebowania miesięczne na zagregowanych grup odbiorców zasilanych odpowiednio z pierwszego i drugiego zbiornika. Założono, że procesy te są identyczne dla obu grup odbiorców. Z braku danych przyjęto je dowolnie. Podobnie jak dla dopływu założono, że proces ten nie jest skorelowany dla kolejnych okresów. Przyjęte rozkłady zawiera tabl.2.

Tabl.2

Nr \ Z^1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2
1	1.0	0	0	0	0	0
2	1.0	0	0	0	0	0
3	0.2	0.6	0.2	0	0	0
4	0	0.2	0.6	0.2	0	0
5	0	0.2	0.6	0.2	0	0
6	0	0	0.2	0.6	0.2	0
7	0	0	0.2	0.6	0.2	0
8	0	0.2	0.6	0.2	0	0
9	0	0.2	0.6	0.2	0	0
10	0.2	0.6	0.2	0	0	0
11	0	1.0	0	0	0	0
12	0	1.0	0	0	0	0

6.3. Monotoniczność optymalnego wskaźnika jakości

Również istotna jest informacja o właściwościach funkcji $S(H^1, H^2)$, $Q^{(i)}(H^1, H^2)$. Wydaje się, że w systemie o poprawnej strukturze i właściwie dobranych przepustowościach rurociągów funkcje te powinny być monotonicznymi względem wymienionych argumentów^x. W rozpatrywanym przykładzie monotoniczność funkcji $S_1(H^1, H^2)$, $Q_{1(i)}(H^1, H^2)$ dla każdego $i \in \{1, \dots, 12\}$, określonych na dyskretnym zbiorze wartości zależała od wielkości górnego ograniczenia dla przepływów Q^3 i Q^4 .

^xOczywiście przy założeniu kwadratowego wskaźnika jakości nadążania.

Przykładowo dla ograniczeń

$$0. \leq q^1 \leq 1.0$$

$$0. \leq q^2 \leq 1.0$$

$$0. \leq q^3 \leq 0.6$$

$$0. \leq q^4 \leq 1.4$$

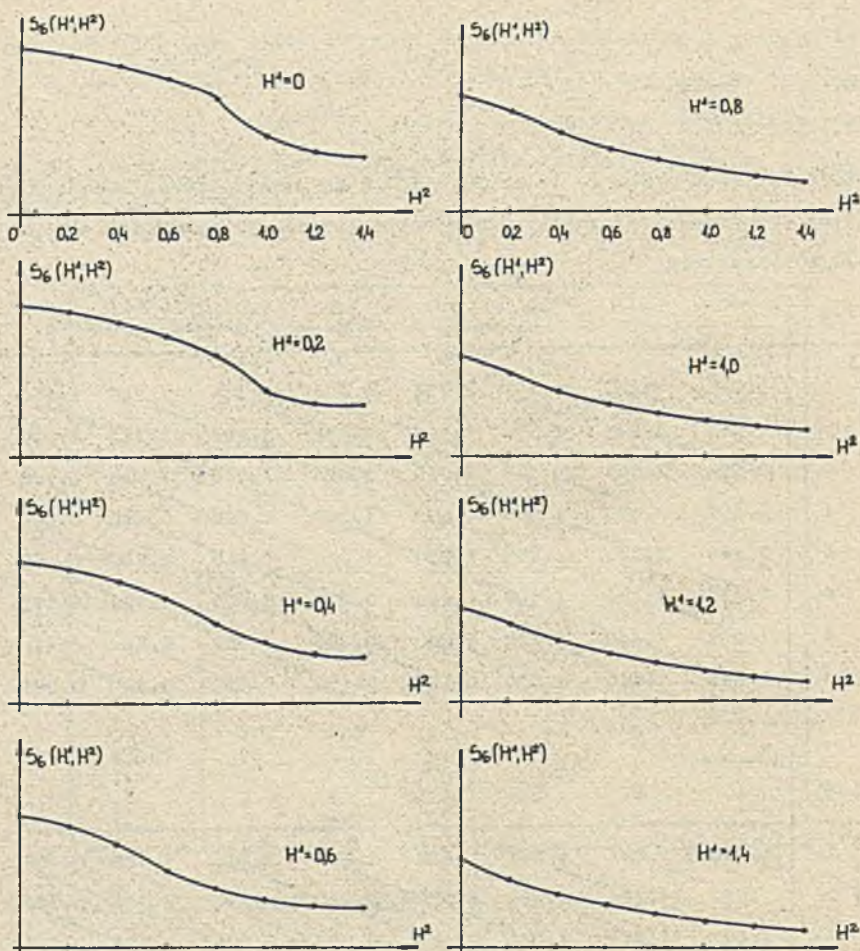
funkcje $S_i(\Pi^1, \Pi^2)$ dla $i=12,11,10,9,8,7,6$ są monotoniczne. Dwie z nich $i=6,5$ przedstawiono poniżej w postaci macierzowej /tab.3,4/, zaś na rys.3,4 wykreślił.

		Tabl.3							
		Π^2							
$i=6$		1	2	3	4	5	6	7	8
Π^1	1	3.393	3.113	2.904	2.704	2.334	1.480	1.296	1.160
	2	3.184	2.904	2.704	2.449	2.040	1.296	1.160	1.040
	3	2.904	2.704	2.449	2.040	1.520	1.160	1.040	0.920
	4	2.704	2.449	2.040	1.600	1.240	1.040	0.920	0.800
	5	2.449	2.040	1.760	1.320	1.040	0.920	0.800	0.680
	6	2.189	1.760	1.480	1.120	0.920	0.800	0.680	0.562
	7	1.969	1.560	1.280	1.000	0.800	0.680	0.562	0.459
	8	1.849	1.440	1.160	0.982	0.682	0.562	0.459	0.389

		Tabl.4							
		Π^2							
$i=5$		1	2	3	4	5	6	7	8
Π^1	1	1.940	1.661	1.461	1.260	1.060	0.940	0.820	0.701
	2	1.661	1.461	1.261	1.060	0.940	0.820	0.701	0.590
	3	1.461	1.261	1.061	0.940	0.820	0.701	0.590	0.504
	4	1.341	1.141	0.941	0.821	0.701	0.590	0.504	0.464
	5	1.301	1.101	0.901	0.781	0.661	0.550	0.464	0.424
	6	1.341	1.141	0.941	0.821	0.701	0.590	0.504	0.464
	7	1.461	1.261	1.061	0.941	0.821	0.710	0.624	0.584
	8	x	x	x	x	x	x	x	x

Z rysunków i tabel widać, że funkcja S_i jest monotoniczna dla $i=6$. Ta sama funkcja dla $i=5$ nie jest już monotoniczna ze względu na zmienną Π^1 .

W tabelach 3 i 4, przedstawiających funkcje $S_i(\Pi^1, \Pi^2)$ dla $i = 6, 5$, liniami połączono te wartości funkcji, dla których suma poziomów /suma ilości zgromadzonej wody/ w zbiornikach 1,2 jest stała. Dzięki temu widać, że

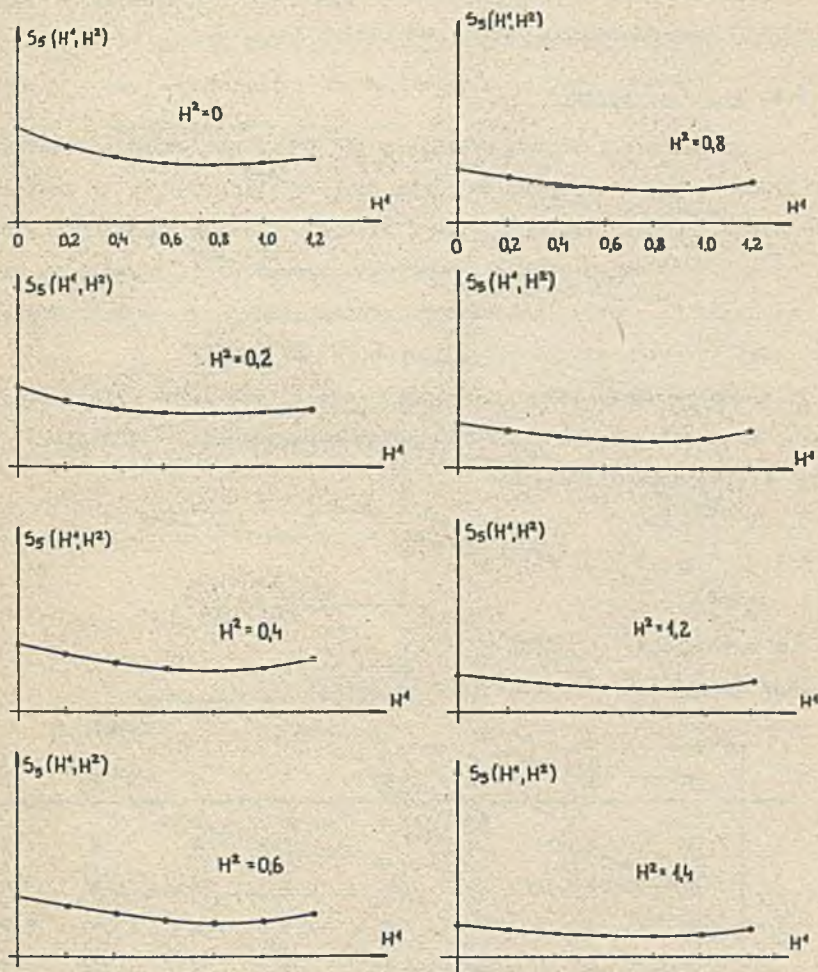


Rys.3. Wykresy funkcji $S_6(H^1, H^2)$; $H_1 = \text{const.}$

w zakresie niskich poziomów wody w zbiornikach 1,2 wartość optymalnego wskaźnika jakości zależy tylko od sumy poziomów wody w zbiornikach. Dla $i=6$ zachodzi to dla poziomów 1,2,3,4 zbiorników, zaś dla $i=5$ już tylko dla poziomów 1,2,3.

Przy większych od wymienionych poziomach korzystniej jest /mniejsza wartość funkcji $S_1/$, by większa część z całkowitej ilości wody zgromadzonej w systemie znajdowała się w zbiorniku 2.

Efekt ten, jak również wspomnianą już niemonotoniczność wskaźnika w funkcji poziomu H^1 , łatwo wyjaśnić powracając do **tom 4**, określającej



Rys.4. Wykresy funkcji $S_5(H^1, H^2); H_2 = \text{const.}$

proces dopływu, bowiem właśnie dla okresu 5 występuje w nim maksimum. Ze względu na górne ograniczenie dla $Q^3 / Q_{\text{max}}^3 = 0.6$ / algorytm nie mogący przekroczyć ograniczenia górnego dla zbiornika i część nadmiaru wody "opusza" odbiorców, stąd pogorszenie wskaźnika i jego niemonotoniczność.

W przypadku pełnego zbiornika i ograniczenia stają się sprzeczne lub inaczej zbiór Q /rys.4/ jest zbiorem pustym. W wydrukach oznaczono to liczbą 999.

Zwiększenie górnego ograniczenia na Q_3 do 1.4 powoduje, że funkcja $S_i(\pi^1, \pi^2)$ jest monotoniczna dla wszystkich $i=12, \dots, 1$.

6.4. Stany zabronione

W tabelach określających funkcje $S_i(\pi^1, \pi^2)$ przez stany zabronione określano te kombinacje poziomów, dla których zbiór Q /rys.4/ jest zbiorem pustym w danym kroku/999/ lub w którymś z kroków następnym /100/.

Występowanie stanów zabronionych jest konsekwencją ograniczeń na zmienne sterujące Q , przy jednoczesnym oddziaływaniu na system zakłóceń w postaci procesów dopływu i zapotrzebowań na wodę.

Zwiększając odpowiednio dolne ograniczenia przepływu osiąga się sytuację, w której liczba stanów dozwolonych występujących w funkcji S_i jest mała. Przykładowo dla danych:

$$0.2 \leq Q^1 \leq 1.0$$

$$0.2 \leq Q^2 \leq 1.0$$

$$0. \leq Q^3 \leq 1.4$$

$$0.2 \leq Q^4 \leq 1.4$$

funkcja S_i dla $i=7$ określona jest macierzą:

Tabl.5

		π^2							
		1	2	3	4	5	6	7	8
π^1 ↓	1	x	x	x	x	x	x	x	x
	2	x	x	x	x	x	x	x	x
	3	x	x	x	x	x	x	x	1.360
	4	x	x	x	x	x	x	1.360	1.160
	5	x	x	x	x	x	x	1.160	0.960
	6	x	x	x	x	x	x	0.960	0.840
	7	x	x	x	x	x	1.040	0.840	0.720
	8	x	x	x	x	x	0.840	0.720	0.600

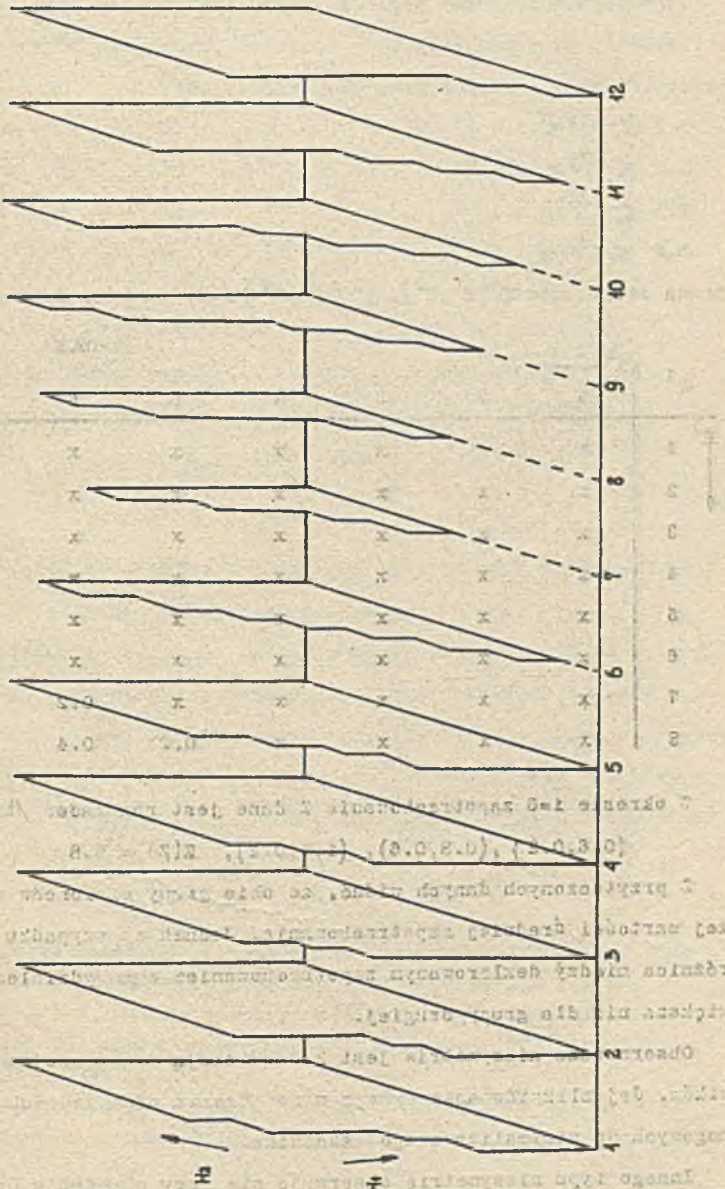
Stany oznaczone "x" są stanami zabronionymi.

Otrzymane funkcje z punktu widzenia wielkości zbiorów stanów dozwolonych w poszczególnych okresach $i=1, \dots, 12$ przedstawia rys.5.

Interpretując szerzej otrzymane wyniki można stwierdzić, że przy odpowiednio "silnych" ograniczeniach /co ma miejsce w systemach wodno-gospo-darczych/ dobór wskaźnika jakości nie jest istotny. Inaczej mówiąc,

problem syntezy sterowania można sformułować tu jako zadanie wyznaczenia na poszczególnych etapach zbiorów stanów dozwolonych.

Swołoda co do wyboru konkretnej trajektorii mieszczącej się w tak otrzymanej "rurze" może być pozostawiona operatorowi systemu.



Rys.5. Ilustracja stanów dozwolonych.

5.5. Strukturalna niesymetria systemu

W rozpatrywanym przykładzie założono, że zagregowane zapotrzebowania grup odbiorców zasilanych ze zbiorników 1,2 są identyczne i opisuje je ten sam proces Z /tab.2/.

Porównując otrzymane prawa sterowania dla przepływów Q^1, Q^2 można stwierdzić, że grupa odbiorców zasilana przepływem Q^2 jest w sytuacji korzystniejszej. Przykładowo dla ograniczeń:

$$0.2 \leq Q^1 \leq 1.0$$

$$0.2 \leq Q^2 \leq 1.0$$

$$0. \leq Q^3 \leq 1.4$$

$$0.2 \leq Q^4 \leq 1.4$$

prawa sterowania $Q_1^1(H^1, H^2), Q_1^2(H^1, H^2)$ $i=6$ dane są tabelami 6,7.

Tabl.6

Q^1	H^2								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
H^1	1	x	x	x	x	x	x	x	x
	2	x	x	x	x	x	x	x	x
	3	x	x	x	x	x	x	x	0.2
	4	x	x	x	x	x	x	0.2	0.2
	5	x	x	x	x	x	x	0.2	0.4
	6	x	x	x	x	x	x	0.4	0.4
	7	x	x	x	x	x	0.2	0.4	0.6
	8	x	x	x	x	0.2	0.4	0.6	0.4

W okresie $i=6$ zapotrzebowanie Z dane jest rozkładem /tab.2/

$$(0.6, 0.2), (0.8, 0.6), (1.0, 0.2), E(Z) = 0.8$$

Z przytoczonych danych widać, że obie grupy odbiorców otrzymują poniżej wartości średniej zapotrzebowania. Jednak w przypadku grupy pierwszej różnica między deklarowanym zapotrzebowaniem a przydziałem jest znacznie większa niż dla grupy drugiej.

Obserwowana niesymetria jest konsekwencją szeregowej struktury zbiorników. Jej zlikwidowanie wymaga wprowadzenia odpowiednich współczynników wagowych do minimalizowanego wskaźnika.

Innego typu niesymetrię obserwuje się przy obniżeniu dolnego ograniczenia dla Q^3 . Odbiorcy grupy pierwszej otrzymują wtedy w przypadkach

Tabl. 7

Q ²	π ²							
	1	2	3	4	5	6	7	8
1	x	x	x	x	x	x	x	x
2	x	x	x	x	x	x	x	x
3	x	x	x	x	x	x	x	0.2
4	x	x	x	x	x	x	0.2	0.4
5	x	x	x	x	x	x	0.4	0.4
6	x	x	x	x	x	x	0.4	0.6
7	x	x	x	x	x	0.6	0.6	0.6
8	x	x	x	x	0.6	0.6	0.6	0.6

dużego dopływu ilości wody przekraczające ich zapotrzebowanie.

Taka niesymetria nie może być zlikwidowana za pomocą współczynników wagowych. Praktycznego znaczenia jednak nie ma, ponieważ jest konsekwencją ewidentnie błędnych założeń projektowych.

6. Wnioski

1. W metodzie siatek, granicę, ze względu na trudności obliczeniowe stanowi system zawierający 3 zbiorniki główne.

2. Należy rozwinąć ideę stanów zabronionych w zastosowaniu do takich przypadków sterowania, w których występują "silne" ograniczenia na zmienne sterujące i trajektorię. Poszukiwanie trajektorii optymalnej ze względu na wybrany /niekoniecznie jedyny/ wskaźnik jakości odbywa się w znaczenie zawężonym w stosunku do całej przestrzeni zbiorze stanów dozwolonych.

LITERATURA

- [1] Duda Z., Wojciechowski K.: Optymalne sterowanie rozdziałem wody w systemie. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej (w druku)
- [2] Wojciechowski K.: Metoda aproksymacji ortogonalnej w zadaniu optymalnego rozdziału czasowego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej (w druku).
- [3] Gessing R.: Zasada minimalizacji i uśredniania jako metoda wyznaczania algorytmów sterowania statystycznie optymalnego. Archiwum Automatyki i Telemekhaniki, t. XXI, Z. 4, 1976.
- [4] Metoda i algorytmy sterowania stochastycznie optymalnego zbiorem obiektów w systemie wodno-gospodarczym. Cz. 2. Badania teoretyczne

i symulacyjne. Praca zlecona przez Instytut Inżynierii Środowiska Politechniki Warszawskiej. Warszawa 1980.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ВОДЫ В ВЫБРАННОЙ СИСТЕМЕ

Резюме.

В работе представлено решение оптимального распределения воды в системе Система состоит из двух водохранилищ связанных с потребителями сетью о структуре дерева. Анализируются тоже результаты симуляции .

OPTIMAL CONTROL OF DISTRIBUTION WATER IN THE EXEMPLARY SYSTEM

Summary.

A solution of the optimal water distribution for the exemplary system is considered. The system consists of two reservoirs which are linked with customers by the network of the tree structure. The numerical results are presented too.