ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: AUTOMATYKA z.59 Nr kol.694

Paweł MADEJ, Henryk SŁOTA

INSTYTUT METEOROLOGII
I GOSPODARKI WODNEJ
KRAKÓW

ZASTOSOWANIE PROGRAMOWANIA DYNAMICZNEGO DO OPTYMALIZACJI STEROWAŃ W SYSTEMIE WIELOZBIORNIKOWYM

Streszczenie. Przedstawiono przykład zastosowania zmodyfikowanego programowania dynamicznego z tzw. sukcesywną aproksymacją, do optymalizacji wielowymiarowej trajektorii sterowania. Omówiona modyfikacja sprowadza się do dekompozycji zadania o wielu zmiennych sterujących na zadania jednowymiarowe, rozwiązywane kolejno po sobie, z sukcesywną aproksymacją poszukiwanych trajektorii z równoczesnym zawężeniem "korytarza" aproksymacji. Problemy związane z wykorzystaniem tej metody do sterowania systemami wielozbiornikowymi omówiono na przykładzie systemu dwuzbiornikowego o czterech zmiennych sterujących.

Wstęp

W optymalizacji polityk eksploatacyjnych wieloobiektowych i wielozadaniowych systemów wodno-gospodarczych istotną sprawą jest dobór metod i technik obliczeniowych. Rodzaj użytej metody powinien być uzależniony od złożoności systemu, postaci funkcji celu i warunków ograniczających oraz pożądanej szybkości obliczeń. Mimo iż w gospodarce wodnej wykorzystuje się już od dawna różnego rodzaju metody optymalizacyjne, szczególnie w zagadnieniach doboru polityk operacyjnych dla celów planistycznych, nie został jak dotąd wyrobiony jednoznaczny pogląd na przydatność poszczególnych metod w praktyce. Jest to skutkiem nie tylko różnorodności metod optymalizacyjnych czy też kryteriów oceny ich przydatności, ale również niepowtarzalności problemów występujących w sterowaniu systemami wodno-gospodarczymi. Z tych powodów również niniejsza praca jest tylko kolejnym przyczynkiem do tej problematyki, bowiem zawarto w niej jedynie pewne uwagi dotyczące stosowalności jednej z wielu odmian programowania dynamicznego do sterowania systemami wielozbiornikowymi.

Metodami optymalizacyjnymi najczęściej stosowanymi w gospodarce wodnej były: programowanie liniowe oraz dynamiczne. Stosowalność programowania liniowego ogranicza wymóg liniowości funkcji kryterialnej oraz warunków ograniczających. Wiele do życzenia pozostawia również pracochłonność procedury simpleksowej, stosowanej w klasycznym programowaniu liniowym. Z tego powodu dużą popularność zdobyły metody sieciowe, bazujące na algorytmie Fulkersona out-of-kilter, wykorzystane między innymi w Projekcie Kompleksowego Rozwoju Systemu Rzeki Wisły [4]. Przewaga metod sieciowych nad klasycznym programowaniem liniowym wynika z efektywności algorytmu out-of-kilter oraz uniwersalności zastosowanego sposobu zadawania problemu w postaci sieci - bardzo praktycznego dla systemów zasobów wodnych. Ponieważ jednak metody sieciowe mogą być stosowane do problemów liniowych, względnie dających się zlinearyzować, ich stosowalność jest również ograniczona.

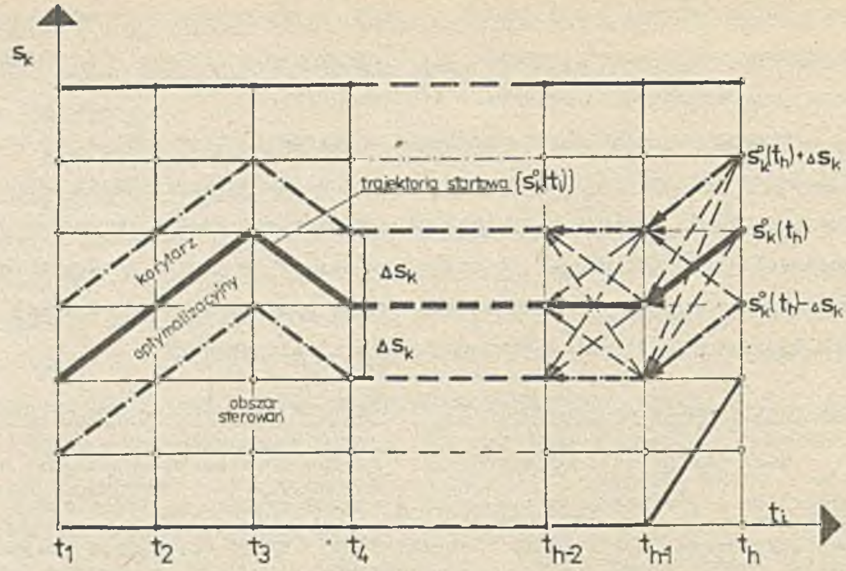
Powyższych ograniczeń nie posiada programowanie dynamiczne, opracowane dla optymalizacji wieloetapowych procesów decyzyjnych, a więc bliskich sterowaniu systemami zbiornikowymi. Praktyczne wykorzystanie programowania dynamicznego do procesów wielowymiarowych ograniczają jednak wymagania stawiane pamięci maszyny i długi czas obliczeń. Użycie klasycznego programowania dynamicznego do badania procesów wieloetapowych o liczbie stanów sterowanych większej niż cztery przekracza możliwości obecnych komputerów. Było to przyczyną różnych modyfikacji programowania dynamicznego, w wyniku których opracowano szereg nowych metod, jakkolwiek uproszczonych ale o wiele szybszych i efektywniejszych. Tak więc pojawiło się dyskretno-różniczkowe programowanie dynamiczne [3], przyrostowe programowanie dynamiczne [1] oraz programowanie dynamiczne z sukcesywną aproksymacją [7]. Ta ostatnia metoda zostanie szerzej omówiona w niniejszej pracy.

Popularna jest również dekompozycja /przestrzenna, czasowa, problemowa/ zadań złożonych na zadania prostsze i zastosowanie do ich rozwiązania metody optymalizacyjnej będącej kombinacją programowania liniowego i dynamicznego. W zależności od tego, która metoda jest nadrzędną w stosunku do drugiej, wyróżnia się programowanie liniowe - dynamiczne [7] oraz programowanie dynamiczne - liniowe [2].

W ostatnim pięcioleciu nastąpił w Polsce znaczny postęp w adaptacji metod optymalizacyjnych do zagadnień sterowania systemami wodnogospodarczymi. Zasługa w tym zespołu pracowników Instytutu Automatyki Politechniki Warszawskiej, biorącego udział w Programie Rządowym PR-7. Duże nadzieje praktyczne wiąże się z wykorzystaniem metody korekcji cen dla różnych struktur sterowania hierarchicznego [5].

Tok postępowania w programowaniu dynamicznym z sukcesywną aproksymacją

Idea przedstawionej metody jest bardzo prosta. Dekomponujemy wielowymiarową i wieloetapową trajektorię stanów systemu na trajektorie jednowymiarowe. Rozwiązanie problemu zaczynamy od określenia trajektorii startowych, spełniających warunki ograniczające. Następnie optymalizujemy za pomocą równania rekurencyjnego Bellmana kolejno poszczególne trajektorie w ograniczonym korytarzu stanów /rys.1/, nie zmieniając przebiegów trajektorii pozostałych. W ten sposób po aproksymacji wszystkich trajektorii otrzymujemy nową trajektorię stanów /lepszą od startowej/, którą uważamy za startową w następnym identycznym cyklu iteracyjnym. Przedstawioną procedurę iteracyjną powtarzamy do momentu ustalenia się wartości funkcji kryterialnej, z tym że po zakończeniu cykli, w których nie uzyskano poprawy wartości funkcji kryterialnej, następuje zawężanie korytarza optymalizacji.



Rys.1. Interpretacja graficzna jednowymiarowego problemu przyrostowego programowania dynamicznego.

Tok postępowania w programowaniu dynamicznym z sukcesywną aproksymacją można sformalizować do następujących kroków:

1. Ustalenie dla wszystkich zmiennych sterujących trajektorii startowych $\left\{s_k^o(t_i)\right\}$; $k = 1,\dots m$; $i = 1,\dots, h$, mieszczących się w przestrzeni trajektorii dopuszczalnych /m - wymiarowość problemu, h - ilość dyskretnych przedziałów czasu w rozważanym horyzoncie sterowania/.
2. Przyjęcie dla poszczególnych zmiennych sterujących wielkości kroku dyskretyzacji ich wartości - Δs_k.
3. Określenie za pomocą klasycznego programowania dynamicznego, kolejno dla każdej zmiennej sterującej, optymalnych trajektorii wartości, przy założeniu

$$s_k^o(t_i)-\Delta s_k \leq s_k(t_i) \leq s_k^o\, t_i + \Delta s_k \qquad \forall_{i,k}$$

oraz przyjęciu, że trajektorie pozostałych zmiennych sterujących są niezmienne i odpowiadają trajektoriom startowym względnie określonym w poprzednich optymalizacjach /rys.1/.
4. Powtarzanie powyższego cyklu obliczeń do momentu ustalenia się wartości funkcji kryterialnej, tzn. gdy ostatni cykl obliczeń nie spowoduje

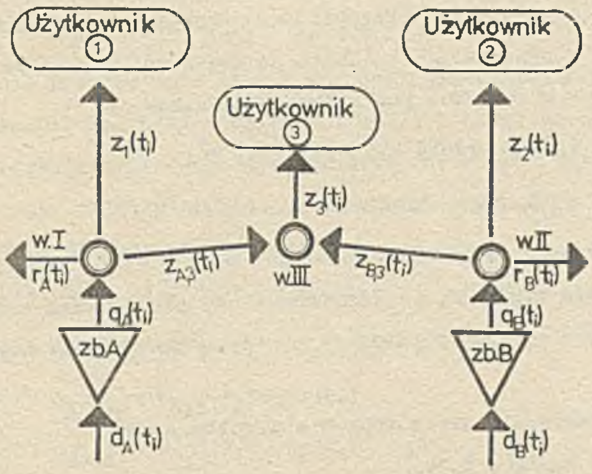
zmiany jej wartości.

5. Traktujemy rozwiązania uzyskane w ostatnim cyklu jako startowe i powtarzamy cały proces obliczeń zmieniając jedynie dyskretyzację zmiennych, przyjmując

$$\Delta' s_k = \varepsilon \cdot \Delta s_k \qquad \varepsilon < 1$$

6. Zakończenie obliczeń następuje wtedy, gdy wykonana zostanie zadana ilość iteracji, względnie gdy spełnione zostanie przyjęte kryterium stabilności rozwiązań.

Przykład



Rys.2. Schemat strukturalny przykładowego systemu.

Dla ilustracji i zarazem sprawdzenia przyjętego algorytmu sterowania sformułowano i oprogramowano miesięczny model sterowania dla systemu składającego się z dwóch zbiorników i trzech użytkowników. Strukturę rozważanego systemu sprowadzono do postaci przedstawionej na rys.2, co znacznie ułatwiło proces formułowania modelu matematycznego, który po dyskretyzacji przedstawia się następująco:

Objaśnienia

t_i - indeks dyskretnego przedziału czasu /i = 0,1,...,h/

Δt_i - długość dyskretnego przedziału czasu - s

$d_A(t_i)$, $d_B(t_i)$ - dopływ do zbiornika odpowiednio A oraz B - m^3/s

$v_A(t_i)$, $v_B(t_i)$ - zapas wody w zbiorniku odpowiednio A oraz B na końcu i-tego przedziału czasu - m^3

$q_A(t_i)$, $q_B(t_i)$ - całkowite odpływy ze zbiorników - m^3/s

$z_{A,3}(t_i)$, $z_{B,3}(t_i)$ - ilość wody dostarczanej użytkownikowi 3 ze zbiornika odpowiednio A oraz B - m^3/s

$r_A(t_i)$, $r_B(t_i)$ - odpływy wody ze zbiorników ponad odpływy przeznaczone dla użytkowników - m^3/s

$v_A^{max}(t_i)$, $v_B^{max}(t_i)$ - dopuszczalne pojemności zbiorników na końcu i-tego przedziału czasu - m^3 $(i=1,2,...n)$

$v_A^*(t_n)$, $v_B^*(t_n)$ - wymagane minimalne pojemności zbiorników na końcu horyzontu sterowania - m^3

$z_{A,3}^{max}$, $z_{B,3}^{max}$ - maksymalna przepustowość urządzeń poboru wody z rzeki odpowiednio A oraz B do użytkownika 3 - m^3/s

$v_A(t_o)$, $v_B(t_o)$ - pojemności początkowe zbiorników - m^3

$P_1(t_i)$, $P_2(t_i)$, $P_3(t_i)$ - potrzeby użytkowników - m^3/s

$Q_A(t_i)$, $Q_B(t_i)$ - przepływy nienaruszalne - m^3/s

Jako oddziaływania sterujące rozrządem wody w systemie można przyjąć różnego rodzaju wielkości, byleby określały one rozrząd wody w sposób jednoznaczny. W niniejszym przykładzie przyjęto następujące zmienne sterujące:

s_1 - określa bezpośrednio zapas wody w zbiorniku A - m^3

$$s_1(t_i) = v_A(t_i) \tag{1}$$

s_2 - określa bezpośrednio zapas wody w zbiorniku B - m^3

$$s_2(t_i) = v_B(t_i) \tag{2}$$

s_3 - określa stosunek między sumaryczną ilością wody dostarczanej użytkownikowi 3 ze zbiorników A i B a sumarycznym odpływem z tych zbiorników pomniejszonym o przepływy nienaruszalne $(0 \leq s_3 \leq 1)$

$$s_3(t_i) = \frac{z_3(t_i)}{q_A(t_i) + q_B(t_i) - Q_A(t_i) - Q_B(t_i)} \tag{3}$$

s_4 - określa stosunek między ilością wody dostarczanej użytkownikowi 3 ze zbiornika A a dopływem z tego zbiornika pomniejszonym o przepływ nienaruszalny $(0 \leq s_4 \leq 1)$

$$s_4(t_i) = \frac{z_{A,3}(t_i)}{q_A(t_i) - Q_A(t_i)} \tag{4}$$

Jak widać, zmienne sterujące s_1 oraz s_2 determinują odpływy ze zbiorników, co wynika z równań bilansowych zbiorników:

$$q_A(t_i) = \left[v_A(t_{i-1}) - s_1(t_i)\right]/\Delta t_i + d_A(t_i) \tag{5}$$

$$q_B(t_i) = \left[v_B(t_{i-1}) - s_2(t_i)\right]/\Delta t_i + d_B(t_i) \tag{6}$$

Natomiast zmienne s_3 praz s_4 determinują przepływy z_3 oraz $z_{A,3}$, których wielkości można określić przekształcając równania (3) oraz (4). Znajomość przepływów z_3 oraz $z_{A,3}$ pozwala określić wielkość $z_{B,3}$ na podstawie równania bilansowego węzła III:

$$z_{B,3}(t_i) = z_3(t_i) - z_{A,3}(t_i) \tag{7}$$

Pozostaje jeszcze zdefiniować w sposób jednoznaczny zasady rozdziału pozostałych ilości wody w węzłach I i II. Z uwagi na cel sterowania i przyjęte ograniczenia dotyczące konieczności zapewnienia przepływów nienaruszalnych, najkorzystniej jest wyznaczać pozostałe przepływy na podstawie następujących zależności:

$$z_1(t_i) = \min\left[P_1(t_i);\ q_A(t_i) - Q_A(t_i) - z_{A,3}(t_i)\right] \tag{8}$$

$$z_2(t_i) = \min\left[P_2(t_i);\ q_B(t_i) - Q_B(t_i) - z_{B,3}(t_i)\right] \tag{9}$$

$$r_A(t_i) = q_A(t_i) - z_{A,3}(t_i) - z_1(t_i) \tag{10}$$

$$r_B(t_i) = q_B(t_i) - z_{B,3}(t_i) - z_2(t_i) \tag{11}$$

Znajomość równań (1) do (11) pozwala wyznaczyć w prosty sposób, stosując metodę kolejnych podstawień, operator analizowanego systemu, będący układem zależności między poszczególnymi wyjściami a wejściami i oddziaływaniami sterującymi.

Oddziaływania sterujące nie mogą przyjmować dowolnych wartości, muszą bowiem spełniać pewne ograniczenia, które są konsekwencją warunków stawianych systemowi lub też wynikają z technicznych charakterystyk jego obiektów. Warunki te są następujące:

$$0 \leqslant s_1(t_i) \leqslant v_A^{max}(t_i) \tag{12}$$

$$0 \leqslant s_2(t_i) \leqslant v_B^{max}(t_i) \tag{13}$$

$$r_A(t_i) \geqslant Q_A(t_i) \tag{14}$$

$$r_B(t_i) \geqslant q_B(t_i) \tag{15}$$

$$z_{A,3}(t_i) \leqslant z_{A,3}^{max} \tag{16}$$

$$z_{B,3}(t_i) \leqslant z_{B,3}^{max} \tag{17}$$

$$0 \leqslant s_3(t_i) \leqslant 1 \tag{18}$$

$$0 \leqslant s_4(t_i) \leqslant 1 \tag{19}$$

$$v_A(t_h) \geqslant v_A^*(t_h) \tag{20}$$

$$v_B(t_h) \geqslant v_B^*(t_h) \tag{21}$$

Wszystkie warunki, za wyjątkiem dwóch ostatnich, obowiązują dla $i = 1, 2, \dots, h$.

Traktując rozważany proces jako dykretny w przedziałach miesięcznych i przyjmując roczny horyzont sterowania można zadanie określenia sterowań optymalnych sformułować następująco:

- dla znanej realizacji procesu zasilania zadanej w postaci dwóch ciągów wartości:

$$\{d_A(t_i)\} = d_A(t_1),\ d_A(t_2), \dots, d_A(t_{12})$$

$$\{d_B(t_i)\} = d_B(t_1),\ d_B(t_2), \dots, d_B(t_{12})$$

oraz przy znanym operatorze systemu i zadanych pojemnościach początkowych zbiorników $V_A(t_o)$, $V_B(t_o)$ należy znaleźć takie trajektorie oddziaływań sterujących

$$\{s_k(t_i)\} = s_k(t_1),\ s_k(t_2), \dots, s_k(t_{12}) \quad \text{dla } k=1,2,\dots,4$$

które minimalizują kryterium

$$K = \sum_{i=1}^{12} \sum_{j=1}^{3} f_j(z_j(t_i)) \tag{22}$$

oraz spełniają układ warunków ograniczających (12) do (21).

Rozważaną metodę programowania dynamicznego zastosowano do optymalizacji sterowań /dla przedstawionego systemu/ uwzględniającej w sposób niejawny losowość procesu dopływu do zbiornika. Zadanie to wymagało określenia optymalnych oddziaływań sterujących dla wielu wygenerowanych procesów zasilania systemu /por.[6] /. Stąd jednym z głównych kryteriów przydatności modelu sterowania stała się jego szybkość. Dlatego też zdecydowano się na zastosowanie do przedstawionego problemu opisanej metody uzupełnionej algorytmem automatycznego wyboru trajektorii star-

towych.
Przyjęto następujący sposób określenia trajektorii startowych:

- wybieramy $q_A^o = \min\limits_{1 \leq i \leq 12} \left\{ \frac{v_i^A}{i \cdot \Delta t_i} \right\}$ gdzie:

$$v_i^A = v_{i-1}^A + d_A(t_i) \cdot \Delta t_i$$

$$v_o^A = V_A(t_o)$$

- w analogiczny sposób ustalamy q_B^o

/Tak ustalone wartości q_A^o, q_B^o są maksymalnymi gwarantowanymi odpływami ze zbiorników A i B przy założeniu ich nieograniczonej pojemności/.

- symulujemy, dla każdego zbiornika oddzielnie, gospodarkę wodną wg polityki standardowej przy założeniu potrzeb odpowiednio q_A^o i q_B^o, uwzględniając ograniczenia wynikające z maksymalnych pojemności zbiorników /dopływy i pojemności początkowe są znane/. Otrzymane stąd trajektorie pojemności zbiorników uznajemy za trajektorie próbne $\{s_1^o(t_i)\}$, $\{s_2^o(t_i)\}$ rozważanego problemu optymalizacji sterowań,
- na podstawie analizy hydrologii cieków zasilających zbiorniki oraz potrzeb użytkowników określamy współczynniki S_3 i S_4, wyznaczające dwie pozostałe trajektorie startowe $s_3(t_i) = S_3$ i $s_4(t_i) = S_4$ $\forall_i$

  $i = 1, 2, \ldots, 12.$

Opisana metoda optymalizacji sterowań została oprogramowana-dla systemu j.w. - w języku FORTRAN na EMC firmy CDC-CYBER 72. Średni czas obliczeń przy 12 dyskretnych przedziałach czasu wyniósł ~ 2,6 sek /średnia z 50 zadań/. Tak krótki czas obliczeń jest m.in. konsekwencją tego, że wprowadzona jako wejście do modelu hydrologia była, z punktu widzenia zadań sterowania, korzystna. Dopływy na ogół przewyższały potrzeby, konsekwencją czego było istnienie wielu polityk optymalnych, co skracało ilość iteracji i ułatwiało wybór okołooptymalnej polityki startowej. Dla porównania średni z 10 zadań czas obliczeń dla 11 przedziałów czasu przy bardziej niekorzystnej hydrologii wyniósł ~ 3,5 sek.

Problemy zastosowania.

Istotną zaletą programowania dynamicznego jest brak ograniczeń co do charakteru funkcji celu i warunków ograniczających. Zalety tej niestety nie mają jego różnorodne modyfikacje, ale są one znacznie szybsze i wymagają mniejszej pamięci operacyjnej, co umożliwia im rozważanie problemów o większej wymiarowości i preferuje je w zagadnieniach wymagających wielokrotnego powtarzania obliczeń. Użycie metod jak przedstawiona w artykule zmusza nas więc do rozpatrzenia zagadnienia wpływu rodzaju funkcji kryterialnej, ograniczeń, przyjętych zmiennych i ich dyskretyzacji na zbieżność algorytmu optymalizacyjnego.

W dalszych rozważaniach zajmiemy się zagadnieniami minimalizacji w dyskretnej przestrzeni stanów. Problemy przejścia z zagadnień ciągłych na dyskretne i związanej z tym dokładności rozwiązań nie są tu rozważane. W przyjętej procedurze otrzymujemy ciągi wartości zmiennych sterujących dające malejący ciąg odpowiadających im wartości funkcji celu, W odróżnieniu jednak od klasycznego programowania dynamicznego zakończenie procesu optymalizacji nie zawsze jest równoznaczne z osiągnięciem minimum globalnego. Jednym z powodów zakończenia obliczeń przed osiągnięciem minimum globalnego może być istnienie w obszarze ograniczeń więcej niż jednego minimum lokalnego. W takich przypadkach prawdopodobieństwo osiągnięcia optimum możemy zwiększyć rozwiązując dany problem kilkakrotnie dla różnych polityk startowych i przedziałów dyskretyzacyjnych.

Można również napotkać problem, w którym w zakresach zmienności oddziaływań sterujących są obszary, w których zmiana danej trajektorii nie wpływa na wartość funkcji celu. Jeżeli dodatkowo w części /lub całości/ tego obszaru zmiana jakiejkolwiek innej trajektorii zwiększa wartość funkcji kryterialnej, może w niej nastąpić zakończenie procesu optymalizacji, przez co nie osiągniemy minimum globalnego. Aby się przed tym zabezpieczyć, należałoby dążyć do wyeliminowania istnienia rozwiązań równorzędnych /o ile nie są to rozwiązania globalnie optymalne/. Cel ten można osiągnąć wprowadzając do funkcji kryterialnej dodatkowe człony różnicujące rozwiązania równorzędne w oparciu o analizę rozważanego systemu i celów sterowania. Jeśli nie jest to możliwe, postępujemy w sposób zalecany dla problemów o wielu minimach lokalnych.

Trudności, o których mowa, mogą wynikać zarówno z charakteru funkcji celu, warunków ograniczających, jak i rodzaju przyjętych zmiennych sterujących bądź ich dyskretyzacji. Dlatego też zasygnalizowane tu problemy związane z faktem użycia przedstawionej i podobnych metod są trudne do sformalizowania w postaci jednoznacznych warunków stosowalności. Zależeć one będą również od celów i wymogów /np. co do dokładności/ sterowania. Konieczne wydaje się indywidualne podejście i intuicyjne "wyczucie" systemu, dla którego rozważamy celowość stosowania danej metodyki.

W omawianym przykładzie użycie opisanej modyfikacji programowania dynamicznego dało pozytywne wyniki. Pozwoliło to na wykonanie wielu optymalizacji ze względu na krótki czas egzystencji opracowanego programu obliczeniowego. Ponadto znajomość problemu umożliwiła uniknięcie zbyt częstego zakończenia obliczeń przed osiągnięciem minimum globalnego, względnie "wyłapanie" takich przypadków w wynikach i poprawienie ręczne /np. w cytowanych już obliczeniach dla 50 wygenerowanych ciągów dopływu zdarzyło się to 3-krotnie/.

LITERATURA

[1] Fults D.M., Hancock L.F.: "Optimum Operations Model for Shasta Trinity System". Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol.98, No HY 9, 1972.

[2] Hall W.A., Shephard R.W.: "Optimum Operations for Planning of a Complex Water Resources System". Water Resources Center, University of California, Los Angeles, 1967.

[3] Heidari M.et.al.: "Discrete Differential Dynamic Programing Approach to Water Resources Systems Optimization". Water Resources Research, Vol.7, No 2, 1971.

[4] Kaczmarek Z.i inni: "The Multiple - Step Methoden for Simulation and Optimization of Vistula River Planning Alternatives". International simposium on Matematical Models in Hydrology. Warszawa, 1971.

[5.] Malinowski K. i inni: "Analiza złożonych metod optymalizacji i sterowania dla systemów wodno-gospodarczych wraz z przykładami. IAPW, Warszawa, 1979 /Raport z tematu PR-7.01.06.05/.

[6.] Słota H. i inni: "Model adaptacyjnego sterowania rozrządem wody w systemach wielozbiornikowych". IMGW Kraków, 1979 /Raport z tematu PR-7.01.06.05-1/.

[7.] Trott W.J., Yeh W.: "Optimization of Multiple Reservoir System". Journal of the Hydraulics Division. HY 10, 1973.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ К ОПТИМИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЙ В СИСТЕМЕ С МНОГИМИ ВОДОХРАНИЛИЩАМИ

Р е з ю м е

Представлен пример применения модифицированного динамического программирования с т.н. наследственной приблизительностью к опти - мизации многоразмерной траектории управления. Обсуждённая модификация сводится к разложению задачи с многими переменным управляемыми на одноразмерные задачи, решаемые очередно, друг за другом с наследственной приблизительностью искаемых траекторий с одновременным суживанием "коридора" приближения .

Проблемы связаны с использованием этого метода к управлении системами многих водохранилищ обсуждено на примере системы с двумя водохранилищами с четырмя управляемыми изменчивыми.

DYNAMIC PROGRAMMING OF OPTIMIZATION IN MULTI - RESERVOIR SYSTEM CONTROL

S u m m a r y

The paper presents an example of modified dynamic programming, the so-called programming with succesive approximation was employed in optimization of a multi-dimensional control trajectory. The discussed modification consists in decomposing a multi-control-related variable task into one-dimensional consecutively solved problems, successively approximating the soughtaftertrajectories and simultaneously limiting the approximation "corridor".

The problems related to the utilization of the above method in a multi-reservoir system control have been exemplified by means of a two-reservoir system with four control variables.