ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria : AUTOMATYKA z.59 Nr kol.694

KRZYSZTOF MALINOWSKI
KRZYSZTOF NOWOSAD
INSTYTUT AUTOMATYKI
POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ

WYBRANE ZAGADNIENIA STEROWANIA DYSPOZYTORSKIEGO W SYSTEMACH WODNYCH

Streszczenie

Rozważane są wybrane zagadnienia związane z generacją sterowań dyspozytorskich w wielozadaniowym systemie wodnym. Struktura sterowania uwzględnia warunki niepewności, towarzyszące generacji sterowań i opiera się na mechanizmach prognozowania, zabezpieczenia systemu przed przekraczaniem ograniczeń oraz na planowaniu działania systemu w najbliższym okresie czasu w oparciu o prognozy. Praca składa się z dwóch zasadniczych części. W pierwszej z nich omawiane jest zagadnienie formułowania ograniczeń w zadaniu planowania - mające na celu stworzenie gwarancji nieprzekraczania ograniczeń na stan zbiorników retencyjnych. W drugiej części omawiany jest problem agregacji odbiorców wody w systemie złożonym z jednego zbiornika retencyjnego oraz wielu użytkowników. Rozważa się również problem agregacji retencji w systemie złożonym z dwóch zbiorników. Zadania planowania retencji w oparciu o zagregowane modele tworzone są dla potrzeb generacji sterowań dyspozytorskich [1]. Cechą charakterystyczną tych zadań jest operowanie mniej szczegółowymi modelami systemu. Do rozwiązania potrzebna jest wówczas mniejsza ilość informacji oraz istotnie mniejszy nakład obliczeń w porównaniu z pełnymi modelami sterowania.

1. Wprowadzenie

1.1. Cele sterowania i opis systemu

Rozważając zagadnienie sterowania dyspozytorskiego w systemie wodnym, należy na wstępie sprecyzować cele tego sterowania. Związane są one z ochroną przeciwpowodziową oraz gromadzeniem i racjonalnym rozdziałem zasobów wodnych. Prawidłowe sterowanie powinno zapewniać, aby w każdej chwili t spełnione były ograniczenia

$$w^r_{min}(t) \leq w(t) \leq w^r_{max}(t), \tag{1}$$

gdzie w(t) oznacza wektor zapełnień zbiorników retencyjnych w chwili t, zaś $w^r_{min}(t)$ i $w^r_{max}(t)$ określają dopuszczalny zakres zmienności w(t) (wynikający np.: z ustalonych, na dłuższy okres czasu, przepisów eksploatacyjnych). Sterowanie realizowane jest za pomocą zrzutów wody ze zbiorników oraz przerzutów wody do odbiorców. Łącznie, wektor sterowań oznaczymy przez u(t). Wielkości te mogą przyjmować wartości z pewnych dopuszczalnych zakresów, tj.

$$u(t) \in U_t^r(q(t)), \tag{2}$$

gdzie q(t) oznacza np. aktualne zapotrzebowania odbiorców wody, wymagania związane z minimalnymi i maksymalnymi wartościami zrzutów i przepływów etc. Ponadto racjonalizacja rozdziału zasobów wodnych związana być może np. z dążeniem do minimalizowania odpowiedniego wskaźnika jakości, określonego na odpowiednio długim okresie czasu (horyzoncie sterowania) w postaci:

$$J = \int_{t_0}^{t_s} f_t(w(t),m(t),q(t),z(t))dt + F_{t_s}(w(t_s)), \tag{3}$$

gdzie funkcja f_t ujmuje: natężenie strat odbiorców wody, związanych z niespełnieniem ich potrzeb, koszty (straty) związane z aktualnym poziomem zasobów w(t) (wynikające np. z rekreacyjnych funkcji zbiorników retencyjnych), straty związane z aktualnym natężeniem zrzutów (potrzeby żeglugi, jakość wody związana z rozcieńczeniem zanieczyszczeń itp.). Funkcja F_{t_s} określa jakość związaną z końcową wartością zasobów wodnych. z(t) oznacza natężenie naturalnych dopływów do zbiorników retencyjnych. Dynamika gromadzenia zasobów w zbiornikach retencyjnych może być opisana za pomocą równania

$$\dot{w}(t) = Sz(t) - Hu(t), \tag{4}$$

gdzie S i H są macierzami o odpowiednich wymiarach, a ich elementy przyjmują wartości 0,1 (macierz S) oraz 0,1,-1 (macierz H).

Zakładamy w tym miejscu, że decyzje sterujące u(t) podejmowane są bezpośrednio przez dyspozytora systemu. Struktury sterowania z wieloma decydentami są wprawdzie bardziej realistyczne w wielu przypadkach. Dyskusję tego zagadnienia oraz opis działania takich struktur i budowy mechanizmów sterowania można znaleźć np. w pracach [1], [2]. Jednakże dla celów rozważań prowadzonych w tej pracy można przyjąć powyższe założenie.

Jeżeli dyspozytor otrzymuje nowe informacje o działaniu systemu (np. sprawdza ograniczenia i wartości w(t), q(t), z(t)) oraz podejmuje decyzje w pewnych odstępach czasu, tzn. w dyskretnych chwilach t_k ($k = k_0, k_0+1, \ldots$), to wówczas może być celowe posługiwanie się opisem dyskretnym celów sterowania i dynamiki systemu w postaci:

$$w_{min}^r(k) \leq w(k) \leq w_{max}^r(k), \tag{1a}$$

$$u(k) \in U^{r}(k,q(k)), \tag{2a}$$

$$J = \sum_{k=k_o}^{k_o+K-1} f(k,w(k),u(k),q(k),z(k)) + F(k_o+K, w(k_o+K)), \tag{3a}$$

$$w(k+1) = w(k) + S\, z(k) - H\, u(k), \tag{4a}$$

gdzie: $w(k) = w(t_k)$, zaś

$$u(k) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} u(t)dt\ . \tag{5}$$

Wielkości $z(k)$, $q(k)$ definiujemy podobnie jak $u(k)$. Chwile czasu t_k będziemy oznaczać po prostu poprzez k. Przyjmując, że $m(t) = \text{const.}$ dla $t_k \leq t < t_{k+1}$ możemy napisać $m(k) = m(t_k) \cdot h_k$, gdzie $h_k = t_{k+1} - t_k$.

1.2. Generacja sterowań w warunkach niepewności

Podejmowanie decyzji przez dyspozytora odbywa się w warunkach niepewności. Dotyczy ona zarówno nieznajomości przyszłych wartości dopływów $z(t)$ (lub $z(k)$) do zbiorników, jak i nieznajomości dokładnych wartości zmiennych $q(t)$ (lub $q(k)$), czy też wreszcie nieznajomości dokładnej postaci funkcji f_t $(f(k, \cdot))$, wyrażających przyszłe straty i koszty. Przyjmując określony sposób generacji sterowań przez dyspozytora (zasadę generacji sterowań - ZGS), musimy zapewnić:

- niezawodność działania systemu, wyrażającą się nieprzekraczaniem ograniczeń rzeczywistych (1,2) lub (1a,2a) oraz zapewnieniem warunków dla podejmowania właściwych decyzji w przyszłych chwilach czasu,
- racjonalność ekonomiczną podejmowanych decyzji, wyrażającą się poprzez minimalizację odpowiedniej oceny a priori wartości wskaźnika jakości.

W każdej chwili, w której podejmowane są decyzje, dyspozytor posiada pewien zasób informacji dotyczący: opisu systemu, aktualnych warunków panujących w tym systemie, opisu niepewności (zakresy zmian przyszłych dopływów, potrzeb, modele prognostyczne itp.) oraz znajomości przyszłych chwil interwencji. Oznaczmy ten zasób informacji poprzez $I(t)$ (lub $I(k)$ w przypadku dyskretnego działania dyspozytora w czasie). Zasadę generacji sterowań można zapisać formalnie w postaci

$$u(t) = \mathcal{R}_t(I(t)) \tag{6}$$

lub , w przypadku dyskretnym,

$$u(k) = \mathcal{R}\ (k, I(k))\ . \tag{6a}$$

Przyjmując określony model niepewności (np. w postaci modeli prognostycznych dostarczających w chwilach k warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa przyszłych wielkości losowych) możemy próbować dokonać optymalnego doboru ZGS z punktu widzenia wymienionych wyżej wymagań,dotyczących niezawodności i racjonalności działania systemu. Jednak nawet w przypadku prostszych zagadnień sterowania (brak ograniczeń na stan i sterowania) jest to zadanie niesłychanie skomplikowane. W praktyce musimy zatem przyjąć pewne suboptymalne sposoby postępowania. Omówimy teraz pokrótce dwa takie schematy postępowania.

Pierwszy z nich polega na założeniu pewnej postaci ZGS, uzależnionej od parametrów a i przetworzonej informacji bieżącej $I_o(k)$ (rozważamy przy--padek dyskretny). Przyjmujemy zatem, że ZGS określona jest jako

$$u(k) = R(k,\ a,\ I_o(k)), \tag{7}$$

gdzie $I_o(k)$ oznacza np.: prognozę z(k) dopływu do zbiorników retencyjnych w najbliższym okresie czasu (do chwili k+1). Jeżeli dla $a \in A$ powyższa ZGS zapewnia nieprzekraczanie ograniczeń (1a, 2a) w kolejnych etapach sterowania, to ZGS jest dopuszczalna z punktu widzenia niezawodności (bezpieczeństwa) działania. Odpowiedni parametr a ze zbioru A możemy teraz próbować określić np.: na drodze symulacji numerycznej działanie systemu, w oparciu o historyczne lub generowane losowo dane. Możemy też w celu określenia właściwej wartości a zastąpić symulację numeryczną działania systemu poprzez np.: optymalizację na zbiorze A wartości oczekiwanej efektów sterowania, wyrażonej za pomocą rozkładów prawdopodobieństwa wielkości losowych. Należy zauważyć, że ten ostatni sposób możliwy jest do zastosowania jedynie w szczególnie prostych przypadkach. Natomiast symulacja numeryczna jest kosztowna i długotrwała. Duże trudności mogą być także związane z określeniem zbioru A. Wykorzystanie reguł decyzyjnych w postaci (7) dla sterowania operacyjnego stanowi popularny sposób postępowania. Jednakże efekty ich stosowania zależą w dużym stopniu od przyjętej postaci odwzorowania R. Ponadto, rygorystyczne stosowanie reguł tego typu z parametrami ustalonymi w oparciu o dane historyczne w znacznej mierze ogranicza możliwości wykorzystania umiejętności

bieżącego przewidywania zjawisk oraz utrudnia dostosowywanie się do zachodzących w systemie zmian. Jednocześnie "mechanistyczny" charakter podejmowania decyzji w oparciu o regułę (7) utrudnia rozumienie procesu decyzyjnego poprzez dyspozytora (utrudnia również np. analizę wariantów działania itp. (zob.[11])).

Inny sposób postępowania, służący do określenia ZGS, polega na wyodrębnieniu następujących etapów działanie w chwili k (tzn. w każdej chwili podejmowania decyzji):

a) przetwarzanie informacji zbieranych z systemu i określenie prognoz dopływów, poborów, określenie zakresu zmienności tych prognoz, zakresu ich błędów itp.,

b) formułowanie zadania planowania sterowań jako zadania optymalizacji z właściwymi ograniczeniami w taki sposób, aby zapewnić dopuszczalność sterowań z punktu widzenia niezawodności działania systemu,

c) rozwiązanie zadania planowania (zadania optymalizacji) i określenie na tej drodze decyzji sterującej u(k).

W pracy tej zajmować się będziemy zagadnieniami związanymi z etapami b) i c) powyższego sposobu postępowania. Z rozważań prowadzonych w następnych punktach wynika, jakich informacji będziemy oczekiwać w postaci wyników etapu a).

Powtarzając w chwilach k, k+1, k+2 itd. opisane wyżej czynności, uzyskujemy strukturę sterowania, którą będziemy określać mianem sterowania repetycyjnego. W pracy tej nie będziemy zajmować się oceną działania takiego schematu sterowania oraz jego porównaniem z innymi strukturami. Oceny ta można uzyskać w pewnych prostych przypadkach [3],[4].

2. Formułowanie zadania planowania sterowań

2.1. Opis zadania planowania

Przypuśćmy, że decyzje dyspozytora u(k) na następny okres czasu (do chwili k+1) podejmowane są w dyskretnych chwilach czasu k na podstawie rozwiązania następującego zadania decyzyjnego w formie zadania optymalizacji

$$ZO: \quad \min_{\substack{u(k) \\ \vdots \\ u(k+K_o-1)}} \left\{ \sum_{j=k}^{k+K_o-1} f(j,w(j),u(j),\bar{q}^k(j),\bar{z}^k(j)) + F_k(k+K_o,w(k+K_o)) \right\}$$

gdzie $w(k) = w^r(k)$

oraz $w(j+1) = w(j) + S\,\bar{z}^k(j) - H\,u(j)$,

przy ograniczeniach:

$$w(j+1) \in W_k(j+1), \tag{8}$$

$$u(j) \in U(j, \bar{q}^k(j)), \tag{9}$$

dla $j = k,\dots,k+K_o$.

(Rozwiązaniem tego zadania będzie $\hat{u}(k),\dots,\hat{u}(k+K_o-1)$.

W powyższym sformułowaniu K_o oznacza horyzont optymalizacji (liczbę branych pod uwagę okresów czasu). F_k oznacza karę za stan końcowy (ilość wody w zbiornikach planowaną na koniec rozważanego okresu czasu). Ustalenie wartości K_o i funkcji F_k stanowi jeden z istotnych elementów formułowania zadania ZO. Trudno jest jednak określić ogólne zasady postępowania. Można jednak zauważyć, że K_o musi być tym większe, czym mniej możemy powiedzieć o postaci funkcji F_k. Jeżeli dobierzemy K_o dostatecznie duże na to, aby $u(k)$ nie zależało od K_o, to można pominąć funkcję F_k w sformułowaniu wskaźnika jakości w zadaniu ZO.

Wielkości $\bar{z}^k(j)$ oraz $\bar{q}^k(j)$ oznaczają dostępne w chwili k prognozy wielkości $z(j)$ i $q(j)$ dla $k \le j < k + K_o$. $w^r(k)$ oznacza wektor rzeczywistych zapełnień zbiorników znany (zmierzony) w chwili k . $\bar{z}^k(j)$, $\bar{q}^k(j)$, $w^r(k)$ stanowią zatem nową informację wykorzystywaną przy formułowaniu i rozwiązaniu (etapy b) i c)) zadania ZO w chwili k. Wielkości $\bar{z}^k(k)$ oraz $\bar{q}^k(k)$, tzn. aktualne prognozy na najbliższy etap, oznaczymy poprzez $\bar{z}(k)$ i $\bar{q}(k)$.

W sformułowaniu ograniczeń (8) i (9) postać zbiorów $W_k(j+1)$ oraz $U(j,\bar{q}^k(j))$ powinna być taka, aby nie nastąpiło przekroczenie ograniczeń (1a) lub (2a) w rzeczywistym systemie podczas realizacji decyzji dyspozytora $\hat{u}(k)$ w obliczu rzeczywistych realizacji $z^r(k)$ i $q^r(k)$ różnych od prognozowanych wartości $\bar{z}^k(k)$ i $\bar{q}^k(k)$. Ponadto, zbiory $W_k(j+1)$ oraz $U(j,\bar{q}^k(j))$ powinny być takie, aby możliwe było poprawne sformułowanie i rozwiązanie zadania planowania w chwilach k+1, k+2 itd. Określenie zbiorów $W_k(j+1)$ i $U(j,\bar{q}^k(j))$ stanowi zatem zasadniczy element formułowania zadania ZO, decydujący o niezawodności (bezpieczeństwie) działania całego schematu sterowania. Tym właśnie zagadnieniem będziemy się dalej w tym punkcie zajmować.

2.2. Formułowanie ograniczeń w zadaniu ZO

Zauważmy, że ograniczenia (9) powinny być określone po prostu w taki sposób, aby warunek

$$u(k) \in U(k,\bar{q}(k))$$

implikował, że

$$u(k) \in U^r(k,q^r(k))$$

dla każdego $q^r(k) \in Q(k,\bar{q}(k))$, gdzie zbiór $Q(k,\bar{q}(k))$ oznacza zakres, w którym znajdą się wartości rzeczywiste $q^r(k)$ wielkości $q(k)$ w następnym etapie sterowania (od chwili k do chwili k+1). Przyjmujemy, że zbiór $Q(k,\bar{q}(k))$ znany jest na początku etapu k po określeniu prognozy $\bar{q}(k)$. Powyższe wymaganie można zapewnić, analizując np. strukturę potrzeb odbiorców wody i wprowadzając marginesy bezpieczeństwa. Zbiory $U(j,\bar{q}^k(j))$ można określić jako $U(j,\bar{q}^k(j)) = U^r(j,\bar{q}^k(j))$ lub w podobny sposób, jak dla etapu k, wykorzystując zbiory $Q(j,\bar{q}^k(j))$. Nie ma to większego znaczenia z punktu niezawodności działania systemu i może rzutować jedynie na wyniki optymalizacji. Ze względu na dynamikę systemu wodnego zasadnicze znaczenie z punktu widzenia niezawodności jego działania w następnym i w dalszych etapach czasu ma formułowanie ograniczeń $W_k(j+1)$ (zal.(8)).

Załóżmy, że <u>horyzont sterowania</u> jest skończony i rozciąga się od chwili k_o do chwili $k_o + K-1$. Formułowanie zbiorów $W_k(j)$ poprzedzimy wprowadzeniem zbiorów $W^o(j)$, których określanie możemy rozpocząć od końca, przyjmując, że zbiór $W^o(k_o + K)$ jest dany jako wymagany zbiór docelowy lub też jest dany poprzez ograniczenia rzeczywiste (1a). Zbiór $W^o(k_o+K-1)$ określamy wówczas tak, aby

$$w(k_o+K-1) \in W^o(k_o+K-1) \Leftrightarrow (w(k_o+K-1) \in W^r(k_o+K-1) \wedge (\forall \bar{z}(k_o+K-1) \in$$

$$\in \bar{Z}(k_o+K-1), \bar{q}(k_o+K-1) \in \bar{Q}(k_o+K-1))(\exists\, u(k_o+K-1) \in U(k_o+K-1,\bar{q}(k_o+K-1))$$

$$(\forall\, z(k_o+K-1) \in Z(k_o+K-1, \bar{z}(k_o+K-1)): w(k_o+K-1) + S\, z\,(k_o+K-1) -$$

$$- H\, u(k_o+K-1) \in W^o(k_o+K)),$$

gdzie $W^r(k_o+K-1)$ - rzeczywiste ograniczenia stanu w chwili k_o+K-1, $\bar{z}(k_o+K-1)$ - prognoza $z(k+K-1)$ stawiana w chwili k_o+K-1 (podobnie jak $\bar{q}(k_o+K-1)$), zaś $\bar{Z}(k_o+K-1)$, $\bar{Q}(k_o+K-1)$ oznaczają znane a priori zbiory możliwych wariantów przyszłych prognoz, stawianych w chwili k_o+K-1, zaś zbiór $Z(k_o+K-1, \bar{z}(k_o+K-1))$ oznacza zakres zmienności dopływów $z(k_o+K-1)$ (zależ-

ny od stawianej prognozy). Podobnie określamy zbiory $\bar{Z}(j), \bar{Q}(j)$ i $Z(j,\bar{z}(j))$. Ogólnie, jeśli znany jest zbiór $W^o(j+1)$ dla $k_o < j < k_o+K$, to możemy określić zbiór $W^o(j)$ tak, aby

$$w(j) \in W^o(j) \iff (w(j) \in W^r(j)) \wedge (\forall \bar{z}(j) \in \bar{Z}(j), \bar{q}(j) \in \bar{Q}(j))$$

$$(\exists\ u(j) \in U(j,\bar{q}(j)))$$

$$(\forall z(j) \in Z(j,\bar{z}(j)) : w(j) + S\ z(j) - H\ u(j) \in W^o(j+1)). \tag{10a}$$

Łatwo jest zauważyć, że powyższy sposób określenia zbiorów $W^o(j)$ powoduje (przy założeniu, że $W^o(j) \neq \emptyset$), że jeśli $w^r(k_o) \in W^o(k_o)$, to w chwili k_o przy znajomości $\bar{z}(k_o)$ istnieje takie sterowanie $u(k_o)$, że

$$w^r(k_o+1) = w^r(k_o) + S\ z^r(k_o) - H\ u(k_o) \in W^o(k_o+1).$$

Następnie, w chwili k_o+1 można będzie (znając $\bar{z}(k_o+1)$ i $\bar{q}(k_o+1)$) znaleźć sterowanie $u(k_o+1)$ takie, że $w^r(k_o+2) \in W^o(k_o+2)$ etc.

Przypuśćmy bowiem, że rozwiązujemy zadanie Z0 w chwili k, $k_o \leq k \leq K-1$. Znamy wówczas prognozę $\bar{z}(k)$, a ograniczenia (8) w tym zadaniu możemy określić jako

$$w(k+1) \in W_k(k+1) \iff (\forall z(k) \in Z(k,\bar{z}(k)): w(k+1) + S\ (z(k) - \bar{z}(k)) \in W^o(k+1)) \tag{11}$$

$$W_k(j+1) = W^o(j+1) \qquad \text{dla } j > k\ .$$

Z konstrukcji zbiorów $W^o(j)$ wynika wówczas, że jeśli $w^r(k) \in W^o(k)$, to:

(i) istnieje sterowanie dopuszczalne dla zadania Z0,

(ii) każde sterowanie dopuszczalne dla zadania Z0 zastosowane w części dotyczącej etapu k powoduje, że $w^r(k+1) \in W^o(k+1)$.

Jeżeli $w^r(k_o) \notin W^o(k_o)$, to nie można zagwarantować spełnienia ograniczeń rzeczywistych (1a) przy jednoczesnym spełnieniu ogr.(2a).

Zbiory $W^o(j)$ określone zależnością (10b) należy umieć efektywnie wyznaczać. Zadanie to nie jest trudne w przypadku jednego zbiornika, tzn. jeśli $w(j)$ jest wielkością skalarną ($S = H = 1$), zaś $\bar{Z}(j)$ i $Z(j,\bar{z}(j))$ zadane są zależnościami

$$\bar{z}(j) \in \bar{Z}(j) \iff \bar{z}_{min}(j) \leq \bar{z}(j) \leq \bar{z}_{max}(j) \tag{12}$$

oraz

$$z(j) \in Z(j,\bar{z}(j)) \iff \bar{z}(j) - \Delta(j) \leq z(j) \leq \bar{z}(j) + \Delta(j) \tag{13a}$$

lub

$$z(j) \in Z(j,\bar{z}(j)) \Leftrightarrow \bar{z}(j) - \Delta(j)\,\bar{z}(j) \leq z(j) \leq \bar{z}(j) + \Delta(j)\,\bar{z}(j). \tag{13b}$$

(Zależność (13b) odpowiada sytuacji, w której maksymalny błąd prognozy jest proporcjonalny do wartości samej prognozy $\bar{z}(j)$). Przyjmując, że $W^o(j+1)$ dane jest jako zakres zmian zapełnienia od $w^o_{min}(j+1)$ do $w^o_{max}(j+1)$, możemy w oparciu o zal. (10a) wprowadzić $W^o(j)$ jako zakres zmian zapełnienia od $w^o_{min}(j)$ do $w^o_{max}(j)$, gdzie:

$$w^o_{min}(j) = \max\Big\{ w^r_{min}(j),\ w^o_{min}(j+1) + \min_{\bar{q}(j)\in\bar{Q}(j)} \min_{u(j)\in U(j,\bar{q}(j))} u(j) + \\ - \min_{\bar{z}(j)\in\bar{Z}(j)} \min_{z(j)\in Z(j,\bar{z}(j))} z(j) \Big\}, \tag{14a}$$

$$w^o_{max}(j) = \min\Big\{ w^r_{max}(j),\ w^o_{max}(j+1) + \max_{\bar{q}(j)\in\bar{Q}(j)} \max_{u(j)\in U(j,\bar{q}(j))} u(j) + \\ - \max_{\bar{z}(j)\in\bar{Z}(j)} \max_{z(j)\in Z(j,\bar{z}(j))} z(j) \Big\}. \tag{14b}$$

W oparciu o powyższe zależności oraz wykorzystując (12) i (13a) (lub (13b)) można łatwo wyznaczyć zbiory $W^o(j)$. W praktyce może się łatwo wydarzyć, że postępując w opisany sposób dostaniemy dla pewnej chwili $k < k_o + K$ zbiór $W^o(k)$ jako zbiór pusty. Oznacza to, że nie możemy z góry zagwarantować w pełni nieprzekraczania ograniczeń na stan i sterowanie. W takiej sytuacji należy zastanowić się, jakie ograniczenia mogą fizycznie być przekraczane oraz w jaki sposób możemy wykorzystać opis przyszłych zakłóceń dla rozsądnego wyznaczenia odpowiednich zbiorów $W_k(j)$, występujących w zadaniu ZO.

Załóżmy, że rzeczywiste ograniczenia na stan zbiorników nie mogą być przekraczane. Musimy zatem przyjąć, że w pewnych sytuacjach może wystąpić konieczność zastosowania niepożądanych wartości sterowań (np. bardzo niskiego pokrycia potrzeb użytkowników wody w okresach suszy). Należy więc operować, oprócz zbiorów sterowań pożądanych $U(j,\bar{q}(j))$, szerszymi zbiorami sterowań (dopuszczalnych w sytuacjach krytycznych). Oznaczmy je jako $U^o(j,\bar{q}(j))$. Powinniśmy oczywiście unikać, w miarę możności, generowania sterowań $u(k)$ takich, że $u(k) \in U^o(k,\bar{q}(k))$ oraz $u(k) \notin U(k,\bar{q}(k))$. Jeżeli dysponujemy w chwili k_o rozkładami prawdopodobieństwa przyszłych

prognoz (niezależnymi w poszczególnych okresach k), to możemy określić zbiory $W^o(j)$ w taki sposób, aby zapewnić na przykład odpowiednie gwarancje możliwości wygenerowania w chwilach k sterowań ze zbioru $U(k,\bar{q}(k))$ oraz zagwarantować w pełni możliwość osiągnięcia w chwili k+1 zbioru $W^o(k+1)$ - w najgorszym przypadku - za pomocą sterowań ze zbioru $U^o(k,\bar{q}(k))$. Powyższe sformułowanie możemy zapisać jako formalną definicję zbiorów $W^o(j)$:

$$w(j) \in W^o(j) \Leftrightarrow (w(j) \in W^r(j)) \wedge [(\forall \bar{z}(j) \in \bar{Z}(j), \bar{q}(j) \in \bar{Q}(j))$$
$$(\exists u(j) \in U^o(j,\bar{q}(j))) \; (\forall z(j) \in Z(j,\bar{z}(j)) : w(j) + S\, z(j) -$$
$$- H\, u(j) \in W^o(j+1))] \wedge P\{\bar{z}(j), \bar{q}(j) : [(\exists u(j) \in U(j,\bar{q}(j))$$
$$(\forall z(j) \in Z(j,\bar{z}(j)) : w(j) + S\, z(j) - H\, u(j) \in W^o(j+1)]\} \geq \varkappa , \qquad (15)$$

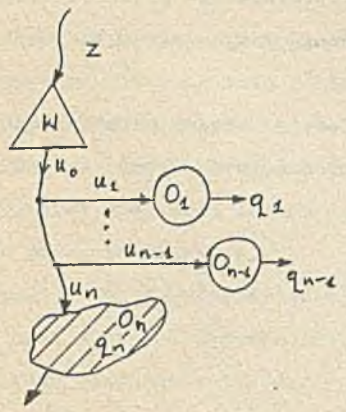
gdzie $0 < \varkappa < 1$, zaś $P\{A\}$ oznacza prawdopodobieństwo zdarzenia A. Wielkość $\varkappa$ możemy interpretować jako gwarancję w chwili k_o możliwości wygenerowania w przyszłości (w chwili j) sterowania ze zbioru pożądanego. Podobnie jak w przypadku określenia $W^o(j)$ za pomocą zal.(10b), sposób wyznaczania zbiorów $W^o(j)$ opartych na formule (15) może być łatwo opracowany w przypadku pojedynczego zbiornika. Badania nad efektywnymi algorytmami wyznaczania zbiorów $W^o(j)$, w przypadku systemów wielozbiornikowych, są obecnie prowadzone. W pracy [2] przedstawiona została ilustracja powyższych rozważań w oparciu o prosty przykład formułowania ograniczeń. Omówiony został tam również przypadek cyklicznej pracy systemu z nieskończonym horyzontem sterowania oraz wykorzystanie do formułowania zbiorów $W_k(j)$ ograniczeń na sumę przyszłych prognoz dopływów. Badania związane z tymi zagadnieniami są obecnie w toku.

3. Rozwiązanie zadania planowania - zagadnienia agregacji

Rozważymy teraz dwa wybrane zagadnienia związane z rozwiązywaniem zadania planowania sterowań ZO. Potrzeba uproszczenia tego zadania może wynikać zarówno ze względów obliczeniowych, jak i z powodu nieznajomości pewnych elementów, np.: dokładnej postaci funkcji strat odbiorców wody.

3.1. Agregacja odbiorców wody

W punkcie tym przedstawiono problem agregacji potrzeb odbiorców wody w systemie z jednym zbiornikiem retencyjnym. Rozpatrywany system podano na rys. 1.



w - zbiornik retencyjny
z - dopływ do zbiornika
u_0 - zrzut ze zbiornika
$O_1,\dots,O_{n-1}$ - lokalni odbiorcy wody
$q_1,\dots,q_{n-1}$ - zapotrzebowanie odb. lokalnych
O_n - odbiorca "umowny", region gospodarczy, którego potrzeby rzutują na przepływ u_0
q_n - potrzeby wodne regionu O_n w odniesieniu do przepływu u_n
$u_1,\dots,u_{n-1}$ - realizowane przerzuty do odbiorców
u_n - dopływ do regionu O_n.

Rys. 1. System wodny z jednym zbiornikiem retencyjnym

Rozpatrywane jest zadanie optymalnego planowania retencji w zbiorniku. Zadanie jest rozwiązywane przez dyspozytora zbiornika w oparciu o znajomość prognozy dopływu. Zakładamy, że dyspozytor działa racjonalnie, tzn. dobiera zrzut u_0 tak, aby możliwie najlepiej zaspokoić potrzeby odbiorców i nie doprowadzić do nadmiernego opróżnienia zbiornika. Zakładamy też, że planowanie dotyczy okresów międzypowodziowych i że system pracuje (najczęściej) w warunkach deficytu wodnego.

Sformułujemy pełne zadanie planowania (ZP) i zagregowane zadanie planowania (ZA). Zadanie (ZP) jest rozwiązywane w oparciu o pełną znajomość odbiorców wody.

$$
(ZP)\begin{cases}
\text{dobrać takie przerzuty } \hat{u}_1,\dots,\hat{u}_n, \text{ aby} \\
\min \leftarrow \int_0^T \sum_{i=1}^n f_i(q_i - u_i)dt \\
\text{przy ograniczeniach} \\
0 \leq u_i \leq q_i \\
\dot{w} = \bar{z} - \sum_{i=1}^n u_i,\ w(0) = w_0,\ \ \bar{z} \text{ - prognoza dopływu,} \\
w(t) \geqslant w_{min}(t),\ t \in [0,T],\ \ [0,T] \text{ - horyzont planowania.}
\end{cases}
$$

W powyższym zadaniu f_i oznaczają funkcje strat poszczególnych odbiorców związane z niedoborami wodnymi.

Ograniczenie $w(t) \geqslant w_{min}(t)$ odpowiada ograniczeniu (8) w zadaniu ZO i oznacza fakt, że w realnej sytuacji zawsze magazynujemy w zbiorniku

pewną dodatkową ilość wody celem zabezpieczenia się przed skutkami błędnych decyzji (opróżnienie zbiornika),spowodowanych niedokładną prognozą dopływu.

Przedstawione niżej zadanie (ZA) jest rozwiązywane przez dyspozytora zbiornika w oparciu o zagregowaną informację o odbiorcach wody.

$$
(ZA)\begin{cases}
\text{dobrać taki zrzut } \hat{u}_o, \text{ aby} \\
\min \longleftarrow \int_0^T f(q - u_o)dt, \quad q \triangleq \sum_{i=1}^{n} q_i, \quad u_o \triangleq \sum_{i=1}^{n} u_i \\
\text{przy ograniczeniach} \\
0 \leq u_o \leq q \\
w = \bar{z} - u, \quad w(0) = w_o \\
w(t) \geqslant w_{min}(t), \quad t \in [0,T],
\end{cases}
$$

gdzie f oznacza pewną zagregowaną funkcję strat wszystkich odbiorców; przyjmujemy także, że dyspozytorowi znane jest łączne zapotrzebowanie q.

Załóżmy, że

Z1) - funkcje f_i, f są dodatnimi, ściśle wypukłymi funkcjami swoich argumentów,

- funkcje f_i, f są różniczkowalne w sposób ciągły i ich pochodne są nieujemnymi, rosnącymi funkcjami swoich argumentów,

Z2) zadanie (ZP) posiada rozwiązanie.

Wówczas zachodzi następujące

Twierdzenie (o optymalnej agregacji)

Przypuśćmy, że spełnione są założenia Z1 i Z2. Wówczas dla dowolnej funkcji f z klasy określonej w Z1 zachodzi $\hat{u}_o = \sum_{i=1}^{n} \hat{u}_i$.

Dowód twierdzenia jest podany w [2].

Znając sumaryczny zrzut $\hat{u}_o(t)$, poszczególne przerzuty $\hat{u}_i(t)$ możemy wyznaczyć rozwiązując poniższe statyczne Zadanie Bieżącego Rozdziału (ZBR) zasobu $\hat{u}_o(t)$: $\forall\, t \in [0,T]$ dobrać takie przerzuty $\hat{u}_1,\ldots,\hat{u}_n$, aby

$$
(ZBR)\begin{cases}
\min \longleftarrow \sum_{i=1}^{n} f_i(q_i - u_i) \\
\text{przy ograniczeniach} \\
0 \leq u_i \leq q_i \\
\sum_{i=1}^{n} u_i(t) = \hat{u}_o(t).
\end{cases}
$$

Wnioski

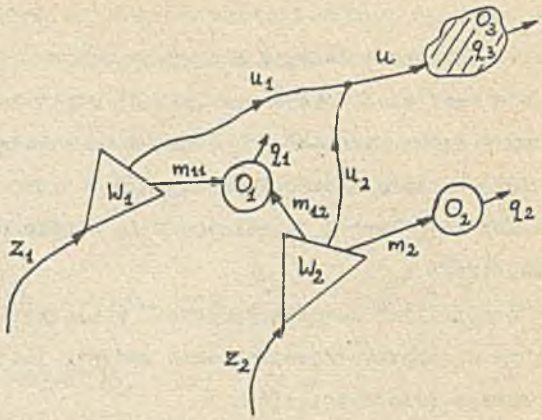
1. W celu podjęcia optymalnej decyzji o zrzucie u_o
   - dyspozytor nie musi znać dokładnych funkcji strat poszczególnych odbiorców, musi tylko wiedzieć, że funkcje te należą do odpowiedniej klasy (Z1); należy dodać, że wymagania te (Z1) są naturalne,
   - dyspozytor musi znać łączne zapotrzebowanie odbiorców q (nie musi znać poszczególnych q_i),
   - dyspozytor może przyjąć dowolną funkcję f z klasy (Z1) lub posłużyć się specjalnym algorytmem rozwiązywania zadania (ZA), który wynika z dowodu podanego twierdzenia [2].
2. Jeżeli dyspozytor chce minimalizować ważoną funkcję łącznych strat odbiorców $\int_0^T \sum_{i=1}^{n} \alpha_i f_i(q_i - u_i)dt$, $\alpha_i > 0$ (jest to sytuacja, w której straty różnych odbiorców są "nierównoprawne" - są odbiorcy mniej ważni i bardziej ważni), wówczas w celu podjęcia decyzji $\hat{u}_o$ nie musi on znać poszczególnych wag α_i.
3. W przedziałach czasu, w których $\hat{w}(t) > w_{min}(t)$, optymalny zrzut $\hat{u}_o$ jest stały w czasie.
4. Decyzja o optymalnych przerzutach $\hat{u}_i$ może być podjęta w niżej podanej naturalnej strukturze dwuwarstwowej

(dyspozytor zbiornika)

Podział zasobu może być dokonywany innym algorytmem niż (ZBR) (suboptymalnym), nadal jednak dyspozytor podejmuje optymalną decyzję $\hat{u}_o$.

3.2. Agregacja retencji zbiorników

Istnieje wiele różnych konfiguracji systemów wodnych wielozbiornikowych. Jedną z prostszych konfiguracji przedstawiono na rys. 2.



Rys. 2. System wodny złożony z dwóch współpracujących zbiorników retencyjnych i dwóch odbiorców wody

Dla podanego systemu wodnego wprowadzamy pełne zadanie planowania retencji (ZPR) (w wersji dyskretnej):

$$
(ZPR)\begin{cases}
\text{dobrać takie przerzuty i zrzuty wody } \hat{m}_{11},\hat{m}_{12},\hat{m}_2,\hat{u}_1,\hat{u}_2, \text{ aby} \\
\min \leftarrow \sum_{k=0}^{K-1} [r_1(m_{11}(k) + m_{12}(k) - q_1)^2 + r_2(m_2(k) - q_2)^2 + \\
\qquad\qquad + f(u_1(k),u_2(k))] \quad . \\
f(u_1(k),u_2(k)) = \begin{cases} \alpha_1(u_1(k)-q_{31})^2 + \alpha_2(u_2(k)-q_{32})^2 & (16) \\ q_{31} + q_{32} = q_3 \\ \text{lub} \\ \alpha\,[u_1(k) + u_2(k) - q_3]^2 & (17) \end{cases} \\
\text{przy ograniczeniach} \\
w_1(k+1) = w_1(k) + \bar{z}_1^0(k) - m_{11}(k) - u_1(k), \quad w_1(0) = w_{10} \\
w_2(k+1) = w_2(k) + \bar{z}_2^0(k) - m_{12}(k) - m_2(k) - u_2(k), \; w_2(0) = w_{20} \\
\underline{w}_1(k) \le w_1(k) \le \bar{w}_1(k), \quad \underline{w}_2(k) \le w_2(k) \le \bar{w}_2(k) \qquad (18) \\
\left.\begin{array}{l} 0 \le m_{11}(k) \le \bar{m}_{11}, \quad 0 \le m_{12}(k) \le \bar{m}_{12}, \\ m_{11}(k) + m_{12}(k) \le q_1, \quad (\bar{m}_{11} + \bar{m}_{12} \ge q_1) \\ 0 \le m_2(k) \le q_2; \end{array}\right\} (19) \\
\begin{cases} 0 \le u_1(k) \le q_{31}, \; 0 \le u_2(k) \le q_{32} & \text{jeśli f określona jest zal.(16)} \\ \text{lub} \\ 0 \le u_1(k), \quad 0 \le u_2(k) & \text{jeśli f określona jest zal.(17)} \\ u_1(k) + u_2(k) \le q_3. \end{cases}
\end{cases}
$$

Ograniczenia (18) stanowią szczególną formę ograniczeń (8). Wprowadzamy również zagregowane zadanie planowania retencji (ZAR) i statyczne zadanie bieżącego rozdziału retencji (ZBRR):

$$
(\mathrm{ZAR})\quad \begin{cases}
\text{dobrać takie } \hat{m},\ \hat{u}, \text{ aby} \\
\min \leftarrow \sum_{k=0}^{K-1} \left\{ r\,[m(k) - (q_1+q_2)]^2 + \alpha\,[u(k) - q_3]^2 \right\} \\
\text{gdzie } m(k) \triangleq m_{11}(k) + m_{12}(k) + m_2(k) \quad \text{- sumaryczny pobór} \\
\qquad u(k) \triangleq u_1(k) + u_2(k) \quad \text{- sumaryczny zrzut,} \\
\text{przy ograniczeniach} \\
w(k+1) = w(k) + \bar{z}^{o}(k) - m(k) - u(k), \quad w(0) = w_{10} + w_{20} \\
\text{gdzie } w(k) \triangleq w_1(k) + w_2(k) \quad \text{- sumaryczna retencja} \\
\qquad \bar{z}^{o}(k) \triangleq \bar{z}_1^{o}(k) + \bar{z}_2^{o}(k) \quad \text{- sumaryczny dopływ} \\
\text{oraz} \\
\underline{w}_1(k) + \underline{w}_2(k) \leq w(k) \leq \bar{w}_1(k) + \bar{w}_2(k) \\
0 \leq m(k) \leq q_1 + q_2 \\
0 \leq u(k) \leq q_3
\end{cases}
$$

$$
(\mathrm{ZBRR})\quad \begin{cases}
\text{w każdym etapie } k = 0,1,\ldots,K-1 \text{ dobrać takie } \hat{m}_{11}, \hat{m}_{12}, \hat{m}_2, \hat{u}_1, \hat{u}_2, \text{ aby} \\
\min \leftarrow \left\{ r_1(m_{11}(k)+m_{12}(k)-q_1)^2 + r_2(m_2(k)-q_2)^2 + f(u_1(k),u_2(k)) \right\} \\
\quad \text{przy ograniczeniach (19) oraz dodatkowo} \\
\quad m_{11}(k) + m_{12}(k) + m_2(k) \leq \hat{m}(k) \\
\quad u_1(k) + u_2(k) \leq \hat{u}(k) \qquad (20) \\
\quad \dfrac{m_{11}(k) + u_1(k)}{m_{12}(k) + m_2(k) + u_2(k)} = \beta \cdot \dfrac{\dfrac{w_1(k) - \underline{w}_1(k) + \bar{z}_1^{o}(k)}{\bar{w}_1(k) - \underline{w}_1(k)}}{\dfrac{w_2(k) - \underline{w}_2(k) + \bar{z}_2^{o}(k)}{\bar{w}_2(k) - \underline{w}_2(k)}} \qquad (21) \\
\text{gdzie } \beta \text{ - współczynnik proporcjonalności (dobierany)} \\
\quad \bar{z}_1^{o}(k),\ \bar{z}_2(k) \text{ - prognozy sumarycznych dopływów w okresie k-tym.}
\end{cases}
$$

Przyjęcie w powyższym zadaniu ograniczeń (20) jest związane z faktem, że sumaryczne pobory i zrzuty określane w zadaniu (ZAR) są maksymalnymi osiągami globalnymi systemu. Przyjęcie ograniczenia (21) - zasada proporcjonalnego obciążania poszczególnych zbiorników - jest związane z faktem obserwowanej wysokiej korelacji dopływów z_1, z_2 w systemach dwuzbiornikowych zlokalizowanych na niezbyt dużych obszarach o podobnej hydrologii poszczególnych zlewni.

Działanie mechanizmu decyzyjnego określonego przez zadania (ZAR) i (ZBRR) zostało przetestowane na danych dotyczących systemu złożonego ze zbiorników Goczałkowice, Tresna (rzeki Mała Wisła i Soła) i wodociągu grupowego zaopatrującego w wodę GOP. Okazało się, że schemat dezagregacji (ZBRR) może prowadzić (w dalszych etapach planowania) do naruszenia ograniczeń stanu poszczególnych zbiorników. Przy braku korelacji dopływów, fakt ten był do przewidzenia.

Można zaproponować inny schemat dezagregacji bazujący na proporcjonalnym podziale wyznaczonej w (ZAR), łącznej trajektorii retencji $\hat{w}(k)$:

$$\frac{w_i(k) - \underline{w}_i(k)}{\overline{w}_i(k) - \underline{w}_i(k)} = \frac{\hat{w}(k) - \underline{w}(k)}{\overline{w}(k) - \underline{w}(k)} \qquad i = 1,2$$

gdzie $\underline{w}(k) \triangleq \underline{w}_1(k) + \underline{w}_2(k)$,

$\overline{w}(k) \triangleq \overline{w}_1(k) + \overline{w}_2(k)$.

Łatwo sprawdzić, że podany schemat dezagregacji nie narusza ograniczeń stanu poszczególnych zbiorników, może się jednak zdarzyć przypadek, że trajektorii $w_i(k)$ nie da się zrealizować dostępnymi sterowaniami.

Problem znalezienia właściwej reguły dezagregacji globalnej retencji jest centralnym problemem w zadaniu decyzyjnym rozwiązywanym w oparciu o agregację retencji zbiorników. Problem ten jest obecnie analizowany. W jego rozwiązaniu mogą być pomocne reguły "dezagregacji" konstruowane przez praktyków.

LITERATURA

[1] W.Findeisen - A view on decision and information structures for operational control in water resources systems, w Studies in Control Methodology for Water Resources Systems, Raport Instytutu Automatyki PW, 1979

[2] K.Malinowski i inni - Charakterystyka metod i struktur sterowania dyspozytorskiego, Raport Instytutu Automatyki PW z tematu PR-7, 01.08.01, 1980.

[3] K.Nowosad - Własności i zastosowania struktur sterowania z dyskretnym sprzężeniem zwrotnym, Rozprawa doktorska, Instytut Automatyki Politechniki Warszawskiej, 1979.

[4] K.Nowosad, K.Malinowski - Basic properties of the repetitive control structure, Raport Instytutu Automatyki PW, 1980

ИЗБРАННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОПЕРАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ВОДНЫХ СИСТЕМАХ.

Резюме :

В работе представлены и рассуждены нижеследующие проблеммы связаные с операционным (диспетчерским) управлением в водных системах :

- конструкция безопасных стратегий управления в услрвиях неопределенности связаных с неточным прогнозированием резервуарных притоков,
- агрегация требований потребителей и резервуарной ретенции в задачи планирования раздела водных ресурсов.

SOME PROBLEMS OF THE OPERATING CONTROL IN WATER RESOURCES SYSTEMS

S u m m a r y

Some problems of the operating control in water resources systems

In the paper the following problems of the operating (dispatcher) control in water resources systems are presented and considered:

- construction of the safety control strategies in the presence of the uncertainty connected with the inaccuracy of reservoirs inflow forecasts
- the aggregation of water users needs and reservoirs retention in the water resources allocation planning problem.