

Leszek CZARNECKI

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki

## SYNTEZA WĄSKOPASMOWEGO FILTRU AKTYWNEGO O CHARAKTERYSTYCE CZEBYSZEWA W UKŁADZIE RÓŻNICOWYM

**Streszczenie.** W artykule omówiono syntezę wąskopasmowego filtra przeznaczonego do analizy składowych harmonicznych, o charakterystyce przenoszenia aproksymowanej w sensie Czebyszewa i uzyskanej jako różnicę transmitancji ogniów realizujących sprzężone pary biegunów. Przeanalizowano także wpływ pasożytniczych parametrów układu na położenie biegunów transmitancji w przypadku ich realizacji w układzie wzmacniacza z selektywnym sprzężeniem zwrotnym przez czwórnik 2T-RC, jak również wpływ niezrównoważenia czwórniaka.

## 1. Wstęp

Analiza harmoniczna przebiegów przemysłowych 50c/s realizowana na drodze filtracji bezpośredniej wymaga filtrów, które wyodrębniając składowe z ograniczonym błędem w paśmie dopuszczalnej dewiacji częstotliwości, dostatecznie skutecznie tłumią harmoniczne sąsiednie w warunkach, gdy względny stosunek ich częstotliwości dąży do jedności. Ponadto, ze zgodności częstotliwości sygnałów zakłócających z sygnałami analizowanymi wynikają ostre wymagania co do niewrażliwości filtrów na zakłócenia.

Poniższy artykuł omawia realizację charakterystyki Czebyszewa zadanego stopnia o ustalonej falistości i stałej, dla każdej z harmonicznych, względnej szerokości pasma w układzie filtru różnicowego. W pierwszej części określa się lokalizację biegunów znormalizowanego filtru dolnoprzestupowego o założonej falistości charakterystyki modułu częstotliwościowej funkcji przejścia a następnie przez transformację częstotliwości wyznacza się wymagany rozkład biegunów filtru wąskopasmowego o zadanej względnej szerokości pasma. W drugiej części analizuje się realizację sprzężonej pary biegunów w układzie wzmacniacza z selektywnym, ujemnym sprzężeniem zwrotnym przez czwórnik 2T-RC oraz realizację dwóch par biegunów sprzężonych w układzie filtru różnicowego. W części końcowej bada się wpływ parametrów pasożytniczych filtru oraz niezrównoważenia czwórniaka 2T-RC na dokładność lokalizacji biegunów.

## 2. Lokalizacja biegunów prototypu dolnoprzepustowego

Poszukujemy biegunów operatorowej funkcji przejścia dolnoprzepustowego filtra znormalizowanego, tj. o granicy pasma przepuszczania  $\omega = 1 \frac{1}{\xi}$ , o częstotliwościowej charakterystyce modułu równomiernie falistej, tj. aproksymowanej w sensie Czebyszewa [1].

$$H(j\omega) = \frac{1}{[1 + \xi^2 T_n^2(\omega)]^{1/2}} \quad (1)$$

gdzie:

$$T_n(\omega) = \begin{cases} \cos n[\arccos \omega] & \text{dla } \omega < 1 \\ \operatorname{ch} n[\operatorname{arccosh} \omega] & \text{dla } \omega > 1 \end{cases} \quad (2)$$

jest wielomianem Czebyszewa  $n$ -tego stopnia, zaś  $\xi$  jest liczbą rzeczywistą, dodatnią, określającą falistość charakterystyki. Ponieważ

$$|H(j\omega)|^2 = H(j\omega)H(-j\omega) = H(p)H(-p) \Big|_{p=j\omega} \quad (3)$$

wynika:

$$H(p)H(-p) = |H(j\omega)|^2 \Big|_{\omega = \frac{p}{j}} = \frac{1}{1 + \xi^2 T_n^2\left(\frac{p}{j}\right)} = \frac{1}{1 + \xi^2 \cos^2 n\left[\arccos\left(\frac{p}{j}\right)\right]} \quad (4)$$

Oznaczając przez:

$$\frac{p_k}{j} = \cos(\varphi_k + j\psi_k)$$

$k$ -ty biegun funkcji  $H(p) = H(-p)$ , to z zerowania się mianownika wyrażenia (4) w biegunach  $p_k$ , wynika:

$$\cos n\varphi_k \operatorname{ch} n\psi_k = 0 \quad (5)$$

$$\sin n\varphi_k \operatorname{sh} n\psi_k = \pm \frac{1}{\xi}$$

Ponieważ dla rzeczywistego  $x$ ,  $\operatorname{ch} x \neq 0$ , musi zachodzić

$$\begin{aligned} \cos n\varphi_k &= 0 \\ \sin n\varphi_k &= \pm 1 \end{aligned} \quad (6)$$

a stąd:

$$\Phi_k = \frac{1}{n}(2k-1) \frac{\pi}{2} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

$$\psi_k = \psi = \pm \frac{1}{n} \operatorname{ar} \operatorname{sh} \left( \frac{1}{\varepsilon} \right)$$

W ten sposób:

$$\operatorname{Re} \{p_k\} = \sin \Phi_k \operatorname{sh} \psi = \pm \sin \frac{2k-1}{n} \frac{\pi}{2} \operatorname{sh} \frac{1}{n} \operatorname{ar} \operatorname{sh} \frac{1}{\varepsilon} \quad (8)$$

$$\operatorname{Im} \{p_k\} = \cos \Phi_k \operatorname{ch} \psi = \pm \cos \frac{2k-1}{n} \frac{\pi}{2} \operatorname{ch} \frac{1}{n} \operatorname{ar} \operatorname{sh} \frac{1}{\varepsilon}$$

Funkcję  $H(p)$  tworzymy z tych czynników  $(p-p_k)$ , dla których:

$$\operatorname{Re} \{p_k\} < 0$$

otrzymując:

$$H(p) = \frac{1}{2^{n-1} \varepsilon \prod_{k=1}^{n/2} (p-p_k) (p-p_k^*) (p-p_{\frac{n+1}{2}})} \quad (9)$$

Czynnik  $2^{n-1}$  wynika stąd, że taki jest współczynnik przy najwyższej potędze wielomianu Czebyszewa  $n$ -tego stopnia. Biegun  $p_{\frac{n+1}{2}}$  występuje wtedy tylko, gdy wielomian Czebyszewa jest nieparzystego  $\frac{n}{2}$  stopnia i jeden biegun jest rzeczywisty.

W szczególności, dla  $n=2$  otrzymamy:

$$p_1 = -\sin \frac{\pi}{4} \operatorname{sh} \psi + j \cos \frac{\pi}{4} \operatorname{ch} \psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\operatorname{sh} \psi + j \operatorname{ch} \psi) \quad (10)$$

$$H(p) = \frac{1}{2\varepsilon \left[ p^2 + \sqrt{2} p \operatorname{sh} \psi + \frac{1}{2} \operatorname{ch} 2\psi \right]} \quad (11)$$

Przykład liczbowy. Oznaczmy przez:

$$\delta = \left| K(j\omega) \right|_{\max} - \left| K(j\omega) \right|_{\min} = 1 - \frac{1}{[1 + \varepsilon^2]^{1/2}} \approx \frac{\varepsilon^2}{2} \quad (12)$$

falistość charakterystyki częstotliwościowej. Dla  $\delta = 0,03$

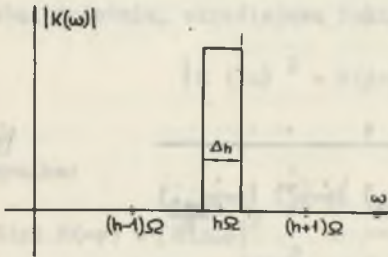
$$\xi = \sqrt{2\delta} = 0,245$$

$$\psi = \frac{1}{2} \ar \operatorname{sh} \frac{1}{\xi} = 1,05696$$

$$\operatorname{Re}\{p_1\} = -0,895, \quad J_m\{p_1\} = 1,141, \quad |p_1| = 1,450$$

### 3. Lokalizacja biegunów filtru pasmowego

Aby wyznaczyć położenie biegunów operatorowej funkcji przejścia filtru pasmowego o częstotliwości środkowej  $\omega = h\Omega$  i względnej szerokości pasma przepuszczania (rys. 1).



Rys. 1

$$\mathcal{N} = \frac{\Delta h}{h\Omega} \quad (13)$$

dokonyjemy transformacji płaszczyzny zmiennej zespolonej  $p$  w płaszczyznę zmiennej zespolonej  $s$  przekształceniem:

$$p = \frac{s}{\mathcal{N}h\Omega} + \frac{h\Omega}{\mathcal{N}s} \quad (14)$$

transformującym punkt  $p = 0$  w punkty  $s = \pm jh\Omega$  oraz granice pasm przepuszczania prototypu dolnoprzepustowego  $p = \pm j1$ , przy założeniu, że  $\mathcal{N} \ll 1$ , w punkty:

$$s \approx j \left[ \pm h\Omega \pm \frac{\Delta h}{2} \right] \quad (15)$$

Transformacja ta przekształca funkcję przejścia  $H(p)$  w funkcję  $K_h(s)$ :

$$H(p) = \frac{1}{2^{n-1} \xi \prod_{k=1}^n (p-p_k)} = \frac{(\Delta h)^n s^n}{2^{n-1} \xi \prod_{k=1}^n [s^2 - \Delta h - p_k s + h^2 \Omega^2]} = K_h(s) \quad (16)$$

taką, że każdemu biegunowi  $p_k$  odpowiada para biegunów.

$$[s_k]_{ih} = \frac{\Delta h}{2} p_k - (-1)^i \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{2} p_k\right)^2 - h^2 \Omega^2} \quad (17)$$

Przy względnej szerokości pasma przepuszczania odpowiadającej dozwolonej dewiacji częstotliwości;  $\mathcal{H} = 0,02$

$$\frac{\Delta h}{2} |p_k| \ll h \Omega \quad (18)$$

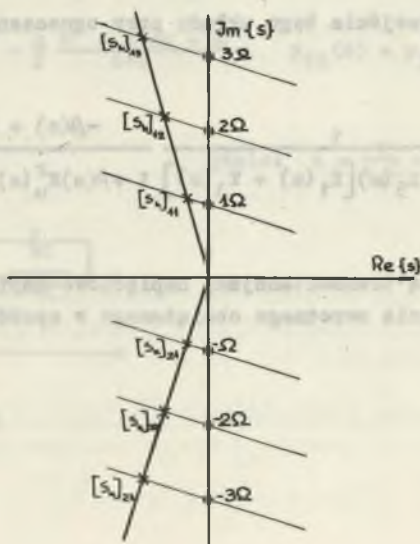
i z dużą dokładnością:

$$[s_k]_{ih} \approx \frac{\Delta h}{2} p_k - j (-1)^i h \Omega = h \left[ \frac{\mathcal{H}}{2} p_k - j (-1)^i \right] \Omega; \quad i=1,2 \quad (19)$$

lub

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} [s_k] &= h \frac{\mathcal{H} \Omega}{2} \operatorname{Re} \{p_k\} \\ \operatorname{Im} [s_k]_{ih} &= h \left[ -1 (-1)^i + \frac{\mathcal{H}}{2} \right] \operatorname{Im} \{p_k\} \Omega. \end{aligned} \quad (20)$$

Każdemu biegunowi  $p_k$  odpowiadają dwa, wzajemnie nie sprzężone ciągi biegunów, jak to ilustruje rys. 2.



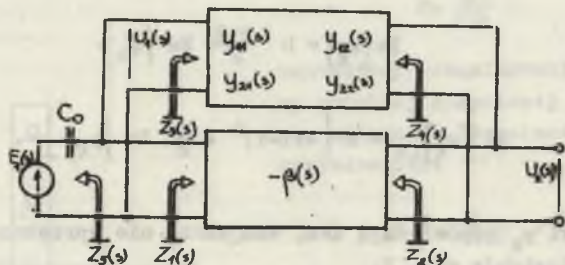
Rys. 2

W szczególności, dla  $n=2$  otrzymujemy:

$$\begin{aligned} [s_1]_{1h} &= [s_2^*]_{2h} = h \left[ \frac{\kappa}{2} \operatorname{Re}\{p_1\} + j \left( 1 + \frac{\kappa}{2} \operatorname{Im}\{p_1\} \right) \right] \Omega = s_{1h} = h s_1 \\ [s_2]_{1h} &= [s_1^*]_{2h} = h \left[ \frac{\kappa}{2} \operatorname{Re}\{p_1\} + j \left( 1 - \frac{\kappa}{2} \operatorname{Im}\{p_1\} \right) \right] \Omega = s_{2h} = h s_2 \end{aligned} \quad (21)$$

#### 4. Realizacja sprzężonej pary biegunów

Podstawowym ogniwem analizowanego dalej filtra różnicowego jest wzmacniacz z selektywnym, bilateralnym, ujemnym sprzężeniem zwrotnym, realizującym sprzężoną parę biegunów (rys. 3).



Rys. 3

Operatorowa funkcja przejścia tego układu przy oznaczeniach jak na rys. 3 ma postać

$$K(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{1 + Z_5(s)[Y_1(s) + Y_3(s)]} \frac{-\beta(s) + K_u^O(s)}{1 + \beta(s)K_u^R(s) - K_u^O(s)K_u^R(s)} \quad (22)$$

gdzie  $K_u^O(s)$  i  $K_u^R(s)$  są transmitancjami napięciowo-napięciowymi bilateralnego czwórnika sprzężenia zwrotnego obciążonego w sposób ilustrowany na rys. 3.

$$K_u^o(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = - \frac{y_{21}(s)}{y_{22}(s) + Y_2(s)}$$

$$K_u^r(s) = \left. \frac{U_1(s)}{U_2(s)} \right|_{E_1 = 0} = - \frac{y_{21}(s)}{y_{11}(s) + Y_1(s) + Y_5(s)} \quad (23)$$

$$Y_3(s) = \frac{\Delta_Y + y_{22}(s) [Y_1(s) + Y_5(s)]}{y_{11}(s) + Y_1(s) + Y_5(s)}$$

Jako idealny model ogniwa podstawowego, do którego odnosić będziemy wpływ parametrów pasozytniczych, przyjmujemy układ wzmacniacza, dla którego:  $Y_1(s) \equiv 0$ ;  $Z_2(s) \equiv 0$ ;  $\beta(s) = \beta$  z symetrycznym, zrównoważonym czwórnikiem 2T-RC i idealnych elementów RC w pętli sprzężenia zwrotnego. Wówczas:

$$K_u^r(s) \equiv 0 \quad (24)$$

$$Y_3(s) = Y_{11}(s)$$

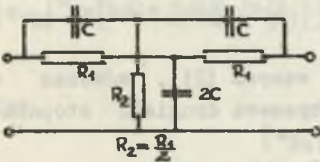
i stąd:

$$K(s) = Y_5(s) \frac{-\beta}{y_{11}(s) + y_5(s) - y_{12}(s)} \quad (25)$$

Ponieważ dla czwórnika 2T-RC wg rys. 4

$$y_{11}(s) = y_{22}(s) = \frac{c}{2} \frac{s^2 + 4as + a^2}{s+a}; \quad y_{12}(s) = y_{21}(s) = \frac{c}{2} \frac{s^2 + a^2}{s+a} \quad (26)$$

gdzie:  $a = \frac{1}{R_1 C} = \frac{1}{R_2 C}$ , otrzymamy:



Rys. 4

$$K(s) = \frac{2 \left(\frac{c}{\rho}\right)}{1 + \frac{1+2\left(\frac{c}{\rho}\right)}{\beta}} \cdot \frac{s(s+a)}{s^2 + 4 \frac{a}{\beta} s \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{c}{\rho}\right)}{1 + 2 \left(\frac{c}{\rho}\right)} + a^2 \frac{1 + \frac{1}{\beta}}{1 + \frac{1+2\left(\frac{c}{\rho}\right)}{\beta}}} \quad (27)$$

Dla wchodzących w rachubę wzmocnień  $\beta$  rzędu (2-3)  $10^2$  zachodzi w przybliżeniu:  $|s_1| = a$ . Rozpatrywane ogniwo realizuje więc funkcję:

$$K_1(s) = -k \frac{s(s + |s_1|)}{(s - s_1)(s - s_1^*)} \quad (28)$$

### 5. Filtr różnicowy

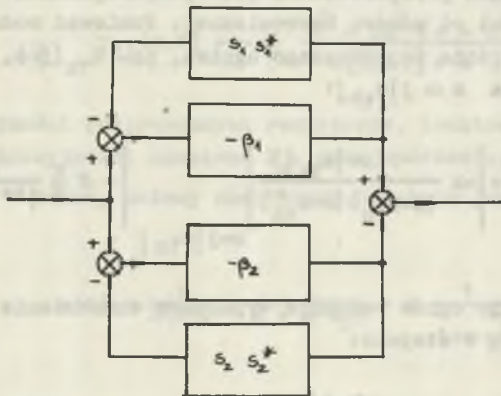
Najbardziej rozpowszechnionym sposobem realizacji filtru wyższego rzędu jest, realizujący iloczyn transmitancji, łańcuchowe połączenie ogniw. Jego wadą, w warunkach istnienia silnych źródeł zakłócających, jest różny stosunek sygnału do szumu każdego z ogniw filtru, co jest szczególnie kłopotliwe przy analizie harmonicznej przebiegów przemysłowych 50c/s, gdyż zakłócenia zewnętrzne i wewnętrzne przyrządu posiadają tę samą częstotliwość oraz w pewnych warunkach bardzo dużą wartość. Zakłócenia dostające się na pierwsze ogniwo są przez następne analizowane jako sygnał użytkowy. Korzystniejsze pod tym względem jest równoległe połączenie ogniw a następnie odjęcie sygnałów wyjściowych (rys. 5). Filtr taki, przy dostatecznej elektrycznej i geometrycznej symetrii, eliminuje zakłócenia pojawiające się na wyjściu w tej samej fazie; filtracji podlegają jedynie zakłócenia obwodu wejściowego. Transmitancja filtru różnicowego dla  $h$ -tej harmonicznej

$$K_h(s) = K_{1h}(s) - K_{2h}(s) = -ks \left[ \frac{s + |s_{1h}|}{(s - s_{1h})(s - s_{1h}^*)} - \frac{s + |s_{2h}|}{(s - s_{2h})(s - s_{2h}^*)} \right] \quad (29)$$

Gdy bieguny  $s_{1h}$  i  $s_{2h}$  mają wartości określone wzorem (21), wówczas w ich sąsiedztwie filtr ma właściwości filtru Czebyszewa drugiego stopnia. Po przekształceniach otrzymujemy:

$$K_h(s) = -ks(|s_{2h}| - |s_{1h}|) \frac{s^2 + [ |s_{2h}| + |s_{1h}| - 2\operatorname{Re}\{s_{1h}\} ] s + |s_{2h}| \cdot |s_{1h}|}{(s^2 - 2s\operatorname{Re}\{s_{1h}\} + |s_{1h}|^2)(s^2 - 2s\operatorname{Re}\{s_{2h}\} + |s_{2h}|^2)} \quad (30)$$





Rys. 5

Mając na uwadze przybliżenia:

$$\begin{aligned}
 |s_{2h}| - |s_{1h}| &\approx -h\Omega \mathcal{X} \text{Jm}\{p_1\} \\
 |s_{2h}| + |s_{1h}| - 2\text{Re}\{s_{1h}\} &\approx 2h\Omega \\
 |s_{2h}| |s_{1h}| &\approx h^2 \Omega^2
 \end{aligned} \tag{31}$$

$$K_h(s) \approx k \frac{h\Omega \mathcal{X} \text{Jm}\{p_1\}}{(s^2 - 2s\text{Re}\{s_{1h}\} + |s_{1h}|^2)(s^2 - 2s\text{Re}\{s_{2h}\} + |s_{2h}|^2)} \frac{s(s^2 + 2h\Omega s + h^2 \Omega^2)}{\tag{32}$$

W środku h-tego pasma przepuszczania, tj.  $s = jh\Omega$ , uwzględniając przybliżenia:

$$|s_{1h}|^2 = \left[ h\Omega + h\Omega \frac{\mathcal{X}}{2} \text{Jm}\{p_1\} \right]^2 + \left[ h\Omega \frac{\mathcal{X}}{2} \text{Re}\{p_1\} \right]^2 \approx h^2 \Omega^2 + h^2 \Omega^2 \mathcal{X} \text{Jm}\{p_1\} \tag{33}$$

oraz

$$|s_{2h}|^2 \approx h^2 \Omega^2 - h^2 \Omega^2 \mathcal{X} \text{Jm}\{p_1\}$$

częstotliwościowa funkcja przejścia przyjmuje wartość:

$$K_h(jh\Omega) = -2 \frac{k}{\mathcal{X}} \frac{\text{Jm}\{p_1\}}{|p_1|^2} = -2\sqrt{2} \frac{k}{\mathcal{X}} \frac{\text{ch } \psi}{\text{ch}^2 \psi} = -2\sqrt{2} \frac{k}{\mathcal{X}} \frac{\text{ch } \frac{1}{2} \text{arsh } 1/\varepsilon}{\text{ch arsh } 1/\varepsilon} \tag{34}$$

Przy ustalonej falistości i szerokości pasma, transmitancja filtra różnicowego w środku pasma przepuszczania jest proporcjonalna do  $k \approx 2 \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)$ , nie zależy natomiast od numeru harmonicznej. Ponieważ moduł częstotliwościowy funkcji przejścia pojedynczego ogniwa, np.  $K_{1h}(j\omega)$ , przyjmuje wartość maksymalną dla  $s \approx j|s_{1h}|$ :

$$\left| K_{1h}(j|s_{1h}|) \right| = \left| -k \frac{s(s+|s_{1h}|)}{(s-s_{1h})(s-s_{1h}^*)} \right|_{s=j|s_{1h}|} = 2 \frac{k}{\omega} \frac{1}{|\operatorname{Re}\{p_1\}|} \quad (35)$$

różnicowe połączenie ogniw redukuje wypadkowe wzmocnienie filtra względem ogniwa pojedynczego w stopniu:

$$\lambda = \frac{|K_h(jh\omega)|}{|K_{1h}(j|s_{1h}|)|} = \sqrt{2} \frac{|\operatorname{Im}\{p_1\}| |\operatorname{Re}\{p_1\}|}{|p_1|^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{th} 2\psi \quad (36)$$

Dla podanego poprzednio przykładu liczbowego dla  $\delta = 0,03, \lambda \approx 0,69$ .

#### 6. Wpływ pojemności i indukcyjności rozproszonych rezystorów czwórnika na położenie biegunów

Pojemności rozproszone rezystorów traktujemy jako pojemności skupione  $C_r$  takie, że dla każdego rezystora  $RC_r = C_r/G = \tau = \text{const.}$  Wprowadzając w miejsce  $a = (RC)^{-1}$ , zależną od  $s$  funkcję:

$$a(s) = \frac{1}{Z(s)C} = \frac{Y(s)}{C} = \frac{G + sC_r}{C} = a [1 + s\tau] \quad (37)$$

otrzymamy zmodyfikowaną admittancję zwarciovą:

$$y_{11}(s, \tau) = \frac{C}{2} \frac{s^2 + 4a(s)s + [a(s)]^2}{s+a(s)} = \frac{C}{2} \frac{s^2 + 4a[1 + s\tau]sa + a^2 [1+s\tau]^2}{s+a(1+s\tau)} \quad (38)$$

Pomijając składniki  $\tau^2 s^2$  jako małe drugiego rzędu: (dla  $|\tau s| \ll 1$ )

$$y_{11}(s, \tau) = \frac{C}{2} \frac{s^2 [1 + 4a\tau] + 4a[1 + \frac{1}{2} a\tau] + a^2}{s [1 + a\tau] + a}$$

Postępując podobnie:

$$y_{12}(s, \tau) = -\frac{C}{2} \frac{s^2 + 2a^2 \tau s + a^2}{s[1+a\tau] + a} \quad (39)$$

Wpływ indukcyjności rozproszonych rezystorów, traktowanych jako szeregowo włączone indukcyjności skupione  $L_x$ , przy założeniu, że dla każdego rezystora  $\frac{L_x}{R} = \tau = \text{const}$ , możemy analizować podobnie jak wpływ pojemności. Zachodzi bowiem:

$$a(s) = \frac{1}{Z(s)C} = \frac{1}{R + s L_x C} = a \frac{1}{1 + s \frac{L_x}{R}} \quad (40)$$

dla  $\tau$ ,  $s$  takich, że:

$$|s\tau| \ll 1$$

$$a(s) \approx a [1 + s(-\tau)] \quad (41)$$

Z wzoru (39) wynika, że zera transmitancji  $y_{12}(s, \tau)$ , znajdujące się dla czwórnik z rezystorami idealnymi (wzór 26) na osi urojonej w punktach  $s = ja$ , przesuwane są przez pojemności rozproszone do lewej półpłaszczyzny, natomiast przez indukcyjności do półpłaszczyzny prawej.

Operatorowa funkcja przejścia (25), uwzględniająca parametry rozproszone:

$$K_1(s) = K_1(s, \tau) = -k(\tau) \frac{s[s(1+a\tau) + a]}{s^2 + 2\text{Re}\{s_1\tau\}s + |s_1\tau|^2} \quad (42)$$

gdzie:

$$\text{Re}\{s_1\tau\} = \frac{2a}{\beta} \frac{1 + \frac{C}{2C} + \frac{1}{2} a\tau(1 + \beta)}{1 + \frac{1}{\beta} [1 + 4a\tau + \frac{C}{C} (1 + a\tau)]} \quad (43)$$

$$|s_1\tau|^2 = a^2 \frac{1 + 1/\beta}{1 + \frac{1}{\beta} [1 + 4a\tau + 2 \frac{C}{C} (1 + a\tau)]} \quad (44)$$

Bardzo mała względna szerokość pasm przepuszczania i wymagane symetryczne ich usytuowanie względem częstotliwości harmonicznych wymaga znacznie większej dokładności określenia części urojonej bieguncw niż części rzeczywistej. W poniższych wzorach przybliżonych część rzeczywista biegunów będzie określona z dokładnością do czynników większych niż  $10^{-2}$ , natomiast część urojona z dokładnością do czynników większych niż  $10^{-3}$ . Ponieważ w obszarze 30 harmonicznych  $a \approx h \Omega < 10^4$ , dla rezystorów dla których jest rzędu  $10^{-7}$ , przy  $\beta \approx (2 \div 3)10^2$ , możemy przyjąć:

$$\operatorname{Re} \left\{ s_{1T} \right\} \approx - \frac{2a}{\beta} \left[ 1 + \frac{C_0}{2C} + \frac{1}{2} a \beta T \right] \quad (45)$$

$$|s_{1T}|^2 \approx a^2 \left[ 1 - \frac{1}{\beta} 2 \frac{C_0}{C} \right]$$

Pojemności rozproszone wywołują, wzrastające z numerem harmonicznej, tłumienie odpowiedzi swobodnej, natomiast indukcyjności powodują jej od-tłumienie. Zmianie tłumienia nie towarzyszy jednak zauważalna zmiana częstotliwości drgań swobodnych.

#### 7. Wpływ symetrycznego niezrównoważenia czwórnika 2T na położenie biegunów

Przez symetrycznie niezrównoważony czwórnik 2T-RC będziemy tu rozumie-li czwórnik wg rys. 4, dla którego wskutek zmniejszenia rezystancji  $R_2$ , zachodzi:

$$a_1 = \frac{1}{R_1 C} = \frac{G_1}{C} = a \quad (46)$$

$$a_2 = \frac{1}{R_2 C} = \frac{G_2}{C} = \frac{G_1 + \Delta G}{C} = a + \delta$$

gdy

$$a_1 \neq a_2$$

wówczas:

$$y_{11}(s) = y_{22}(s) = \frac{1}{2R_1} \frac{2s + a_1}{s + a_1} + \frac{sC}{2} \frac{s + 2a_2}{s + a_2} \quad (47)$$

gdy

$$\frac{\delta}{a} \ll 1$$

otrzymamy:

$$y_{11}(s) = y_{11}(s, \delta) = y_{22}(s, \delta) \approx \frac{C}{2} \frac{s^2 + 4as + a^2 + \delta \frac{s^2}{s+a}}{s+a} \quad (48)$$

oraz

$$y_{12}(s) = y_{12}(s, \delta) = -\frac{1}{2R} \frac{a_1}{s+a_1} + \frac{sC}{2} \frac{s}{s+a_2} \approx -\frac{C}{2} \frac{a^2 + s^2 - \delta \frac{s^2}{s+a}}{s+a} \quad (49)$$

Operatorowa funkcja przejścia ogniw z niezrównoważonym czwórnikiem; dla dostatecznie dużych wzmocnień  $\beta$ , ma postać

$$K_1(s) = K_1(s, \delta) \approx -k(\delta) \frac{s(s+a)}{(s-s_1)(s-s_1^*) - \delta \frac{s^2}{s+a}} \quad (50)$$

Mianownik funkcji  $K_1(s, \delta)$  jest wielomianem trzeciego stopnia, jednak dla małego niezrównoważenia  $\delta$  zmianę położenia biegunów możemy określić przyjmując, że w pewnym otoczeniu środka pasma  $s = ja$ :

$$\frac{s^2}{s+a} = \frac{s^2}{s+a} \Big|_{s=ja} = -\frac{a}{2} + j \frac{a}{2} = \text{const} \quad (51)$$

Wówczas:

$$s_1 = s_1 \delta = \text{Re} \{s_1\} + j \sqrt{\text{Jm}^2 \{s_1\} + \left(\frac{a}{2} - j \frac{a}{2}\right) \delta}$$

dla  $\delta \ll 1$

$$s_1 \delta \approx \text{Re} \{s_1\} + j \left[ \text{Jm} \{s_1\} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - j \frac{a}{2}\right) \delta \right] \quad (52)$$

stąd

$$\text{Re} \{s_1\} = \text{Re} \{s_1\} + a \frac{\delta}{4} = \text{Re} \{s_1\} \left[ 1 - \frac{\beta}{8} \frac{\delta}{1 + \frac{\delta}{C}} \right] \quad (53)$$

$$\text{Jm} \{s_1\} = \text{Jm} \{s_1\} + a \frac{\delta}{4} \approx \text{Jm} \{s_1\} \left[ 1 + \frac{\delta}{4} \right] \quad (54)$$

Niezrównoważenie mostka wpływu na część urojoną bieguna w stopniu  $\frac{\beta}{2(1 + \frac{\delta}{C})}$

mniej niż na część rzeczywistą, przy czym wzrost konduktancji gałęzi środkowej  $R_2$  powoduje odłumienie ogniwa.

### 8. Wpływ skończonej impedancji wejściowej wzmacniacza na położenie biegunów

Gdy impedancja wejściowa ma charakter rezystancyjny, tzn.

$$Y_1 = G_1 = 0,$$

wówczas:

$$K_u^r(s) = - \frac{y_{12}(s)}{y_{11}(s) + G_1 + Y_5(s)}; \quad K_u^o(s) \equiv 0 \quad (55)$$

$$K(s) = K(s, G_1) = - \frac{Y_5(s)}{y_{11}(s) + G_1 + Y_5(s) - y_{12}(s)} \quad (56)$$

Dla idealnego, zrównoważonego czwórnika 2T-RC, operatorowa funkcja przejścia zachowuje postać (28)

$$K(s, G_1) = -k(G_1) \frac{s(s + |s_1|)}{s^2 + 2\operatorname{Re}\{s_{1G}\}s + |s_{1G}|^2} \quad (57)$$

przy czym:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{s_{1G}\} &= -\frac{2a}{\beta} \frac{1 + \frac{C_0}{2C} + \frac{1}{2} \frac{G_1}{aC}}{1 + \frac{1}{\beta}(1 + 2 \frac{C_0}{C})} \approx -\frac{2a}{\beta} \left[ 1 + \frac{C_0}{2C} + \frac{G_1}{2aC} \right] = \\ &= \operatorname{Re}\{s_1\} \left[ 1 + \frac{G_1}{2a(C + C_0)} \right] \end{aligned} \quad (58)$$

$$|s_{1G}|^2 = a^2 \frac{1 + \frac{1}{\beta} \left( 1 + \frac{2G_1}{aC} \right)}{1 + \frac{1}{\beta} \left( 1 + 2 \frac{C_0}{C} \right)} \quad (59)$$

$$\operatorname{Im}\{s_{1G}\} \approx a \left[ 1 - \frac{1}{\beta} \frac{C_0}{C} + \frac{1}{\beta} \frac{G_1}{aC} \right] \approx \operatorname{Im}\{s_1\} \left[ 1 + \frac{1}{\beta} \frac{G_1}{aC} \right] \quad (60)$$

Ponieważ  $a \approx h \Omega$ , wpływ konduktancji  $G_1$  maleje z numerem harmonicznej.

### 9. Zakończenie

Dalszymi nie analizowanymi tu czynnikami wpływającymi na położenie biegunów są konduktancja kondensatorów, zespolony charakter współczynnika i inne. Wszystkie te analizowane i nieanalizowane czynniki wpływają na położenie biegunów w sposób zależny bądź niezależny od numeru harmonicznej. W pierwszym przypadku uzyskanie, w granicach dopuszczalnego błędu, niezależnej od numeru harmonicznej przepustowości poszczególnych filtrów narzuca wymagania na graniczne dopuszczalne wartości czynników pasożytniczych. W drugim przypadku, czynniki te mogą być, niezależnie od ich wartości, uwzględnione przy lokalizacji biegunów.

### LITERATURA

- [1] Guillemin E.A.: Synthesis of Passive Networks. John Wiley Sons Inc. New York 1957.
- [2] Tuttle D. F.: Network Synthesis, vol I. John Wiley Sons Inc. New York 1958.

Przyjęto do druku w grudniu 1973 r.

### СИНТЕЗ УЗКОПОЛОСНОГО АКТИВНОГО ФИЛЬТРА С ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ПО ЧЕБЫШЕВУ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЕ

#### Резюме

В статье рассматривается синтез узкополосного фильтра, предназначенного для анализа гармоник, с характеристикой передачи, аппроксимированной по Чебышеву и полученной в качестве разности передаточной функции звеньев, осуществляющих сопряженные пары полюсов. Был также проведен анализ влияния паразитных параметров системы на расположение полюсов передаточной функции в случае их осуществления в системе усилителя с селективной обратной связью посредством четырехполюсника  $2T-C$ , а также влияние неуровновешенности четырехполюсника.

THE SYNTHESIS OF A NARROW-BAND ACTIVE FILTER WITH CZEBYSZEV'S CHARACTERISTIC IN THE DIFFERENTIAL CONNEXION

Summary

This article treats about the synthesis of a narrow-band filter intended for the analysis of harmonics components with the transmission characteristic approximated in Czebyszew's meaning and obtained as the difference of transmittances of cells realizing coupled pairs of poles. The effect of parasitic parameters of system on the position of transmittance poles in the instance of their realization in the system of an amplifier with selective feed-back through the two-port 2T-RC is also thoroughly analysed. The effect of unbalance of the two-port is analysed as well.

[Faint mirrored text from the reverse side of the page, likely bleed-through from the abstract or introduction.]

$$T(\omega) = \frac{1}{1 + \epsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \dots$$

[Faint mirrored text from the reverse side of the page.]

$$\dots = \frac{1}{1 + \epsilon^2 \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \dots$$

[Faint mirrored text from the reverse side of the page.]

[Faint mirrored text from the reverse side of the page.]

[Faint mirrored text from the reverse side of the page.]

[Faint mirrored text from the reverse side of the page.]