

Bogusław GRZESIK

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i EnergoelektronikiDWUBIEGUNOWA JEDNOSTRONNA MODULACJA SZEROKOŚCI IMPULSOW  
PIERWSZEGO RODZAJU

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono własności dwubiegunowej jednostronnej modulacji pierwszego rodzaju.

Na wstępie omówiono w skrócie stan istniejący w zakresie opracowań tego zagadnienia. Zastosowano taki sposób analizy procesu modulacyjnego, że wyniki tej analizy mogą być podstawą dla analizy porównawczej różnych sposobów modulacji. Podstawą dla analizy rozpatrywanej modulacji jest model matematyczny procesu. Model ten wykorzystano do obliczeń numerycznych dwóch zasadniczych analizowanych elementów: widma harmonicznych oraz błędu średniego kwadratowego.

Modulacja dwubiegunowa jednostronna pierwszego rodzaju (DJM-I) - z próbkowaniem wymuszonym - była analizowana w następujących pracach: [1], [2], [3].

Modulację DJM-I opisać można następującymi wzorami [3].

$$u_1 = U_1 [-\operatorname{sgn}(t - t_{1k})] \quad \text{dla} \quad kT < t < (k+1)T \quad (1)$$

$$-\operatorname{sgn} \alpha = \begin{cases} -1 & \text{dla } \alpha > 0 \\ 1 & \text{dla } \alpha < 0 \end{cases}$$

$t_{1k}$  jest czasem trwania dodatniego impulsu  $u_1$  w  $k+1$  okresie  $T$  i określone jest równaniem:

$$t_{1k} = T \operatorname{sat} \left| \frac{1}{2} + \frac{u_{Mp}(kT + t_{1k})}{2 U_N} \right| \quad (3)$$

gdzie:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\text{sat } \alpha = \begin{cases} \alpha & \text{dla } 0 < \alpha < 1 \\ 1 & \alpha > 1 \\ 0 & \alpha < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$u_{Mp}(kT + t_{1k}) = u_M(kT + c \frac{T}{g}); \quad c = 0, 1, 2, \dots, g-1 \quad (5)$$

$$c \frac{T}{g} < t_{1k} < (c+1) \frac{T}{g} \quad (6)$$

$$\frac{\omega p}{\omega} = g \quad (7)$$

$\omega_p$  - pulsacja sygnału próbkującego,

$u_M = U_M \sin(\Omega t + \Phi)$  - sygnał modulujący,

$\Phi$  - przesunięcie fazowe sygnału  $u_M$  względem  $u_N$ ,

$U_N$  - amplituda sygnału pomocniczego  $u_N$ . Pulsacja tego sygnału,

$u_p$  - sygnał próbkujący.

Z wzorów (5) i (6) wynika, że jeżeli  $g \rightarrow \infty$ , to

$$u_{Mp}(kT + t_{1k}) = u_M(kT + t_{1k})$$

Oznacza to, że modulacja pierwszego rodzaju wraz ze wzrostem  $g$  staje się podobna do modulacji drugiego rodzaju. Modulację dwubiegunową jednostronną szerokości impulsów drugiego rodzaju opisują wzory (1) do (7), z tym że zamiast  $u_{Mp}(t)$  we wzorze (3) występuje  $u_M(t)$ .

Przyjmując dla uproszczenia  $g = 1$ , oraz

$$\frac{U_M}{U_1} = \underline{U}_M; \quad \frac{U_N}{U_1} = \underline{U}_N; \quad U_1 = U_N = 1$$

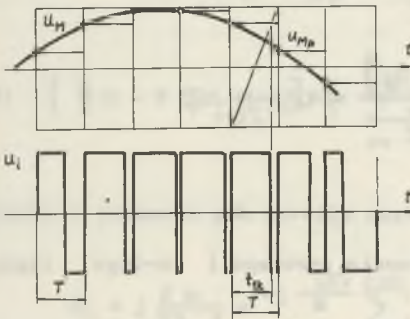
uzyskuje się:

$$\underline{U}_M = U_M$$

a wzory (1) i (3) przyjmują następującą postać:

$$u_1 = -\operatorname{sgn}(t - t_{1k}) \quad \text{dla } kT < t < (k+1)T \quad (8)$$

$$t_{1k} = T \operatorname{sat} \left| \frac{1}{2} + \frac{u_{Mp}}{2} (kT + t_{1k}) \right| \quad (9)$$



Rys. 1. Przebiegi czasowe sygnałów modulacji DJM-I

Zależności (8) i (9) można przedstawić graficznie - patrz rys. 1.

Ponieważ istnieją dwa sygnały: modulujący  $u_M$  o pulsacji  $\Omega$  oraz pomocniczy  $u_N$  o pulsacji nośnej  $\omega$ , to pulsacje te pozostają w stosunku do siebie w określonej zależności. Istnieją tu trzy możliwości:

$$1^\circ \quad \frac{\omega}{\Omega} = \xi \quad (10)$$

$\xi$  jest liczbą całkowitą

$$2^\circ \quad \frac{\omega}{m} = \frac{\Omega}{p} = F \quad (11)$$

$m, p$  - są liczbami całkowitymi

$F$  - pulsacja podstawowa

$$\frac{m}{p} = \frac{\omega}{\Omega} = \xi \quad (12)$$

$\xi$  - jest liczbą wymierną

$3^\circ$  w tym przypadku  $\xi$  określone wzorem (12) jest liczbą niewymierną.

W pierwszym przypadku w widmie harmonicznych pulsacja żadnej ze składowych nie jest niższa od pulsacji  $\Omega$  sygnału modulującego  $u_M$ .

W drugim przypadku część składowych harmonicznych ma pulsacje niższe od pulsacji  $\Omega$ . Składowe te nazywa się subharmonicznymi. Pulsacja  $F$  podstawowej subharmonicznej określona jest wzorem (11). Ilość składowych subharmonicznych wyznaczona jest liczbą  $p-1$ .

Przypadek trzeci dotyczy sygnału  $u_1$  nieokresowego. Widmo jest w tym przypadku widmem ciągłym.

W pracy [1] modulację DJM-I analizuje się przedstawiając zmodulowany sygnał impulsowy  $u_1$  w postaci podwójnego szeregu Fourier'a.

$$\begin{aligned}
 u_i(t) = & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n \left( \frac{n\pi U_M \Omega}{\omega} \right)}{\frac{n\pi \Omega}{\omega}} \sin \left( n\Omega t - n \frac{\pi}{2} \right) + \\
 & + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1 - J_0(m\pi U_M)}{m\pi} \sin m\omega t + \\
 & - \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=\pm 1}^{\pm \infty} \frac{J_n \left[ \frac{(m\omega + n\Omega)}{\omega} \pi U_M \right]}{\frac{m\omega + n\Omega}{\omega}} \sin \left[ (m\omega + n\Omega) t - n \frac{\pi}{2} \right] \quad (13)
 \end{aligned}$$

gdzie:

$J_0$  i  $J_n$  są odpowiednio funkcjami Bessela zerowego i  $n$ -tego rzędu, pierwszego rodzaju.

We wzorze tym wyróżnić można składowe harmoniczne, których pulsacja jest wielokrotnością pulsacji  $\Omega$  sygnału modulującego (człon pierwszy), składowe harmoniczne, których pulsacja jest wielokrotnością pulsacji nośnej  $\omega$  (człon drugi) oraz składowe harmoniczne, których pulsacja jest kombinacją tych dwóch pulsacji (człon trzeci). We wzorze tym nie uwzględniono przesunięcia fazowego sygnału modulującego  $u_M$  względem pomocniczego  $u_N$ . Posługując się wzorem (13) można określić właściwości procesu modulacyjnego ustalając zależności amplitud i faz poszczególnych składowych harmonicznych od amplitudy sygnału modulującego  $U_M$ . Nie jest to wygodne dla analizy porównawczej różnych sposobów modulacji.

W pracy [2] posługując się również szeregiem Fourier'a przedstawiono sygnał impulsowy  $u_i$  w postaci szeregu pojedynczego. Uzyskano tam następujące zależności:

$$D_n = j \frac{1}{\pi n} m e^{-j \frac{\pi}{m}} \sum_{s=0}^{+\infty} J_{d_n} + sm \left( - \frac{U_M 2\pi n}{m} \right) e^{j(d_n + sm)} \quad (14)$$

gdzie:

$$d_n = \frac{n - tm}{p} \quad (15)$$

$d_n$  - jest liczbą całkowitą,

$m, p, t, n$  - są liczbami całkowitymi.

Ze wzoru (14) uzyskano zależności na współczynniki szeregu Fourier'a dla pierwszej harmonicznej, na współczynniki dla harmonicznych o pulsacjach będących krotnością pulsacji  $\Omega$  i dla harmonicznych o pulsacjach będących krotnością pulsacji nośnej  $\omega$ .

Pierwsza harmoniczna określona jest wzorem:

$$D_1 = j \frac{m}{\pi p} e^{-j \frac{\pi}{\xi}} J_1 \left( -\frac{\pi U_M p}{m} \right) e^{j \Phi} + \\ + j \frac{m}{\pi p} e^{-j \frac{\pi}{\xi}} \sum_{s=\pm 1}^{\pm \infty} J_{s+1} \left( -\frac{\pi U_M p}{m} \right) e^{j s \Delta \Phi} \quad (16)$$

składowe o pulsacji  $p \Omega$  określa następująca zależność:

$$D_v = j \frac{2m}{\pi p v} e^{-j \frac{p \pi v}{m}} \sum_{s=0}^{\pm \infty} J_{v+s} \left( -\frac{2\pi U_M v p}{m} \right) e^{j (v+s) \Phi} \quad (17)$$

Składowe o pulsacji  $m\omega$ , która jest krotnością pulsacji nośnej, określa się następująco:

$$D_w = -j \frac{2}{\pi w} \left\{ \frac{1}{w} - (-1)^w \sum_{s=0}^{\pm \infty} J_{s+w} \left( -2\pi U_M w \right) e^{j s \Phi} \right\} \quad (18)$$

Ze wzoru (16) wynika, że:

- w zależności od  $\xi$  uzyskuje się różne amplitudy  $A_1$  przy stałym  $U_M$  i stałym  $\Phi$ ,
- przesunięcie fazowe pierwszej harmonicznej wyznaczone jest czynnikiem  $\frac{\pi}{\xi}$  przy  $\Phi$ ,  $\Delta \Phi$  równych zero,
- przesunięcie fazowe  $\Phi$  wpływa na amplitudę  $A_1$  i fazę  $\varphi_1$  pierwszej harmonicznej przy stałym  $\xi$  i  $U_M$ ,
- faza  $\varphi_1$  pierwszej harmonicznej może zmieniać się wraz ze zmianą  $U_M$  przy  $\Phi, \Delta \Phi = 0$  i  $\xi = \text{const}$ .

Oprócz tego można stwierdzić - zgodnie z (11) - że w widmie harmonicznych sygnału  $u_1$  w przypadku, gdy  $\xi$  jest liczbą wymierną występują składowe subharmoniczne.

Istotną dla pewnych przypadków zastosowań może być wartość amplitudy i fazy składowych harmonicznych o pewnych określonych numerach (np. w falownikach trójfazowych - składowe, których pulsacja jest krotną trzech w stosunku do pulsacji  $\Omega$ ).

W trzeciej [3] z wymienionych prac dla opisu modulacji DJM-I posłużono się również widmem harmonicznym w postaci pojedynczego szeregu Fourier'a.

Oprócz tego dla oceny jakości procesu modulacyjnego (jakość sygnału  $u_1$ ) wprowadzono pojęcie błędu średniego kwadratowego. Wprowadzenie tego pojęcia wynikało z trudności oceny jakości sygnału  $u_1$  za pomocą widma harmonicznego. Błąd średni kwadratowy jest syntetycznym wskaźnikiem jakości modulacji. Daje przejrzysty obraz jakości badanego sygnału w zależności od pewnych wielkości mających istotny wpływ na proces modulacji. Wielkości te to  $U_M$ ,  $\xi$ ,  $\Phi$ .

Błąd średni kwadratowy zdefiniowano w następujący sposób dla najogólniejszego przypadku

$$\bar{\xi}_{J\pi}^{-2} = \frac{1}{J} \int_0^J \left( \int_0^t u_1 dt + c_1 - \int_0^t u_1 dt + c_2 \right)^2 dt \quad (19)$$

gdzie:

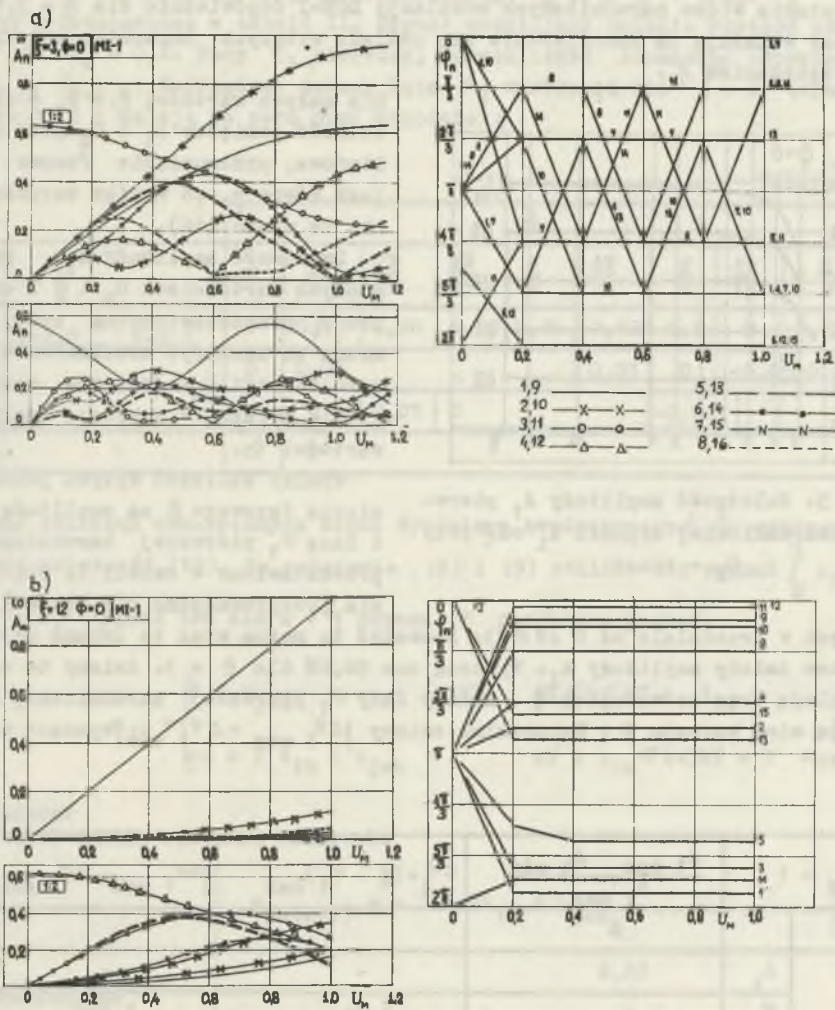
$$J = \frac{2\pi}{F}$$

$\int_0^t u_1 dt + c_1$  i  $\int_0^t u_1 dt + c_2$  są to całki nieoznaczone z tak dobranymi stałymi całkowania, aby wartość średnia za okres  $J$  dla tych całek była równa zero.

$u_1 = A_1 \sin(\Omega t + \Omega kT + \varphi_1)$  jest pierwszą harmoniczną sygnału  $u_1$ .

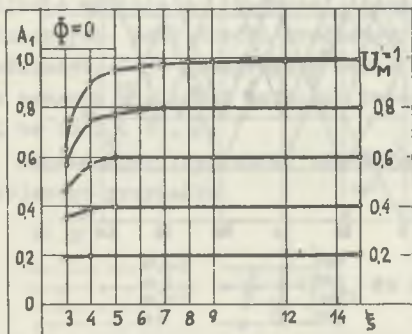
W pracy [3] wykazano, że tak zdefiniowany błąd średni kwadratowy daje w rezultacie wyniki dokładniej odzwierciedlające jakość procesu modulacji niż błąd średni kwadratowy pomiędzy sygnałami  $u_1$  i  $u_1$ . Posługując się w ocenie jakości modulacji takim wskaźnikiem określa się błąd względem sygnału  $\int_0^t u_1 dt + c_1$ , który odpowiada prądowi płynącemu np. w obciążeniu indukcyjnym falownika. Błąd  $\bar{\xi}_{J\pi}^{-2}$  ujmuje więc wszystkie pozostałe wyższe harmoniczne prócz pierwszej. Jeżeli  $\bar{\xi}_{J\pi}^{-2}$  maleje, to proces modulacyjny jest korzystniejszy.

W celu uzyskania danych ilościowych o określonych przy omawianiu wzoru (16) zależnościach przeprowadzono w [3] obliczenia numeryczne widma harmonicznego przy różnych wartościach  $U_M$ ,  $\xi$  i  $\Phi$ . Ponadto obliczono zależność zmian błędu średniego kwadratowego przy różnych wartościach  $U_M$ ,  $\xi$  i  $\Phi$ . Pewne wyniki tych obliczeń przedstawiono w niniejszej pracy.



Rys. 2. Widmo harmoniczných modulacji DJM-I dla  $\Phi = 0$  a)  $\xi = 3$ ; b)  $\xi = 12$

Obliczenia przeprowadzono dla całkowitych wartości  $\xi$  (wzór (10)). Rys. 2 przedstawia widmo harmonicznych modulacji DJM-I odpowiednio dla  $\xi = 3, 12$ . Wykresy wskazują na zmniejszenie się udziału wyższych harmonicznych wraz ze zwiększaniem  $\xi$ .



Rys. 3. Zależność amplitudy  $A_1$  pierwszej harmonicznej sygnału  $u_1$  od  $\xi$  przy  $U_M = \text{const}$

wartych w przedziale od 0 do  $\pi/3$ . Zauważyć tu można wraz ze zmianą kąta  $\Phi$  znaczne zmiany amplitudy  $A_1$ . Wynoszą one 58,6% dla  $\xi = 3$ . Zmiany te szybko maleją wraz ze wzrostem  $\xi$ . Zmiany fazy  $\varphi_1$  pierwszej harmonicznej nie maleją mimo wzrostu  $\xi$ . Maksymalne zmiany  $|\Delta\varphi_1 \text{ max} - \Delta\varphi_1 \text{ min}|$  wynoszą około  $110^\circ$

Dla małych wartości  $\xi = 3, 4$  zależność pomiędzy  $A_1$  i  $U_M$  jest nieliniowa, przesunięcie fazowe  $\varphi_1$  jest równe  $\frac{\pi}{2}$ , co wynika bezpośrednio ze wzoru (16).

Zmienność amplitudy  $A_1$  przy stałych wartościach  $U_M$  i  $\Phi$  i zmianie  $\xi$  przedstawiono na rys. 3. Można tu zauważyć nieliniowość  $A_1$  jako funkcji  $U_M$ . Jest ona szczególnie wyraźna w zakresie małych wartości  $\xi$ .

Wyniki obliczeń wpływu przesunięcia fazowego  $\Phi$  na amplitudę  $A_1$  i fazę  $\varphi_1$  pierwszej harmonicznej przedstawiono w tabeli I. Obliczenia przeprowadzono dla kątów  $\Phi$  za-

Tabela I

$U_M = 1$		$\frac{A_1 \text{ max} - A_1 \text{ min}}{A_1 \text{ max}}$	$\Delta\varphi_1 = (\Phi - \varphi_1)_{\text{max}}$	$ \Delta\varphi_1 \text{ max} - \Delta\varphi_1 \text{ min} $
$\xi$		%		
3	$A_1$	58,6	-	-
	$\varphi_1$	-	1,04	1,925
4	$A_1$	4,3	-	-
	$\varphi_1$	-	1,04	1,843
5	$A_1$	0,2	-	-
	$\varphi_1$	-	0,63	1,25
6	$A_1$	0	-	-
	$\varphi_1$	-	0,528	1,04
$\Phi = 0 ; \frac{\pi}{12} ; \frac{2\pi}{21} ; \frac{2\pi}{15} ; \frac{\pi}{6} ; \frac{4\pi}{21} ; \frac{\pi}{4} ; \frac{4\pi}{15} ; \frac{\pi}{3}$				



Wyniki obliczeń numerycznych zmiany fazy  $\varphi_1$  pierwszej harmonicznej w zależności od amplitudy sygnału modulującego  $U_m$  przy  $\Phi = \text{const}$  i  $\xi = \text{const}$  przedstawiono w tabeli II. Sygnał modulujący zmienia wartość od  $U_m = 1$  do  $U_m = 0,2$ . Fazy  $\varphi_1$  pierwszej harmonicznej oznaczono odpowiednio  $\varphi_{1-1,0}$ ,  $\varphi_{1-0,2}$ . Największe zmiany kąta  $\varphi_1$  występują dla  $\xi = 3$  (wynoszą około  $12^\circ$ ) i maleją do zera przy wzroście  $\xi$ .

Tabela II

$\xi$		$\Phi$									
		0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{21}$	$\frac{2\pi}{15}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{21}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{15}$	$\frac{\pi}{3}$	
3	$\varphi_{1-1,0} - \varphi_{1-0,2}$	0	0,19	0,20	0,22	0,20	0,12	0,1	0	0,21	
4		0	0,02			0,01	0	-0,05	-0,02		
5		0	0	0,01	0			-0,001			
6		0	0								

Dla obliczeń numerycznych błędu średniego kwadratowego  $\bar{\epsilon}_{jT}^2$  wykorzystuje się zależność (19). Na podstawie (8) i (9) oblicza się sygnał  $\int_0^t u_1 dt + c_1 = u_j$ . Sygnał ten dla  $k+1$  okresu  $T$  przybiera postać:

$$u_{jk} = \begin{cases} t + u_{jok} & \text{dla } kT < t < kT + t_{1k} \\ -t + 2t_{1k} + u_{jok} & kT + t_{1k} < t < kT + T \end{cases} \quad (20)$$

Z (20) wynika równanie różnicowe

$$u_{jo(k-1)} = -T + 2t_{1k} + u_{jok} \quad (21)$$

Zakładając, że

$p = 1$  czyli  $\omega/\Omega = m$  jest liczbą całkowitą,

$\Omega = 1$

z (19) uzyskuje się zależność na błąd  $\bar{\epsilon}_{jT}^2$ .

$$\begin{aligned}
 \bar{\varepsilon}_{jT}^2 = & \frac{1}{2\pi} \left\langle \xi \left[ \frac{8}{3} \left( \frac{\pi}{\xi} \right)^3 + A_1^2 \frac{\pi}{\xi} \right] + \right. \\
 & + \sum_{k=0}^{\xi-1} \left\{ -2 A_1 \cos \left( \frac{2\pi}{\xi} k + \varphi_1 \right) - 2 u_{jok} A_1 \sin \left( \frac{2\pi}{\xi} k + \varphi_1 \right) + \right. \\
 & - \frac{A_1}{4} \sin \left( 2 \left( \frac{2\pi}{\xi} k + \varphi_1 \right) - 2 A_1 \sin \left( \frac{2\pi}{\xi} (k+1) + \varphi_1 \right) \right) + \\
 & - u_{jok} \left( \frac{\pi}{\xi} \right)^2 + 2 u_{jok}^2 - 2 A_1 \cos \left( \frac{2\pi}{\xi} (k+1) + \varphi_1 \right) + \\
 & + \frac{A_1^2}{4} \sin \left( 2 \left[ \frac{2\pi}{\xi} (k+1) + \varphi_1 \right] \right) + 2 u_{jok} A_1 \sin \left( \frac{2\pi}{\xi} (k+1) + \varphi_1 \right) + \\
 & + 4 \theta_{1k} A_1 \sin \left( \frac{2\pi}{\xi} (k+1) + \varphi_1 \right) + 4 A_1 \cos \left( \theta_{1k} + \frac{2\pi}{\xi} k + \varphi_1 \right) + \\
 & \left. - 8 \theta_{1k} \left( \frac{\pi}{\xi} \right)^2 + 8 u_{jok} \theta_{1k} \frac{\pi}{\xi} + 8 \theta_{1k}^2 \frac{\pi}{\xi} - 2 u_{jok} \theta_{1k}^2 - 2 \theta_{1k}^3 \right\} \quad (22)
 \end{aligned}$$

Posługując się równaniem (21) uzyskuje się zależność określającą  $u_{jok}$ .

$$u_{jok} = -k \frac{2\pi}{\xi} + u_{joo} + 2 \sum_{i=1}^{k-1} \theta_{1i} \quad (23)$$

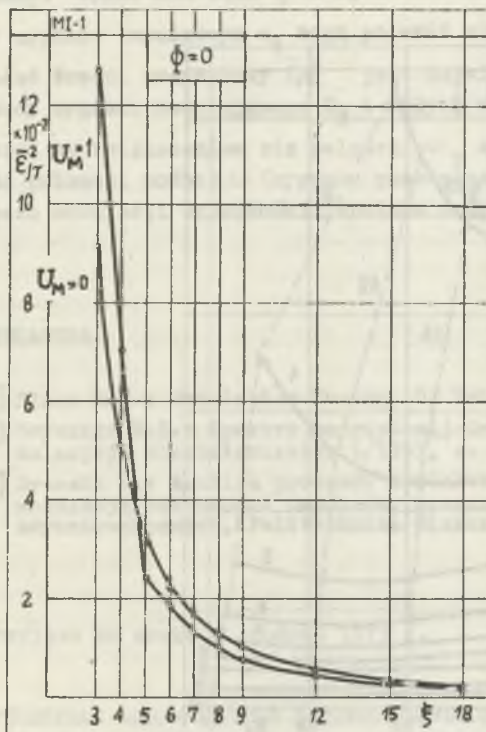
gdzie:

$u_{joo}$  - jest wartością  $u_{jo}$  dla pierwszego okresu  $T$ , który odpowiada kątowi  $\frac{2\pi}{\xi}$

$$\theta_{1k} = \Omega t_{1k} = \frac{\pi}{m} + U_M \frac{\pi}{m} \sin \left( k \frac{2\pi}{\xi} + \Phi \right) \quad (24)$$

Do obliczenia (23) niezbędne jest  $u_{joo}$ , które oblicza się z warunku: składowa stała sygnału  $u_j$  jest równa zero.

$$u_{joo} = \frac{1}{2\pi} 2\pi^2 + \sum_{k=0}^{\xi-1} \theta_{1k}^2 - \frac{4\pi}{\xi} \theta_{1k} (\xi - k) \quad (25)$$



Rys. 4. Zależność zmian błędu średniego kwadratowego  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  od  $\xi$  przy  $U_M = \text{const}$ ,  $\Phi = 0$

modulacji. Na rys. 4 zaznaczono ze względu na przejrzystość linie błędu  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  dla  $U_M = 0$  i  $U_M = 1$ . Należy dodać, że wartość  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  dla  $\xi = 18$  do 5 leżą pomiędzy tymi dwoma liniami. Odstępstwem od tego jest przypadek dla  $\xi = 4$  i 3, gdzie dla pierwszego z nich  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  przyjmuje wartości przy  $U_M = 0,2$ ; 0,4; 0,6 mniejsze niż błąd  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  przy  $U_M = 0$ . Błąd  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  wynosi odpowiednio 5; 4,7; 4,59. Dla  $\xi = 3$  błąd  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  ma mniejszą wartość przy  $U_M = 0,2$  niż błąd  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  przy  $U_M = 0$ .

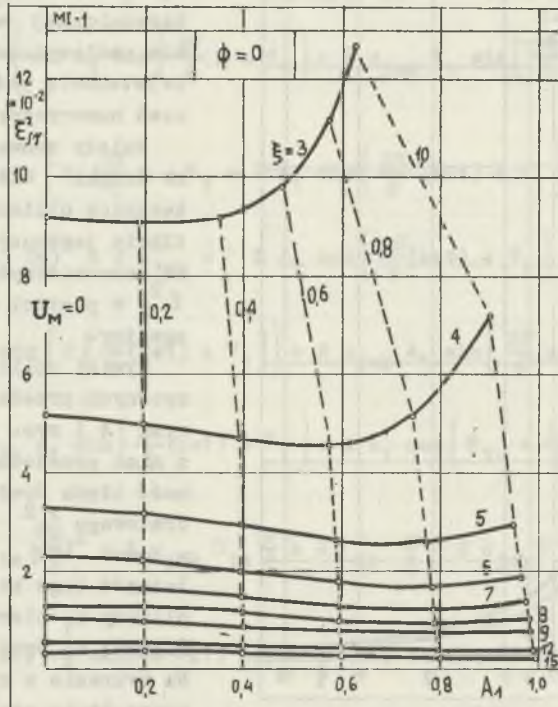
Obydwie zależności podane graficznie sporządzone są dla fazy  $\Phi = 0$ , gdyż tylko dla tej wartości kąta  $\Phi$  kąt fazowy  $\psi_1$  pierwszej harmonicznej  $u_1$  utrzymuje się na stałym poziomie niezależnie od  $U_M$  przy  $\xi = \text{const}$ .

Przy opracowywaniu [3] sporządzono wykresy takie jak na rys. 4 i 5, z tym że dla innych kątów  $\Phi$ . Porównanie wykresów dla  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  z rys. 4 i 5 z wykresami sporządzonymi dla innych kątów  $\Phi$  wskazuje, że największe zmiany w zależności od zmiany kąta  $\Phi$  błędu  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  występują dla dużych wartości  $U_M$  i małych wartości  $\xi$ . Do takiego samego wniosku prowadzi analiza

Wzory (22) do (25) oraz wzory określające amplitudę  $A_1$  i fazę  $\psi_1$  pierwszej harmonicznej (wzorów tych nie zamieszczono w artykule) stanowią podstawę obliczeń numerycznych.

Należy zauważyć, że tylko dzięki elektronicznej technice obliczeniowej możliwie jest uzyskanie widma harmonicznych i błędu  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  w postaci wygodnej do analizy.

Wyniki obliczeń numerycznych przedstawiono na rys. 4 i rys. 5. Pierwszy z nich przedstawia zależność błędu średniego kwadratowego  $\bar{\epsilon}_{r\tau}^2$  dla  $U_M = \text{const}$  od  $\xi$ . Drugi - zależność tego błędu od amplitudy  $A_1$  pierwszej harmonicznej  $u_1$  przy  $\xi = \text{const}$ . Na wykresie z rys. 5 zaznaczono linie stałego parametru  $U_M$ . Rysunek 5 jest podstawą do analizy porównawczej różnych sposobów



Rys. 5. Zależność zmian błędu średniego kwadratowego  $\bar{\epsilon}_{JT}^2$  od amplitudy  $A_1$  przy  $\xi = \text{const}$ ,  $\Phi = 0$ ; linią przerywaną oznaczono  $U_M = \text{const}$

widma harmonicznych. Dla wartości  $U_M = 0$  błąd  $\bar{\epsilon}_{JT}^2$  przyjmuje takie same wartości dla różnych kątów  $\Phi$ . Błąd  $\bar{\epsilon}_{JT}^2$  wykazuje tym mniejsze różnice przy zmianach kąta  $\Phi$  i  $A_1 = \text{const}$  im większą wartość przyjmuje  $\xi$ .

### Wnioski

Do najistotniejszych cech modulacji dwubiegunowej jednostronnej pierwszego rodzaju zaliczyć można:

- zmienność amplitudy  $A_1$  pierwszej harmonicznej  $u_1$  wraz ze zmianą wartości  $\xi$  dla  $U_M = \text{const}$  i  $\Phi = \text{const}$ ,
- nieliniową zmienność fazy  $\varphi_1$  dla  $U_M = \text{const}$ ,  $\xi = \text{const}$  przy zmianach  $\Phi$ ,

- faza  $\varphi_1$  pierwszej harmonicznej jest niezależna od wartości  $U_M$  przy  $\xi = \text{const}$  tylko dla kąta  $\Phi = 0$ ,
- w sygnale impulsowym  $u_1$  mogą pojawić się składowe subharmoniczne,
- błąd średni kwadratowy  $\bar{\epsilon}_{rc}^2$  jest największy dla dużych wartości amplitudy sygnału modulującego  $U_M$  i małych wartości  $\xi$  niezależnie od kąta  $\Phi$ ,
- wraz ze zwiększeniem się pulsacji  $\omega_p$  sygnału próbkującego w stosunku do pulsacji nośnej  $\omega$  (sygnału pomocniczego) modulacja DJM-I nabiera cech modulacji szerokości impulsów drugiego rodzaju.

## LITERATURA

- [1] Black H.S.: Modulation Theory, D. Van Nostrand Company, Toronto, 1953
- [2] Usyszkin E.I.: Spektry napięzeń inwertorów s szerotnoimpulsnoj modulaczej, Elektricziestvo 1/1969, s. 48-52.
- [3] Grzesik B.: Analiza procesów kształtowania napięcia w falownikach z modulacją szerokości impulsów, przeznaczonych do zasilania silników asynchronicznych, Politechnika Śląska, Gliwice, 1973, Praca doktorska.

Przyjęto do druku w grudniu 1973 r.

## ДВУПОЛЯРНАЯ ОДНОСТОРОННЯЯ ШИРОТНО-ИМПУЛЬСНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ПЕРВОГО РОДА

## Резюме

В статье представлены особенности двуполярной односторонней широтно-импульсной модуляции.

Приведен краткий обзор литературы касающейся этой проблемы. Применен такой способ анализа, что его результаты могут служить основой для сравнения различных способов модуляции. Основой для анализа служит математическая модель рассматриваемого процесса модуляции. Эта модель использована для расчета двух основных исследуемых элементов: гармонического спектра и средне-квадратичной ошибки.

MULTIPLE PULSE MODULATION WITH UNIFORM SAMPLING AND WITH TRAILING EDGES MODULATED

Summary

The properties of multiple pulse modulation with uniform sampling and with trailing edges modulated are presented in the paper.

The recent elaborations on the question under consideration are viewed at the beginning of the paper. The analysis applied to modulation process is choiced so that results of this analysis may be used for comparative analysis of different forms of modulations. The basis of the analysis is the mathematical model of examined modulation. This model is utilized for numerical calculations of two main analysed elements: harmonics spectra and integral square error.

