ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977

Seria: GORNICTWO z. 79 Nr kol. 528

Gerard KROCZEK
Czesław POTOCKI

PROGNOZOWANIE WIELKOŚCI PRODUKCJI W KOPALNI WĘGLA KAMIENNEGO

Streszczenie. Treścią artykułu jest opracowanie modelu matematycznego, na bazie którego można określić podstawowe wskaźniki charakteryzujące wielkość kopalni węgla kamiennego.

W niniejszej pracy zwrócono szczególną uwagę na wskaźnik dyrektywny, jakim jest:
- wielkość wydobycia całkowitego.

Budowa modelu została oparta o powszechnie dostępne w warunkach PW wskaźniki techniczno-ekonomiczne z tego powodu, by każdorazowa aktualizacja formuły modelu nie nastręczała użytkownikowi zbędnych trudności. Zakłada się, że modele wskaźników powinny cechować się znikomą rozbieżnością pomiędzy wielkościami obliczonymi, a uzyskanymi w rzeczywistości.

Dzięki szybkiemu określeniu tych wskaźników (przy wykorzystaniu ETO) oraz znajomości elementów kształtujących te wskaźniki, uzyskuje się możliwość szybkiej ingerencji w proces produkcyjny w celu ewentualnej zmiany jego elementów na optymalne.*

1. WSTĘP

Przedmiotem rozważania jest funkcja wielkości wydobycia, rozpatrywana jako model kopalni węgla kamiennego. Zakłada się, że funkcja taka mierzy obiektywne relacje techniczno-produkcyjne zachodzące w warunkach jakościowo jednorodnej techniki i technologii górniczej oraz w normalnych przeciętnych warunkach ruchowych, przy czym relacje te wyrażają przeciętne stosunki ilościowe, w jakich pozostają nakłady poszczególnych czynników produkcji, a wielkość wydobycia.

W niniejszym opracowaniu rozpatrzono funkcję potęgową wielu zmiennych, zwaną często funkcją produkcji Cobb-Douglasa. Znaczenie tej funkcji wynika przede wszystkim stąd, że jest ona zależna od stosunkowo niedużej liczby parametrów, a jednocześnie dzięki założeniu postaci potęgowej może ona opisać różne (ale monotoniczne) postaci zależności produkcji od poniesionych nakładów. Ponieważ drogą zlogarytmizowania funkcja Cobb-Douglasa przechodzi w relację liniową względem parametrów strukturalnych, więc nie nastręcza trudności estymacja parametrów ani inne zabiegi natury statystycznej i matematycznej.

W konsekwencji korzystanie z tej funkcji bardzo wydatnie ułatwia analizę ekonometryczną.

W swojej klasycznej postaci omawiana funkcja może być zapisana następująco:

$$Q_t = b\, X_{1_t}^{a_1} \cdot X_{2_t}^{a_2} \cdot \ldots \cdot X_{r_t}^{a_r} \cdot e^{\varepsilon_t}, \qquad (1)$$

gdzie $b > 0$ oraz $a_1, a_2, \ldots a_r$ są parametrami strkturalnymi, o których zakłada się, że są liczbami stałymi i spełniają nierówności $b > 0$ oraz $a_i > 0$ dla $i=1,2,\ldots,r$. Parametry a_i mierzą wpływ określonej zmiennej objaśniającej X_i na wielkość produkcji (wydobycia).

Z uwagi na założenia, że $a_i > 0$ wnioskuje się, że wzrost danej zmiennej prowadzi do wzrostu produkcji (wydobycia), przy czym jeżeli $0 < a_i < 1$ (co zwykle ma miejsce w praktyce), to wzrost ten w miarę wzrostu wartości zmiennej objaśniającej jest coraz wolniejszy.

Interpretacja ekonomiczna parametru "b" jest trudniejsza. Zwykle też pomija się ją, ograniczając do stwierdzenia, że uwzględnienie go w funkcji produkcji (wydobycia) pozwala poprostu osiągnąć lepszą zgodność faktycznych wielkości produkcji z wielkościami teoretycznymi.

Niektórzy autorzy natomiast interpretują ten parametr jako miernik - ogólnik efektywności przedsiębiorstwa - transformujący różne nakłady w ostateczną wielkość produkcji (wydobycia) Q_t.

Dla rozwiązania zadanego problemu zbudowano model matematyczny, oczywiście przy rozwiązywaniu tego zagadnienia zmierzano do budowy modelu decyzyjnego.

Model sytuacji problemowej ma dwie istotne własności: po pierwsze, co najmniej jedna z jego zmiennych wejściowych, tj. zmiennych odpowiadających nakładowi daje się sterować przez decydenta stojącego wobec danego problemu, co oznacza inaczej, że powinna ona reprezentować jego możliwe sposoby działania. Po drugie zmienna "wyjściowa", tj. zmienna odpowiadająca efektowi, powinna być pewną miarą lub pewnym wskaźnikiem wartości alternatywnych wyborów dla decydenta.

W niniejszym artykule dąży się do utworzenia modelu decyzyjnego, dla prognozowania wielkości wydobycia oraz innych wskaźników decyzyjnych. Chociaż podejmowanie decyzji często musi ograniczyć się do wyników jakościowych lub quasi-ilościowych, wyspecyfikowanie postaci funkcji wielkości wydobycia nie wystarcza na ogół do przeprowadzenia wyczerpującej analizy związku, w jakim pozostaje wydobyty węgiel do poniesionych nakładów i posiadanych zasobów majątku trwałego. Dla uczynienia tej analizy bardziej wszechstronną, konieczne jest uwzględnienie aspektów kształtowania się wielkości X_i, a więc zmiennych objaśniających funkcję wielkości wydobycia.

2. STATYSTYCZNA ESTYMACJA FUNKCJI WIELKOSCI WYDOBYCIA

Statystyczna estymacja funkcji wielkości wydobycia całkowitego netto polega na oszacowaniu jej parametrów "a_i" na podstawie empirycznie zebranego materiału statystycznego dla $i=1,2\ldots,r$. Jeżeli za funkcję wielko-

ści wydobycia całkowitego netto obieramy funkcję Cobb-Douglasa, to jej postać analityczna dla zmiennych opisowych ma postać (1).

Dla ułatwienia operacji rachunkowych sprowadza się równość (1) do postaci liniowej zależności między zmiennymi. W fazie operacji rachunkowych odrzucamy czynnik losowy .

Szacowanie parametrów a_1 a_2 ... a_r oraz b funkcji (1) można przeprowadzić wygodną w rachunku metodę najmniejszych kwadratów, minimalizując (a_1 ... a_r) następujące wyrażenie

$$Q = \sum_{t=1}^{k} (\ln y_t - \ln b - a_1 \ln X_{1t} - a_2 \ln X_{2t} - a_3 \ln X_{3t} - a_4 \ln X_{4t} - a_5 \ln X_{5t} - a_6 \ln X_{6t})^2 = \text{minimum}. \quad (2)$$

Obliczając pochodne cząstkowe względem poszczególnych parametrów "a_i" równania i przyrównując je do zera, otrzymujemy układ równań normalnych, które pozwalają obliczyć parametry "a_i".

3. OKREŚLENIE ZMIENNYCH NIEZALEŻNYCH FUNKCJI COBB-DOUGLASA

Najważniejszym wskaźnikiem w analizie wielkości wydobycia w jednostkach naturalnych jest średnie wydobycie uzyskane w dniach roboczych, które określamy jako iloraz miesięcznej sumy wydobycia w dniach roboczych przez sumę przepracowanych dni w miesiącu. Ogólnie rzecz biorąc na wysokość wydobycia dobowego wpływ mają następujące grupy czynników, które są przedstawione w tablicy 1 i które w dalszym etapie poddane zostały analizie.

Dla zestawionych i scharakteryzowanych czynników w tablicy (1), wpływających na wielkość wydobycia całkowitego netto, zebrano dane statystyczne za lata 1973, 1974, 1975 i cztery miesiące 1976 roku. Następnie dokonano dwustopniowej weryfikacji czynników decydujących o wielkości wydobycia całkowitego netto.

W etapie pierwszym weryfikacja polega na odrzuceniu czynników, których współczynniki korelacji liniowej są mniejsze od 0,5.

W etapie drugim za kryterium niezależności związków przyczynowych pomiędzy poszczególnymi czynnikami opisującymi wielkość wydobycia całkowitego netto przyjęto, że miernik korelacji liniowej jest mniejszy od 0,8. Oznacza to, że pary czynników, których współczynniki korelacji są mniejsze od 0,8 przechodzą do dalszego rozpatrywania, zaś z par, z których miernik korelacji liniowej jest większy od 0,8, wybieramy jedynie jeden czynnik.

Tablica 1

1. Czynniki nakładów produkcyjnych	2. Czynniki geologiczno-górnicze i organizacyjne	3. Czynniki osiągalnych efektów
1.1. Zużycie majątku trwałego bezpośrednio produkcyjnego.	2.1. Zdolność produkcyjna frontu węglowego na mb.	3.1. Wydobycie całkowite brutto.
1.2. Liczba dni pracy w miesiącu ogółem.	2.2. Zdolność produkcyjna frontu węglowego na m^2.	3.2. Wydajność pracy na węglu.
1.3. Liczba przepracowanych dniówek w miesiącu wraz z nadgodzinami.	2.3. Zdolność produkcyjna transportu pionowego	3.3. Wykonanie norm akordowych na węglu (%).
1.4. Stopień mechanizacji urabiania.	2.4. Zdolność produkcyjna przeróbki mechanicznej.	
1.5. Stopień mechanizacji ładowania.	2.5. Udział w wydobyciu całkowitym wydobycia ze ścian	
1.6. Stopień mechanizacji obudowy.	2.6. Udział w wydobyciu ze ścian zawałowych.	
1.7. Kształtowanie się zatwierdzonych premii regulaminowych.	2.7. Zmianowość produkcyjna ze ścian.	
	2.8. Średni czas pracy w przodku eksploatacyjnym.	

Wyniki obliczeń wykonano na EMC. Na bazie wyliczonych współczynników korelacji przedstawiono dwuetapową weryfikację czynników zestawionych w tablicy 2. Weryfikacja I etapu dotyczy następujących czynników:

$$X_3;\ X_5;\ X_6;\ X_7;\ X_8;\ X_{14};\ X_{15};\ X_{16}.$$

Oceniając pierwszy etap weryfikacji możemy stwierdzić, że choć prawie wszystkie wymienione powyżej czynniki prócz X_8 wykazują dość duży związek przyczynowo-skutkowy z wielkością wydobycia całkowitego netto, to jednak nie spełniają naszych kryteriów.

Wyniki drugiego etapu weryfikacji zostały przedstawione w tablicy 3, gdzie pola zakreskowane oznaczają współczynniki odrzucone. Dotyczy to następujących czynników:

$$X_9;\ X_{11};\ X_{12};\ X_{13}.$$

Po przeprowadzeniu obydwu etapów weryfikacji, czynniki pozostałe po tej weryfikacji uważa się za bardzo silnie skorelowane z wielkością wydobycia

Tablica 2

Zestawienie miesięcznych wielkości wydobycia całkowitego netto za okres od 1.01.1973 r. do 30.04.1976 r.

Lp.	Wydobycie całkowite netto Y_1	Wydobycie całkowite brutto X_1	Amortyzacja + dzierżawa maj. trwał. bezpośr. produkc. X_2	Liczba przepr. dni w m-cu/dn powszed. +święta/ X_3	Liczba przepr. robotdniówek w m-cu /wraz z nadgodz./ X_4	Stopień mechan. urabiania X_5	Stopień mechan. ładowania X_6	Stopień mechan. obudowy X_7	Kształt. się zatwierdz. premii regulam. /za wydob. wydajn. cenę za/ X_8	Zdoln. prod. frontu węglow. X_9	Zdoln. prod. frontu węglow. X_{10}	Zdoln. prod. transp. pionow. X_{11}	Zdol. prod. przerób. mechan. X_{12}	Udział w wydob. całkow. wydob. ze ścian X_{13}	Udział w wydob. ze ścian wydob. ze ścian zawał. X_{14}	Zmian. prod. ścian X_{15}	Średn. czas pracy w p-zod. ekspl. X_{16}	Wydajn. pracy na węglu X_{17}	Wykon. norm akord. na węglu X_{18}
	Mg/m-	Mg/m-c	tys.zł/ m-c	dni/ m-c	rdn/ m-c	%	%	%	%	Mg/c	Mg/m²	Mg/r-c	Mg/m-c	%	%	zm/d	min/zm	Mg/rdn	%
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	197.600	225.247	5.426	26	101.832	56.47	74.39	0.00	46.5	174.3	70.6	249.704	225.247	76.2	41.64	2.96	361	17.976	122.6
2	182.880	208.012	5.416	24	93.766	60.75	72.89	0.00	48.6	157.1	71.4	230.496	208.012	72.3	39.83	2.85	362	18.155	123.0
3	208.430	234.949	4.871	28	105.821	60.63	75.01	7.77	47.2	192.6	76.1	238.912	234.949	68.6	43.25	2.85	364	18.062	121.5
4	179.775	204.567	5.108	23.5	92.972	59.67	76.20	8.30	48.1	179.8	71.1	225.694	204.567	66.9	39.48	2.98	363	18.494	122.9
5	198.140	224.407	5.262	26	98.416	60.62	75.63	5.87	44.7	179.2	68.9	249.704	224.407	69.9	38.55	2.85	368	18.470	123.7
6	184.750	209.470	5.116	25	94.789	53.50	75.97	8.66	43.3	153.0	59.1	240.100	209.470	66.7	41.35	2.89	362	18.580	127.2
7	171.430	196.652	5.723	25	90.771	59.94	77.56	9.84	40.7	137.6	55.7	240.100	196.652	68.8	40.76	2.99	366	17.605	120.0
8	178.100	203.704	5.980	26	92.220	68.49	80.32	14.23	43.0	123.7	51.5	249.704	203.704	69.7	47.87	2.89	361	18.051	114.5
9	185.000	206.654	5.847	25	91.419	71.02	80.20	17.28	42.7	123.1	54.0	240.100	206.654	74.8	50.75	2.71	361	18.558	121.6
10	211.820	238.732	6.254	27	101.303	71.14	81.82	18.77	41.4	134.4	54.6	259.308	238.732	75.6	51.98	2.82	365	20.324	127.2
11	202.020	229.192	6.573	26	99.023	69.31	82.44	20.13	37.4	129.6	54.7	249.704	229.192	75.9	51.73	2.79	362	19.682	119.7
12	177.575	201.792	5.213	23	87.023	74.83	82.25	23.35	44.0	125.0	53.4	220.892	201.792	78.1	48.92	2.91	361	19.882	118.5
13	210.940	238.784	5.902	26.83	100.023	75.74	81.25	25.54	41.3	139.7	60.7	257.674	238.784	76.0	53.92	2.75	367	21.063	120.4
14	201.460	227.355	6.071	24.9	91.290	74.20	81.57	24.02	38.8	144.0	58.3	239.140	227.355	71.8	50.72	2.59	370	21.598	123.5
15	207.740	234.575	6.873	26	101.048	75.88	82.52	22.12	6.8	134.4	55.7	249.704	234.575	74.7	51.23	2.60	372	20.863	121.8
16	209.000	225.059	6.205	25	93.731	71.35	80.18	23.88	6.7	124.7	52.0	240.100	225.059	75.9	53.68	2.55	369	20.394	126.2
17	195.000	223.324	6.597	26	96.705	77.27	83.21	11.29	8.5	131.8	49.7	249.704	223.324	72.4	44.20	2.66	366	20.334	124.7
18	180.000	205.682	6.543	24	88.055	74.49	85.01	16.55	7.8	93.3	37.5	230.496	205.682	69.9	38.85	2.63	358	18.675	118.2
19	150.500	173.339	7.167	25	88.571	80.63	87.46	34.00	10.4	94.7	44.5	240.100	210.000	78.0	55.76	2.47	356	19.416	111.9
20	177.000	201.862	7.794	27	88.184	83.36	88.29	44.32	9.5	108.1	45.6	259.308	226.800	81.2	62.54	2.68	360	22.779	116.6
21	200.000	225.516	7.129	25	88.219	81.23	86.68	44.45	12.3	119.7	47.3	240.100	225.516	79.8	63.43	2.73	358	23.529	123.5
22	216.780	247.803	7.261	27.9	102.757	82.39	87.43	42.48	10.3	150.0	57.5	267.952	247.803	81.5	63.12	2.68	356	21.077	116.5
23	187.000	214.036	7.592	25.97	98.453	81.21	87.09	39.43	11.6	135.0	50.7	249.416	218.148	80.7	62.61	2.87	355	20.562	112.8
24	120.890	146.656	8.597	24.39	87.537	75.20	87.26	38.21	10.3	93.9	48.9	243.242	204.120	67.8	83.03	2.67	342	13.667	114.0
25	184.740	211.548	9.084	26.77	97.084	86.30	93.29	31.81	10.9	124.9	49.7	405.619	224.868	83.4	75.23	2.60	345	21.290	109.4
26	171.940	201.717	8.932	24.92	87.913	91.39	95.20	46.70	10.6	126.7	57.3	377.588	209.328	79.6	83.58	2.83	345	20.841	125.4
27	195.140	224.003	10.063	25.70	92.438	93.50	95.20	61.56	10.9	166.5	66.9	389.407	224.003	89.3	86.35	2.82	338	25.027	131.7
28	209.800	241.921	10.130	26.90	93.698	95.11	96.28	76.01	10.5	181.9	73.9	407.589	241.921	90.1	89.16	2.85	330	30.203	131.5
29	195.200	223.848	10.139	24	86.416	93.25	94.37	78.10	10.6	175.4	69.1	363.648	223.848	86.5	90.30	2.94	331	27.768	131.3
30	207.100	239.070	14.484	25	88.527	93.68	94.95	77.44	11.4	169.9	65.3	378.800	239.070	89.8	89.82	2.81	331	26.741	125.5
31	213.200	248.143	11.495	26	90.040	93.57	95.08	62.26	10.2	144.6	52.6	393.952	248.143	88.1	85.45	2.60	334	24.746	127.7
32	211.200	247.237	12.919	26	92.544	93.38	95.31	71.14	12.6	135.7	59.5	393.952	247.237	90.0	87.26	2.65	329	26.397	119.8
33	214.600	253.077	15.621	26	95.291	94.71	96.36	70.01	11.7	131.0	62.6	393.952	253.077	86.3	85.74	2.54	346	29.634	127.8
34	238.900	278.087	14.323	27.46	103.995	94.39	96.96	64.60	11.1	141.1	65.1	416.074	278.087	86.1	85.57	2.51	343	27.867	126.5
35	208.050	241.513	15.379	24.71	97.037	94.26	97.13	65.36	13.5	131.9	59.1	374.406	241.513	90.9	85.29	2.66	337	27.122	125.0
36	203.960	240.402	12.943	24	92.867	92.52	95.47	66.14	17.9	134.5	49.8	363.648	240.402	85.8	87.87	2.49	332	25.890	126.5
37	232.200	273.417	15.966	26	100.446	94.63	96.43	67.67	14.5	170.7	69.4	413.088	273.417	83.3	86.28	2.43	332	27.006	124.6
38	231.000	270.898	13.375	24.53	92.203	94.48	96.42	74.92	12.9	167.4	66.2	389.773	270.898	84.9	90.36	2.06	322	31.177	126.9
39	248.000	288.772	15.309	27.56	101.882	94.66	96.90	73.99	12.9	195.4	73.2	437.873	288.772	82.2	92.79	2.36	316	31.602	130.5
40	237.300	277.177	14.643	25	91.638	95.16	96.70	76.56	11.0	163.4	59.4	397.200	277.177	86.3	91.89	2.28	314	32.502	127.7

Tablica 3

Macierz współczynników korelacji zmiennej niezależnej i zmiennych zależnych

	y_t	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
y_t	1,00000	0,99249	0,51074	0,44880	0,54116	0,44559	-0,40345	-0,48377	-0,47174	0,58103	0,50317	0,59338	0,88835	0,51429	0,40044	-0,46124	-0,43855	0,74724	0,35965
x_1	—	1,00000	0,65441	0,42242	0,50442	0,51854	0,49223	0,56023	-0,27155	0,57569	0,50493	0,66403	0,92331	0,56341	0,48785	-0,32061	-0,51899	0,79527	0,56843
x_2	—	—	1,00000	0,09142	0,02020	0,86196	0,89340	0,89908	-0,58421	0,22653	0,26344	0,88870	0,70370	0,79366	0,89351	-0,41021	-0,86826	0,85883	0,45476
x_3	—	—	—	1,00000	0,71380	0,41205	0,10217	0,07273	-0,08782	0,25945	0,25009	0,24325	0,48045	0,45108	0,08688	-0,06640	0,00882	0,14145	0,07394
x_4	—	—	—	—	1,00000	-0,16132	-0,13840	-0,16459	0,22057	0,41680	0,42908	0,07760	0,46966	-0,06345	0,14462	-0,05399	0,15760	0,02004	0,10349
x_5	—	—	—	—	—	1,00000	0,98035	0,94534	-0,18434	0,04177	0,06442	0,84574	0,63944	0,89322	0,92550	-0,55800	-0,81427	0,83413	0,40179
x_6	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,94987	-0,16482	0,04185	0,07172	0,88233	0,63676	0,37084	0,94703	-0,55144	-0,80065	0,82198	0,40761
x_7	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	-0,68888	0,20317	0,21433	0,85664	0,68083	0,38383	-0,96346	-0,54256	-0,29175	0,88954	0,42829
x_8	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,23946	0,23810	-0,64410	-0,59756	-0,60044	-0,66640	0,55413	0,51283	-0,52875	-0,32412
x_9	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,92909	0,38914	0,45297	0,15400	0,47988	0,03581	-0,57535	0,41024	0,55774
x_{10}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,41258	0,43044	0,19418	0,23437	0,08430	-0,30620	0,38256	0,42771
x_{11}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,72883	0,82400	0,89008	-0,46653	-0,87197	0,84883	0,63168
x_{12}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,61098	0,64521	-0,68988	-0,64409	0,84663	0,46534
x_{13}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,84379	-0,36074	-0,75274	0,82852	0,45354
x_{14}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	-0,49590	-0,94139	0,80866	0,45007
x_{15}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,54422	-0,57592	-0,18564
x_{16}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	-0,84048	-0,44520
x_{17}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000	0,60106
x_{18}	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,00000

legenda

I etap weryfikacji

II etap weryfikacji

całkowitego i określimy je terminem zmiennych opisujących, mowa tu jest o następujących czynnikach:

$$X_1;\ X_2;\ X_4;\ X_{10};\ X_{17};\ X_{18}.$$

Za funkcję wielkości wydobycia przyjęliśmy funkcję Cobb-Douglasa, której postać analityczna dla sześciu zmiennych opisowych jest następująca:

$$y_{1t} = b\, X_{1+}^{a1}\ X_{2+}^{a2}\ X_{10+}^{a10}\ X_{17+}^{a17}\ X_{18+}^{a18} + e^{\xi} \qquad (3)$$

t - jak już wspomniano oznacza kolejno jednostki czasu, w których zaobserwowano wartość zmiennych y_1; X_1; X_2; X_4; X_{10}; X_{17}; X_{18}.
Dalsze operacje rachunkowe wykonujemy zgodnie z procedurą wcześniej zaprezentowaną. Efektem obliczeń są uzyskane wartości współczynników regresji

$$a_1 = 1{,}0203;\quad a_2 = -0{,}0596;\quad a_4 = 0{,}0502;\quad a_{10} = -0{,}0241$$

$$a_{17} = 0{,}0624;\quad a_{18} = 0{,}0282$$

$$b = 0{,}5178$$

$$y = 0{,}5178\ X_1^{1{,}0203} \cdot X_2^{-0{,}0596} \cdot X_4^{0{,}0502} \cdot X_{10}^{-0{,}0241} \cdot$$
$$\cdot\ X_{17}^{0{,}624} \cdot X_{18}^{0{,}0282} + \xi_t. \qquad (4)$$

Otrzymana postać funkcji wskazuje, że największy wpływ na kształtowanie się wielkości wydobycia całkowitego netto wykazuje X_1 - wydobycie całkowite brutto, natomiast mniejszy wpływ lecz niemniej istotny na kształtowanie się wielkości wydobycia netto wykazują: X_4; X_{17}; X_{28}.

Bardzo ciekawie ukształtowały się parametry strukturalne a_2 i a_{10} wielkości X_2 oraz X_{10}, które przyjęły wartości ujemne co oznacza, że parametry strukturalne, które przyjmują wartości ujemne stają się wartościami odwrotnie proporcjonalnymi w stosunku do prognozowanej wielkości funkcji.

Rozpatrując wielkości $X_2^{-0{,}0596}$ oraz $X_{10}^{-0{,}0241}$ na kształtowanie się wielkości wydobycia całkowitego netto wnioskuje się, że ujemne wartości parametrów strukturalnych przy zmiennych opisowych X_2 i X_{10} mogą się pojawić jedynie wówczas, gdy w procesie wydobywczo-przeróbczym wybranej kopalni, gospodarka środkami trwałymi bezpośrednio produkcyjnymi jak i obłożenie przygotowanego frontu eksploatacyjnego są mało intensywne.

Wspomnieliśmy, że funkcja (4) jest funkcją regresji wyznaczającą średnie wartości wydobycia całkowitego netto, przy konkretnych wielkościach empirycznych X_1; X_2; X_4; X_{10}; X_{17}; X_{18}.

W związku z tym staje się konieczne określenie rozmiaru błędu z jakim należy się liczyć przy wnioskowaniu o rozmiarach zmian w poziomie wielkości wydobycia całkowitego netto, przy założeniu konkretnych zmian wartości zmiennych opisujących.

Miarą dokładności oceny funkcji regresji jest wariancja resztowa

$$\sigma_{\xi} = \sqrt{\frac{1}{n-k}\sum(y_1 - Y_1)^2} \tag{5}$$

oraz współczynnik zgodności

$$\zeta = \frac{\sigma_{\xi}^2}{(\bar{y}_1 - Y_1)}, \tag{6}$$

gdzie:

y_1 - wartość zaobserwowana wielkości wydobycia całkowitego (netto),

Y_1 - wartości teoretycznie obliczone za pomocą funkcji (4) wielkości wydobycia całkowitego netto,

$\bar{y}_1$ - wartość średniej arytmetycznej wielkości wydobycia całkowitego netto y_1,

n - liczba obserwacji,

k liczba szacowanych parametrów w danej funkcji y.

Wariancję resztową dla funkcji regresji (4) obliczamy ze wzoru (5). Oznacza to, że przy wnioskowaniu wielkości wydobycia całkowitego netto dla konkretnie założonych wartości X_1; X_2; X_4; X_{10}; X_{17}; X_{18} należy się liczyć z odchyleniami (in minus in plus).

Regresyjny model prognozowania wielkości wydobycia całkowitego netto przedstawiono w następującej postaci:

$$0{,}5178\,\frac{x_1^{1{,}0203}\cdot x_4^{0{,}0502}\cdot x_{17}^{0{,}0624}\cdot x_{18}^{0{,}0282}}{x_1^{0{,}0596}\cdot x_{10}^{0{,}0241}} - 1600 \leqslant y_1 \leqslant$$

$$0{,}5178\,\frac{x_1^{1{,}0203}\cdot x_4^{0{,}0502}\cdot x_{17}^{0{,}624}\cdot x_{18}^{0{,}0282}}{x_2^{0{,}0596}\cdot x_{10}^{0{,}0241}} + 1600 \tag{7}$$

Powyższą postać (7) w dalszych rozważaniach nazywać będziemy prognostycznym modelem regresyjnym wielkości wydobycia całkowitego netto.

Wzór (5) przedstawia współczynnik zgodności ζ, który określa jaką część całej zmiennej y_1 ma charakter przypadkowy, tj. niezależny od zmiennych objaśniających. Znajomość tego współczynnika ma ważne znaczenie, pozwala bowiem na określenie, czy zmienne objaśniające X_{ij} wyjaśniają w stopniu wystarczającym poziom wielkości wydobycia całkowitego netto. Wyjaśnienie to będzie lepsze im ζ bliższe będzie zera. Duża wartość współczynnika

zgodności może być sygnałem, że w modelu wielkości wydobycia całkowitego netto przyjęto niewłaściwe zmienne opisowe lub opuszczono zmienne o istotnym znaczeniu. W przypadku przedmiotowego modelu współczynnik zgodności ς wynosi:

$$\varsigma = \frac{\xi_t^2}{(\bar{y}_1 - \bar{Y}_1)^2} = 0{,}00336.$$

Bliska zeru wartość współczynnika zgodności potwierdza, że wyjaśniona modelem (7) wielkość wydobycia całkowitego netto jest niemal zupełnie zdeterminowana przyjętymi w nim zmiennymi, tj. wydobycia całkowitego, brutto amortyzacji i dzierżawy majątku trwałego bezpośrednio produkcyjnego, liczby przepracowanych robotnikodniówek, zdolności produkcyjnej frontu węglowego, wydajności węglowej oraz wykonanie norm akordowych na węglu.

WNIOSKI

1. Przedstawione opracowanie wykazało pełną przydatność funkcji produkcji Cobb-Douglasa do modelowania wielkości wydobycia kopalni.
2. Założony w opracowaniu cel dotyczący opracowania modelu matematycznego wydobycia, osiągnięto poprzez określenie funkcji wielkości wydobycia całkowitego netto (7).
3. Formułę modelu sprawdzono poprzez porównania wielkości wyliczonych teoretycznie z rzeczywistymi wynikami osiągniętymi przez kopalnię w miesiącach maj i czerwiec 1976 r. Obliczone wielkości wykazały dużą zgodność z rzeczywistymi wynikami a rozbieżność między nimi jest mniejsza od 1%.
4. W dobie komputeryzacji występują realne szanse wykorzystania powyższej metody, jako operatywnego narzędzia procesu podejmowania decyzji gospodarczych w warunkach kopalni.

ПРОГНОЗ ВЕЛИЧИНЫ ДОБЫЧИЯ УГЛЯ В УГОЛЬНОЙ ШАХТЕ

Р е з ю м е

Задачой представленного доклада является создание математической модели, на основе которой можна определить основные показатели характеризующие величину угольной шахты. В данном докладе обращено особенное внимание на основный показатель: - величину полного добычия.

Структура этой модели учитывает вообще достигнуты в горной промышленности технически-экономические показатели, чтоб каждая актуализация модели не причиняла безполезных трудностей. Нада принять предпосылку, что модели дол-

ны характеризоваться лишь малой расходимостю между вычисленными а действительными величинами.

Быстрее определение этих показатели при помощи электронической вычислительной техники и знакомство факторов определяющих эти показатели дает возможность скорой интервенции в продукционный процесс ряди возможной его оптимализации.

A PREDICTION OF COAL OUTPUT IN POLISH COAL MINES

S u m m a r y

A sibject of presented work was elaborate upon a mathematical modell, on the base of which it can be possible a determination of essential indices of magnitude of coal mine. In this work, a peculiar attention was payd to essential index: - total output value.

A structure of the modell was founded on general accesible technical-economic indices of polish coal industry in order to avoid superfluous difficulties, when everytime actualization will be accomplished.

It was assumed, that index system ought to distinguish itself a little divergence between calculated and real values. Considering a quick determination of these indices (with the help of electronical computing technique) and knowlegment of factors influencing upon the indices, it has been obtained a possibility of quick interference to production process in order to its eventual optimization.