

Jan RYNIK

Marian DOLIPSKI

## WPLYW WZGLĘDNEGO POŁOŻENIA KÓŁ NA NIERÓWNOMIERNOŚĆ RUCHU NAPĘDOWEGO UKŁADU ŁAŃCUCHOWEGO

**Streszczenie.** W pracy określono zależność kąta przestawienia kół względem siebie w napędowym układzie łańcuchowym od odległości między środkami ich obrotu. Analitycznie wyznaczono wielkość wpływu tego przestawienia na prędkość liniową łańcucha i prędkość kątową koła łańcuchowego napędzanego.

### 1. WSTĘP

Napędowe układy łańcuchowe znajdują szerokie zastosowanie w maszynach transportowych, górniczych i roboczych ciężkich. Zadaniem ich jest:

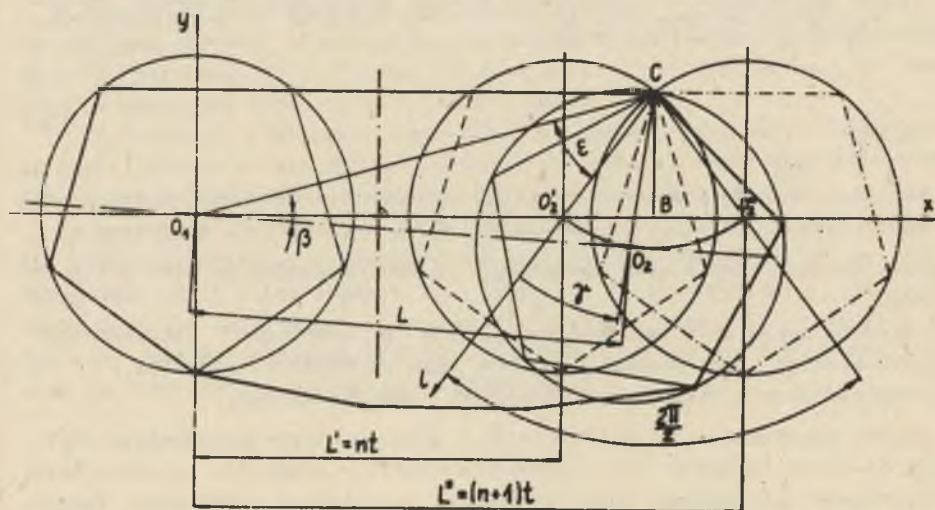
- przekazywanie mocy z wału napędowego na wał napędzany za pośrednictwem łańcucha,
- pośrednie napędzanie łańcucha pociągowego przenośnika: zgrzeblowego, zgarniakowego, kubełkowego, podwieszonoego, taśmowo-łańcuchowego,
- bezpośrednie przemieszczanie materiału transportowanego.

Napędy łańcuchowe charakteryzują się znaczną nierównomiernością prędkości liniowej łańcucha oraz nierównomiernością prędkości kątowej koła łańcuchowego napędzanego, które wynikają z osobliwości zazębienia łańcuchowego. Zmienna prędkość liniowa łańcucha, jak i zmienna prędkość kątowa koła łańcuchowego napędzanego są przyczynami wywołującymi powstawanie napięć dynamicznych w łańcuchu [3], czego następstwem jest obniżenie trwałości napędowego układu łańcuchowego. Nierównomierność prędkości kątowej koła łańcuchowego napędzanego determinuje zmienne w czasie przełożenie układu łańcuchowego, co uniemożliwia zastosowanie ich do napędu niektórych organów roboczych maszyn.

Jednym z czynników wpływających w istotny sposób na nierównomierność prędkości kątowej koła łańcuchowego napędzanego jest przestawne położenie kół względem siebie, współpracujących z łańcuchem w obiegu zamkniętym. Przedmiotem analizy wpływu tego czynnika na zmianę prędkości kątowej koła łańcuchowego napędzanego oraz zmianę prędkości ruchu łańcucha są w tej pracy układy łańcuchowe wyposażone w koła łańcuchowe o jednakowej liczbie zębów ( $z_1 = z_2 = z$ ) i długoogniowy łańcuch powtarzalny [2].

## 2. ODLEGŁOŚĆ MIĘDZY ŚRODKAMI OBROTU KÓŁ ŁAŃCUCHOWYCH

W czasie pracy napędowego układu łańcuchowego koła łańcuchowe mogą zajmować względem siebie położenie zgodne lub przestawne. Jeżeli w połowie odległości między środkami obrotu kół łańcuchowych (rys. 1) umieścimy prostą prostopadłą do osi układu łańcuchowego, będącą zarazem osią symetrii postaci geometrycznych napędowego i napędzanego koła łańcuchowego, to wtedy koła znajdują się względem siebie w położeniu zgodnym. Gdy natomiast prosta ta nie będzie osią symetrii postaci obu kół łańcuchowych, to będą one w położeniu przestawnym. Miarą przestawienia kół, określaną w biegunowym układzie współrzędnych  $LC\gamma$ , jest kąt przestawienia  $\gamma$ , który może przyjmować wartości z przedziału  $(0; \frac{2\pi}{z})$ .



Rys. 1. Względne położenia kół w układzie łańcuchowym

Odległość między środkami obrotu kół łańcuchowych determinuje położenie kół względem siebie. W przypadku, gdy odległość ta jest równa całkowitej wielokrotności podziałki łańcucha powtarzalnego, koła znajdują się w położeniu zgodnym. Przy każdej innej odległości koła przestawione są względem siebie o kąt  $\gamma$ .

Ogólnie

$$nt \leq L \leq (n+1)t, \quad (1)$$

gdzie:

- L - odległość między środkami obrotu kół łańcuchowych,
- t - podziałka łańcucha powtarzalnego,
- n - liczba naturalna.

Z trójkątów  $\Delta O_1CO_2$  i  $\Delta O_1CO_2$  mamy odpowiednio

$$(O_1C)^2 = (nt)^2 - R^2 + 2R(O_1C) \cos \varepsilon \quad (2)$$

$$(O_1C)^2 = L^2 - R^2 + 2R(O_1C) \cos(\varepsilon + \gamma) \quad (3)$$

Z trójkąta zaś  $\Delta O_1BC$  mamy

$$(O_1C) = t \sqrt{(n + 0,5)^2 + \frac{1}{4 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{z}}} \quad (4)$$

Porównując stronami równania (2) i (3), otrzymamy

$$L^2 + 2R(O_1C) \cos(\varepsilon + \gamma) = (nt)^2 + 2R(O_1C) \cos \varepsilon$$

skąd

$$\gamma = \arccos \left[ \frac{(nt)^2 - L^2}{2R(O_1C)} + \cos \varepsilon \right] - \varepsilon \quad (5)$$

Podstawiając (4) do (5)

$$\gamma = \arccos \left[ \cos \varepsilon - \frac{2 \left( \frac{L^2}{t} - n^2 \right) \sin \frac{\pi}{z} \operatorname{tg} \frac{\pi}{z}}{\sqrt{1 + (2n + 1)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{z}}} \right] - \varepsilon \quad (6)$$

Wzór (6) określa wpływ odległości między środkami obrotu kół łańcuchowych na wartość kąta przestawienia, przy czym

$$\varepsilon = \arccos \left[ (2n + 1) \operatorname{tg} \frac{\pi}{z} \right] - \frac{\pi}{z},$$

gdzie:

$z$  - liczba zębów koła łańcuchowego,

$\gamma$  - kąt przestawienia kół łańcuchowych.

Prosta poprowadzona przez środki obrotu kół łańcuchowych jest osią układu łańcuchowego. Tworzy ona z osią odciętych prostokątnego układu współrzędnych  $xO_1y$  kąt  $\beta$  (rys. 1), którego wartość zależy od kąta przestawienia kół  $\gamma$ .

Z twierdzenia cosinusów mamy

$$t^2 \left( \frac{\sin \frac{\gamma}{z}}{\sin \frac{\pi}{z}} \right)^2 = (nt)^2 + L^2 - 2L(nt) \cos \beta$$

skąd

$$\beta = \arccos \left[ \frac{t^2 \left[ n^2 - \left( \frac{\sin \frac{\pi}{z}}{\sin \frac{\pi}{z}} \right)^2 \right] + L^2}{2 L n t} \right]. \quad (7)$$

Kąt  $\beta$  może przyjmować wartości z przedziału

$$0 < \beta < \arccos \left[ \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{z} - \sin \frac{\pi}{z}}{(2n+1) \sin \frac{\pi}{z} \operatorname{tg} \frac{\pi}{z}} \right]$$

### 3. NIERÓWNOMIERNOŚĆ RUCHU UKŁADU ŁAŃCUCHOWEGO

Przy krótkich odległościach międzysiami kół (do 15 m), układ łańcuchowy może być rozpatrywany jako czworobok przegubowy [1], w którym koło łańcuchowe napędowe jest korbą  $R_1$ , koło łańcuchowe napędzane - korbą  $R_2$ , gałąź czynna łańcucha - łącznikiem  $l$ , natomiast odległość między środkami obrotu kół łańcuchowych - ostoją  $L$  (rys. 2).

W przypadku układu z kołami o tej samej liczbie zębów długości korb są sobie równe i wynoszą

$$R_1 = R_2 = R = \frac{t}{2 \sin \frac{\pi}{z}}, \quad (8)$$

gdzie:

$R$  - promień okręgu podziałowego koła łańcuchowego.

Przy zgodnym położeniu kół łańcuchowych długość łącznika jest stała w czasie pracy napędowego układu łańcuchowego i wynosi

$$l = nt$$

gdzie:

$n$  - liczba naturalna,

$t$  - podziałka łańcucha powtarzalnego,

$l$  - długość łącznika.

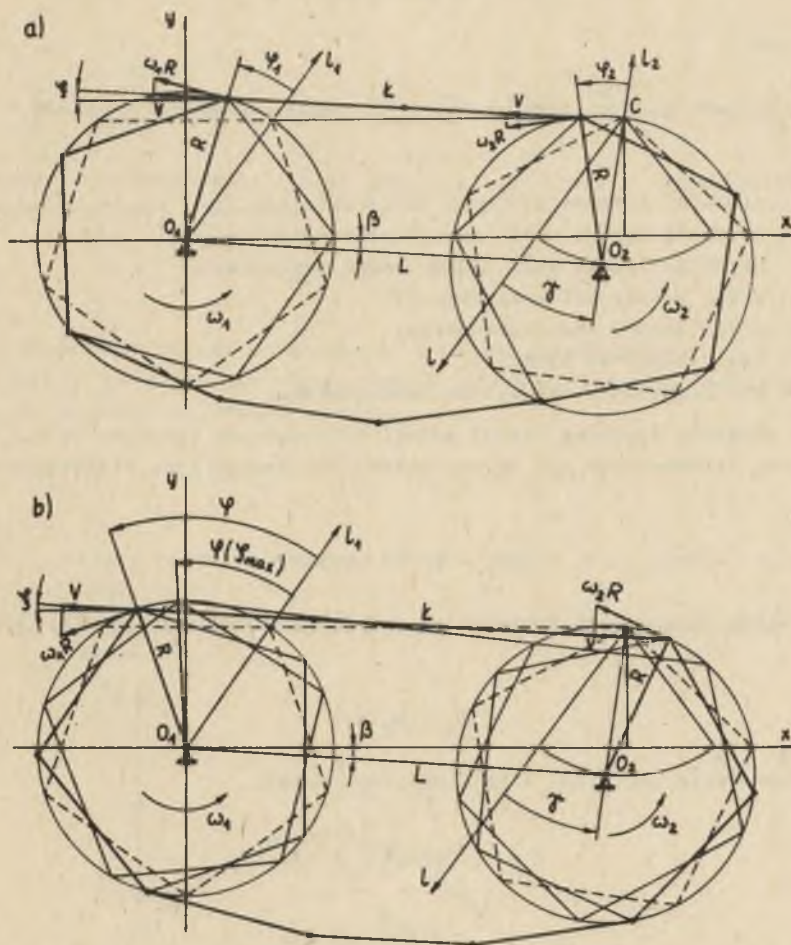
Przestawienie kół łańcuchowych względem siebie powoduje zmianę długości łącznika (rys. 2), w czasie obrotu kół o kąt  $\frac{2\pi}{z}$ . W przedziale kątowym  $[0, \varphi(\xi_{\max})]$  długość łącznika równa jest  $l = nt$ , natomiast w przedziale dopełniającym kąt  $\frac{2\pi}{z}$ ,  $l = (n+1)t$ . Wymaga to rozpatrzenia przebiegu zmian prędkości liniowej łańcucha i prędkości kątowej napędzanego koła łańcuchowego w dwóch przedziałach kątowych:

a) 
$$0 \leq \varphi \leq \varphi(\xi_{\max}),$$

b) 
$$\varphi(\xi_{\max}) \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{z},$$

gdzie:

$\varphi(\xi_{\max})$  - kąt obrotu koła łańcuchowego, dla którego kąt pochylenia łącznika osiąga wartość maksymalną.



Rys. 2. Chwilowe położenia kół dla danej odległości między środkami ich obrotu w przypadku gdy

a) droga kątowa koła zawarta jest w przedziale  $0 \leq \varphi \leq \varphi(\xi_{\max})$ , b) droga kątowa koła zawarta jest w przedziale  $\varphi(\xi_{\max}) \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{z}$

W przedziale (a) prędkość ruchu łańcucha (rys. 2a) jest równa

$$v = \omega_1 R \cos\left(\frac{\pi}{z} - \varphi_1 - \xi\right) \quad (9)$$

zaś prędkość kątowna koła łańcuchowego napędzanego wynosi

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \varphi_1 - \xi)}{\cos(\frac{\pi}{2} - \gamma - \varphi_2 - \xi)} \quad (10)$$

przy czym

$$\xi = \arcsin \left[ \frac{R}{nt} \cos(\varphi_1 - \frac{\pi}{2}) - \frac{R}{nt} \cos(\frac{\pi}{2} - \gamma - \varphi_2) + \frac{L}{nt} \sin \beta \right] \quad (11)$$

gdzie:

- $V$  - prędkość linicwa łańcucha powtarzalnego,
- $\omega_2$  - prędkość kątowna koła łańcuchowego napędzanego,
- $\omega_1$  - prędkość kątowna koła łańcuchowego napędowego,
- $\varphi_2$  - droga kątowna koła napędzanego,
- $\varphi_1$  - droga kątowna koła napędowego,
- $\xi$  - kąt pochylenia łącznika,
- $\beta$  - kąt pochylenia osi układu łańcuchowego.

Dla długości łącznika równej podwójnej podziałce łańcucha ( $l = 2t$ ) różnica dróg kątowych obu kół łańcuchowych (dla danego kąta przestawienia) wynosi

$$|\varphi_1 - \varphi_2| = 0,02 \text{ rd}$$

Ze wzrostem długości łącznika różnica dróg kątowych obu kół dąży do zera. Stąd

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$$

Zatem wyrażenia (9), (10) i (11) przyjmą postać

$$V = \omega_1 R \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi - \xi) \quad (12)$$

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos(\frac{\pi}{2} - \varphi - \xi)}{\cos(\frac{\pi}{2} - \varphi - \gamma - \xi)} \quad (13)$$

$$\xi = \arcsin \left[ \frac{1}{nt} \left[ R \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi) - R \cos(\frac{\pi}{2} - \varphi - \gamma) + L \sin \beta \right] \right] \quad (14)$$

W przedziale b) prędkość ruchu łańcucha (rys. 2b) jest równa

$$V = \omega_1 R \cos(\varphi + \xi - \frac{\pi}{2}), \quad (15)$$

prędkość kątowa koła napędzanego

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos(\varphi + \xi - \frac{\pi}{z})}{\cos(\frac{3\pi}{z} - \gamma - \varphi - \xi)} \quad (16)$$

gdzie:

$$\xi = \arcsin \left[ \frac{1}{(n+1)t} \left[ R \cos(\varphi - \frac{\pi}{z}) - R \cos(\frac{3\pi}{z} - \varphi - \gamma) + L \sin \beta \right] \right] \quad (17)$$

Miarą nierównomierności ruchu łańcucha jest różnica maksymalnej i minimalnej prędkości liniowej

$$\Delta v = v_{\max} - v_{\min} \quad (18)$$

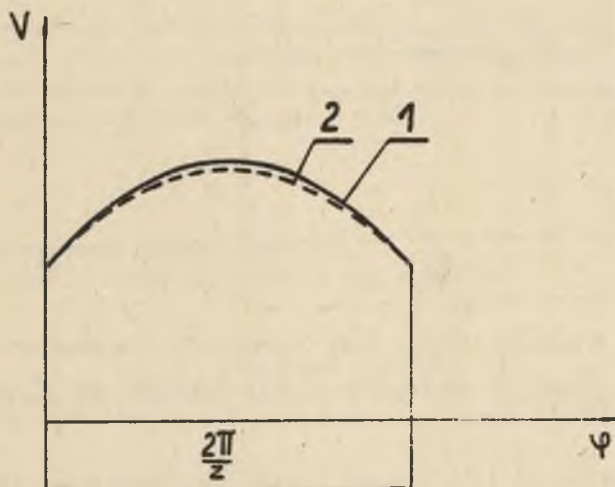
Praca napędowego układu łańcuchowego z kołami przestawionymi względem siebie o kąt  $\gamma$  powoduje nieznaczna zmianę nierównomierności ruchu łańcucha (rys. 3). Wartość tej zmiany wynosi

$$(\Delta v)_z - (\Delta v)_p = \omega_1 R (1 - \cos \xi) \quad (19)$$

gdzie:

$(\Delta v)_z$  - miara nierównomierności ruchu łańcucha przy zgodnym położeniu kół,

$(\Delta v)_p$  - miara nierównomierności ruchu łańcucha przy przestawnym położeniu kół.



Rys. 3. Zmiana prędkości liniowej łańcucha w funkcji kąta obrotu koła  
1 - przy zgodnym położeniu kół, 2 - przy przestawnym położeniu kół

Przykładowo dla układu wyposażonego w koła łańcuchowe o liczbie zębów  $z = 6$  oraz łańcuch powtarzalny o podziałce  $t = 0,08$  m, przy odległości między środkami obrotu kół  $L = 2,04$  m, wyrażenie (19) osiąga wartość równą  $0,02 (\Delta V)_z$ . Ze wzrostem odległości  $L$  wartość wyrażenia (19) maleje, zanikając już przy odległości między środkami obrotu kół wynoszącej 5 m.

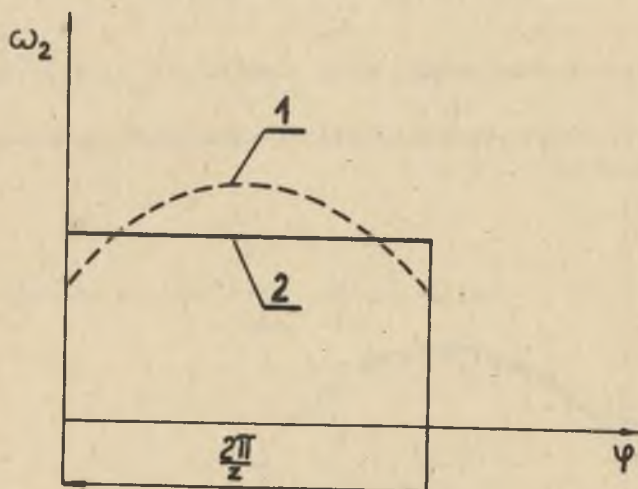
Przestawienie kół względem siebie o kąt  $\gamma$  w istotny sposób wpływa na zmianę prędkości kątowej koła łańcuchowego napędzanego (rys. 4). Stopień nierównomierności ruchu koła napędzanego określa się z zależności

$$\delta = 2 \frac{\omega_2 \max - \omega_2 \min}{\omega_2 \max + \omega_2 \min}, \quad (20)$$

gdzie:

$\delta$  - stopień nierównomierności ruchu koła łańcuchowego napędzanego,  
 $\omega_2 \max, \omega_2 \min$  - maksymalna i minimalna prędkość kątowa koła łańcuchowego napędzanego.

Dla tego samego przykładowego układu łańcuchowego ( $z = 6, t = 0,08$  m,  $L = 2,04$  m) stopień nierównomierności ruchu napędzanego koła łańcuchowego wynosi  $\delta = 0,31$ .



Rys. 4. Zmiana prędkości kątowej koła łańcuchowego napędzanego w funkcji kąta obrotu koła

1 - przy zgodnym położeniu kół, 2 - przy przestawnym położeniu kół



## 4. WNIOSKI

1. Przystawne położenie kół w napędowym układzie łańcuchowym determinuje zmienną prędkość kątową koła łańcuchowego napędzanego.
2. Zaleca się pracę napędowego układu łańcuchowego przy zgodnym położeniu kół łańcuchowych względem siebie, co uzyskuje się przez zachowanie odległości między środkami obrotu kół równej całkowitej wielokrotności podziałki łańcucha.
3. Przystawienie kół łańcuchowych względem siebie wpływa w sposób mało istotny na prędkość liniową łańcucha.

## LITERATURA

- [1] Gotowcjew A.A., Stożbin G.B., Kotienok J.P.: Projektowanie ciepnych pieriedacz. Maszinstrojeniye, Moskwa, 1973.
- [2] Rynik J., Dolipski M.: Wpływ względnego położenia kół w układach łańcuchowych na powstawanie napięć konturowych w łańcuchu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej - Górnictwo, nr 78/1977.
- [3] Worobjew N.W.: Ciepnyye pieriedaczi. Maszgiz, Moskwa, 1962.

ВЛИЯНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ КОЛЕС НА НЕРАВНОМЕРНОСТЬ  
ВЕДУЩЕГО ДВИЖЕНИЯ ЦЕПНОЙ СИСТЕМЫ

## R e z y m e

В докладе определено зависимость угла относительной перестановки колёс ведущей цепной системы от расстояния между центрами их оброта.

Определено тоже величину влияния этой перестановки на линейную скорость цепи и угловую скорость ведомого колеса.

AN INFLUENCE OF RELATIVE WHEELS' POSITION  
ON THE IRREGULARITY OF DRIVE MOVEMENT OF CHAIN SYSTEM

## S u m m a r y

In the paper it has been determined a dependence of angle of mutual displaced wheels in drive chain system upon the distance between their rotation centres.

It was determined a magnitude of influence of this mutual displacement upon the linear velocity of chain and rotational velocity of driven chain wheel.