

Rozdział 9

Porównanie wybranych modeli sieci stwierdzeń

Tomasz ROGALA

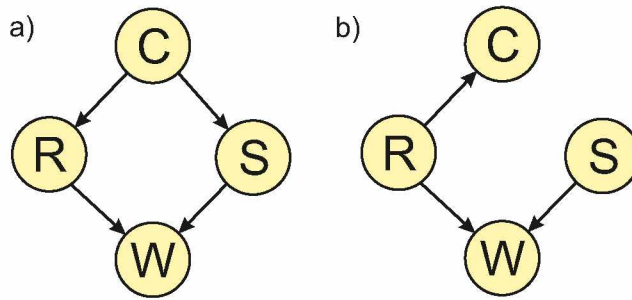
Reprezentacją tej samej rozpatrywanej dziedziny wiedzy mogą być różne rodzaje modeli graficznych. Postać grafu modeli, sposób ich rozwiązywania oraz sposób ich konstruowania różnią się i wymagają osobnego opisu. Na przykład dla grafów nieskierowanych warunkową niezależność pomiędzy poszczególnymi stwierdzeniami można odczytać bezpośrednio ze struktury grafu i wynika ona bezpośrednio ze ścieżki pomiędzy stwierdzeniami w grafie. W przypadku sieci kierunkowych np. sieci przekonań, określenie warunkowej niezależności pomiędzy rozpatrywanymi stwierdzeniami wymaga przeprowadzenia wnikliwej analizy [9.2], [9.5], [9.3], a w przypadku rozległych sieci zastosowania odpowiednich algorytmów. Przykład ten pokazuje, jak bardzo różne może być znaczenie m.in. struktury grafu w zależności od rodzaju modelu graficznego.

9.1. Struktury grafów i warunkowa niezależność pomiędzy zmiennymi

Modele graficzne oferowane w ramach biblioteki MMNET: sieci przekonań i ogólne sieci stwierdzeń [9.1] wymagają odrębnych sposobów konstruowania modeli, specyficznych dla każdego rodzaju modelu. Na rysunku 9.1a) pokazano powszechnie znany przykład sieci będącej modelem zraszacza (ang. sprinkler) [9.4], która jest przykładem sieci opisującej prawdopodobieństwo wystąpienia mokrej trawy w zależności od warunków pogodowych oraz działania zraszacza. Poszczególne zmienne występujące na rysunku 9.1 reprezentują stwierdzenia o następującej treści:

- C** Niebo jest zachmurzone,
- R** Pada deszcz,
- S** Działa zraszacz,
- W** Trawa jest mokra.

Poszczególne węzły reprezentują stwierdzenia proste o stanach *tak*, *nie*. Na rysunku 9.1b) pokazano strukturę ogólnej sieci stwierdzeń opisującej ten sam obiekt. Struktura grafu wynika m.in. z tego, że stwierdzenie *R-pada deszcz* jest warunkiem wystarczającym dla stwierdzenia *C-niebo jest zachmurzone* i niekoniecznie odwrotnie. Podobnie można stwierdzić, że stwierdzenie *R-pada deszcz* jest warunkiem wystarczającym dla stwierdzenia *W-trawa jest mokra* ale nie odwrotnie ponieważ takie wnioskowanie może być zawodne tzn. stwierdzenie *W-trawa jest*



Rys. 9.1: Sieć dotycząca przykładu pt. Zraszacz. a) Struktura grafu dla sieci przekonań, b) Struktura grafu dla ogólnej sieci stwierdzeń.

mokra może być wynikiem, że *S-dziąta spryskiwacz*. W przypadku ogólnej sieci stwierdzeń nie zdefiniowano asocjacji pomiędzy stwierdzeniem *S-dziąta spryskiwacz* i *C-niebo jest zachmurzone* ponieważ trudno w takim przypadku zdefiniować warunek wystarczający pomiędzy nimi. W przypadku sieci stwierdzeń możliwe jest zdefiniowanie związku pomiędzy stwierdzeniami *C-niebo jest zachmurzone* i *S-dziąta zraszacz* ponieważ stopień przekonania o tym, że *S-dziąta zraszacz* pod warunkiem że *C-niebo jest zachmurzone* może być mniejsze od przypadku gdy *S-dziąta zraszacz* pod warunkiem, że nieprawda że, *C-niebo jest zachmurzone*.

Analizując warunkową niezależność pomiędzy rozpatrywanymi węzłami obu grafów, w sposób łatwy można ją odczytać w przypadku sieci stwierdzeń, ale już niekoniecznie w przypadku sieci przekonań zwłaszcza, gdy te ostatnie są bardzo rozległymi sieciami. Biorąc pod uwagę warunkową niezależność pomiędzy stwierdzeniami *W* i *C* w analizowanych grafach można wykazać, że w przypadku sieci przekonań:

$$P(W \perp C | R, S), \quad (9.1)$$

a w przypadku sieci stwierdzeń

$$P(W \perp C | R). \quad (9.2)$$

Pokazany przykład wyraźnie wskazuje na różnice w interpretacji struktur grafów dla ogólnej sieci stwierdzeń oraz sieci przekonań.

9.2. Porównanie wyników dla różnych stanów sieci

Na rysunku 9.2 pokazano prosty, ale nieco bardziej rozbudowany przykład sieci pt. Zmieć. W rozpatrywanym przykładzie celowo przyjęto, że rozpatrywana struktura sieci przekonań jest identyczna ze strukturą ogólnej sieci stwierdzeń. Jest to możliwe ze względu na to, że w przypadku sieci przekonań, prawdopodobieństwo łączne może być wyrażone jako [9.3], [9.5]:

$$P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A), \quad (9.3)$$

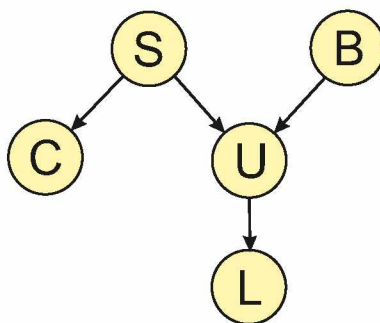
co oznacza, że łączny rozkład prawdopodobieństwa może być wyrażony za pomocą grafów o różnej strukturze.

W rozpatrywanej sieci, węzły reprezentują stwierdzenia proste o stanach *tak, nie*. Poszczególne zmienne występujące na rysunku 9.2 oznaczają:

C Niebo jest zachmurzone,

S Pada śnieg,

U Ulica jest pokryta śniegiem,



Rys. 9.2: Sieć dotycząca przykładu pt. Zamięć

B Jest zamięć, tumany śniegu są unoszone przez podmuch silnego wiatru,

L Na ulicy jest ślisko.

W tabeli 9.1 pokazano domyślny stan węzłów sieci. Jest to stan, w którym wszystkie wartości stwierdzeń są przyjęte jako niewiadome. W przypadku sieci przekonań wyznaczany jest stan równowagi, a wartości stwierdzeń przyjmują wartości wynikające z przyjętych parametrów w tablicach prawdopodobieństw warunkowych. Dla sieci stwierdzeń stan ten odpowiada przyjęciu wartości początkowych jako przedział $[0, 1]$.

Tab. 9.1: Wyniki dla domyślnych wartości stwierdzeń. Dla sieci przekonań podano wartości odpowiadające wystąpieniu stanu *tak*, w przypadku sieci stwierdzeń podano przedział wartości

Stwierdzenie	S	C	B	U	L
Sieć przekonań <i>tak</i>	0.2	0.36	0.1	0.25	0.32
Sieć stwierdzeń	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$

W tabeli 9.2 pokazano wartości dla zadanego stanu sieci w którym stwierdzenie *C- niebo jest zachmurzone tak=1*, oraz *B- jest zamięć... tak=1* są wartościami znanymi. Zaznaczono je wytłuszczoną czcionką. W wyniku poszukiwania równowagi sieci pozostałe stwierdzenia przyjmują wartości pokazane w tabeli 9.2. Należy zwrócić uwagę, że stwierdzeniu *S-pada śnieg*, które dla sieci stwierdzeń przyjmuje wartość 0.56 , odpowiada wartość z przedziału $[0,1]$. W pozostałych przypadkach wartości przedziałów dla stwierdzeń w ogólnej sieci stwierdzeń obejmują wartość wyznaczoną za pomocą sieci stwierdzeń i nie są szerokie. Na przykład dla stwierdzenia *U-ulica jest pokryta śniegiem* wartość stwierdzenia dla sieci przekonań jest równa $tak=0.86$, a dla sieci stwierdzeń jest równa $[0.7-1]$.

Tab. 9.2: Wyniki dla sieci z zadanymi wybranymi wartościami stwierdzeń. Dla sieci przekonań podano wartości odpowiadające wystąpieniu stanu *tak*, w przypadku sieci stwierdzeń podano przedział wartości. Wytłuszczone wartości odpowiadają wartościom zadanym.

Stwierdzenie	S	C	B	U	L
Sieć przekonań <i>tak</i>	0.56	1	1	0.86	0.86
Sieć stwierdzeń	$[0,1]$	$[0.9,1]$	$[0.7,0.9]$	$[0.7,1]$	$[0.7,1]$

Kolejnym zadanym stanem sieci jest stan, który w przypadku sieci stwierdzeń prowadzi do sprzeczności i wymusza uruchomienie zadania programowania liniowego dla potrzeb poszukiwania rozwiązania przybliżonego. W tabeli 9.3 pokazano wartości dla zadanego stanu sieci, w którym stwierdzenie *C- niebo jest zachmurzone tak=1*, oraz *B- jest zamięć... tak=1* oraz *L-*

na ulicy jest ślisko... $tak=0$ są wartościami znanymi. Zaznaczono je wytłuszczoną czcionką. Wartości zadane dla sieci przekonań wyrażono w postaci przedziałów, które w mniejszym lub większym stopniu są zgodne z wartościami punktowymi zadanymi w sieci przekonań.

Tab. 9.3: Wyniki dla sieci z zadanymi wybranymi wartościami wymuszającymi sprzeczność. Dla sieci przekonań podano wartości odpowiadające stanu tak , w przypadku sieci stwierdzeń podano przedział wartości. Wytłuszczone wartości odpowiadają wartościom zadanym.

Stwierdzenie	S	C	B	U	L
Sieć przekonań tak	0.11	1	1	0.12	0
Sieć stwierdzeń	[0,1]	[0.9,1]	[0.7,0.9]	[0.2,0.4]	[0.2,0.4]

Uzyskane wyniki pokazują dużą zgodność w przypadku stwierdzenia wtórnego U - *ulica jest pokryta śniegiem...* Wartość wyznaczona przez sieć przekonań jest równa $tak=0.12$, natomiast w przypadku sieci stwierdzeń znajduje się w przedziale $[0.2,0.4]$. W przypadku stwierdzenia wtórnego S - *pada śnieg...* przedział wartości nie został zawężony. Na przedstawione wyniki można również wpłynąć poprzez odpowiednie różnicowanie ważności poszczególnych asocjacji pomiędzy stwierdzeniami, poprzez nadawanie odpowiednich wag poszczególnym krawędziom grafu sieci stwierdzeń.

9.3. Podsumowanie

W niniejszym rozdziale pokazano przykłady sieci przekonań oraz sieci stwierdzeń przeznaczonych do opisu takiego samego zadania. W wyniku przeprowadzonego porównania pokazano, że struktury grafów dla obu rodzajów sieci posiadają różne znaczenie, a ze względu na własności opisu prawdopodobieństwa łącznego w sieciach przekonań, możliwe jest w przypadku sieci przekonań budowanie różnych postaci grafów reprezentujących tę samą dziedzinę wiedzy¹ czego nie da się stwierdzić w przypadku ogólnych sieci stwierdzeń. W przypadku tych ostatnich w łatwy sposób na podstawie ścieżek pomiędzy rozpatrywanymi stwierdzeniami można określić ich warunkową niezależność.

Z analizy uzyskanych wyników wnioskowania na rozpatrywanych przykładach wynika, że sieci stwierdzeń dają podobne wyniki do wyników uzyskanych za pomocą sieci przekonań. Chociaż w pierwszym przypadku są wyrażone za pomocą przedziałów wartości, to najczęściej wyniki punktowe dla sieci stwierdzeń znajdują się wewnątrz tych przedziałów. Przypadki takie mają miejsce dla dokładnego rozwiązania sieci stwierdzeń oraz rzadziej dla przybliżonego rozwiązania sieci stwierdzeń, w których występuje warunkowa sprzeczność. Należy podkreślić, że w przypadku sieci stwierdzeń nie wymagają one konieczności definiowania wielu parametrów tak jak ma to miejsce podczas definiowania tablic prawdopodobieństw warunkowych, gdzie wartości te są najczęściej trudne do pozyskania.

Bibliografia

- [9.1] Cholewa W. Ogólny model sieci stwierdzeń. Raport wewnętrzny MMN-03-031, Politechnika Śląska, Katedra Podstaw Konstrukcji Maszyn, Gliwice, 2010.
- [9.2] Jensen F., Nielsen T. *Bayesian Networks and Decision Graphs*. Springer, New York, USA, 2001.

¹ Należy zauważyć, że nadrzędnym celem konstruowania sieci stwierdzeń jest uzyskiwanie możliwie najprostszego opisu rozpatrywanej dziedziny, co w omawianym zagadnieniu powinno ograniczyć liczbę możliwych do rozparzenia struktur grafów sieci przekonań.

-
- [9.3] Korb K., Nicholson A. *Bayesian artificial intelligence*. Chapman & Hall, Boca Raton, USA, 2004.
- [9.4] Murphy K. A brief introduction to graphical models and bayesian networks. Internet: <http://www.arne-henningsen.nam>, 12.2010.
- [9.5] Pearl J. *Causality: Models, Reasoning and Inference*. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2000.