

Władysław Paszek

Zakład Maszyn Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

Franciszek Szczucki

Zakłady Konstrukcyjno-Mechanizacyjne
Przemysłu Węglowego

PRZEBIEGI ELEKTROMAGNETYCZNE
W SZEREGOWYM SILNIKU PRĄDU STAŁEGO ZASILANYM PULSOWO
ZE ŹRÓDŁA NAPIĘCIA PRZEMIENNEGO

Streszczenie. Podano związki analityczne opisujące przebiegi elektromagnetyczne w szeregowym silniku prądu stałego zasilanym pulsowo poprzez półsterowny prostownik oraz oscylogramy przebiegów prądu i napięcia przy pracy silnikowej i hamowaniu dynamicznym silnika.

Wstęp

Jednym z najbardziej rozpowszechnionych zastosowań szeregowych silników prądu stałego są napędy pojazdów trakcyjnych w tym również napędy lokomotyw dołowych.

W dotychczasowych rozwiązaniach zmianę prędkości obrotowej szeregowego silnika prądu stałego dokonuje się przez włączenie w obwód główny silnika dodatkowej rezystancji. Ten rodzaj zmiany prędkości obrotowej silnika posiada szereg wad, do których przede wszystkim należą:

- występowanie strat rozruchowych i regulacyjnych,
- potrzeba stosowania dodatkowych rezystorów i aparatury łączeniowej obciążonej efektami wyładowań łukowych,
- trudność realizacji układów hamowania silnika,
- brak możliwości bezstopniowej regulacji prędkości obrotowej silnika.

Rozwój tyristorów umożliwia wykonanie wysokosprawnych układów regulacji prędkości obrotowej silnika szeregowego i to zarówno przy zasilaniu ze źródła napięcia stałego jak i przy zasilaniu ze źródła napięcia przemiennego.

Przedstawiono analizę matematyczną przebiegów elektromagnetycznych w szeregowym silniku prądu stałego zasilanym pulsowo ze źródła napięcia przemiennego, która jest przydatna przy doborze i projektowaniu napędów elektrycznych i prostowników półsterownych dla przewodowych lokomotyw zasilanych z sieci prądu przemiennego oraz układów automatycznej regulacji. Ogólna analiza przebiegów prądu, prędkości obrotowej i momentu silnika zasil-

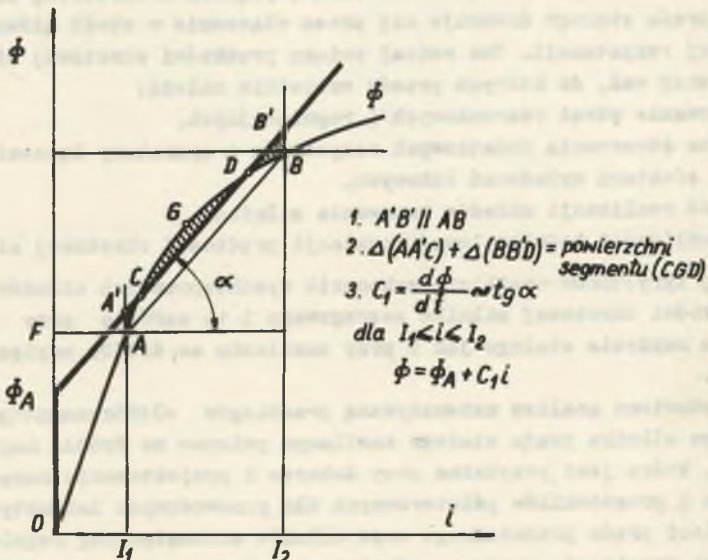
lanego pulsowo jest utrudniona z uwagi na nieliniowość charakterystyki magnesowania i zmienną prędkość obrotową silnika w okresie pulsacji.

Dlatego też dla uzyskania związków analitycznych przydatnych dla celów praktycznych poczyniono następujące założenia upraszczające:

- zastępcza elektromagnetyczna stała czasowa T_e charakteryzująca inercję elektromagnetyczną obwodu silnika dla stanu zasilania i stanu rozładowania energii elektromagnetycznej przez diody jest jednakowa i znacznie większa od okresu pulsacji ($T_e \gg T$),
- różnica pomiędzy skrajnymi wartościami prądu silnika $\Delta i = i(1)_{\max} - i(2)_{\min}$ nie przekracza 20% średniej wartości prądu,
- rezystancja tyrystorów i diod rozładowawczych dla stanu zaporowego jest nieskończenie duża,
- czas przełączania tyrystorów ze stanu blokowania do stanu przewodzenia jest pomijalny,
- prędkość obrotowa silnika w okresie pulsacji nie ulega zmianie,
- przyjęto linearyzację dwuodcinkową ($\phi = \phi_A + C_1 i$) charakterystyki magnesowania silnika (rys. 1),
- pominięto wpływ oddziaływania twornika na strumień wzbudzenia silnika (relacja taka jest ścisła dla maszyn wyposażonych w uzwojenie kompensacyjne).

Uwzględniając wyżej wymienione założenia upraszczające przeprowadzono analizę matematyczną dla dwóch stanów pracy silnika:

- praca silnikowa,
- hamowanie dynamiczne silnika z regulowanym przeciwnapięciem.



Rys.1. Charakterystyka magnesowania silnika aproksymowana do dwu odcinków

1. Praca silnikowa

Prąd ustalony w obwodzie silnika zasilanego napięciem wyjściowym z prostownika półsterowanego jest wyrażony przez ciąg następujących po sobie pulsów prądowych. Dla przeprowadzenia analizy okres pulsacji podzielono na dwa przedziały, obliczając w tych przedziałach chwilowe prądy w obwodzie silnika. Wyidealizowane przebiegi napięcia zasilania i prądu silnika przedstawia rys. 2.

W przedziale (1) silnik jest zasilany napięciem

$$U_{(1)} = U_m \sin(\omega t + \alpha) \quad \text{dla} \quad 0 < \omega t < \pi - \alpha \quad (1)$$

W przedziale (2) następuje rozładowanie energii elektromagnetycznej silnika przez diody D_1, D_2 .

$$U_{(2)} = 0 \quad \text{dla} \quad \pi - \alpha < \omega t < \pi \quad (2)$$

gdzie:

U_m - amplituda napięcia przemiennego,

ω - pulsacja,

α - kąt opóźnienia wysterowania tyrystorów.

Dla stanu przewodzenia tyrystorów w przedziale (1) $0 < \omega t < \pi - \alpha$

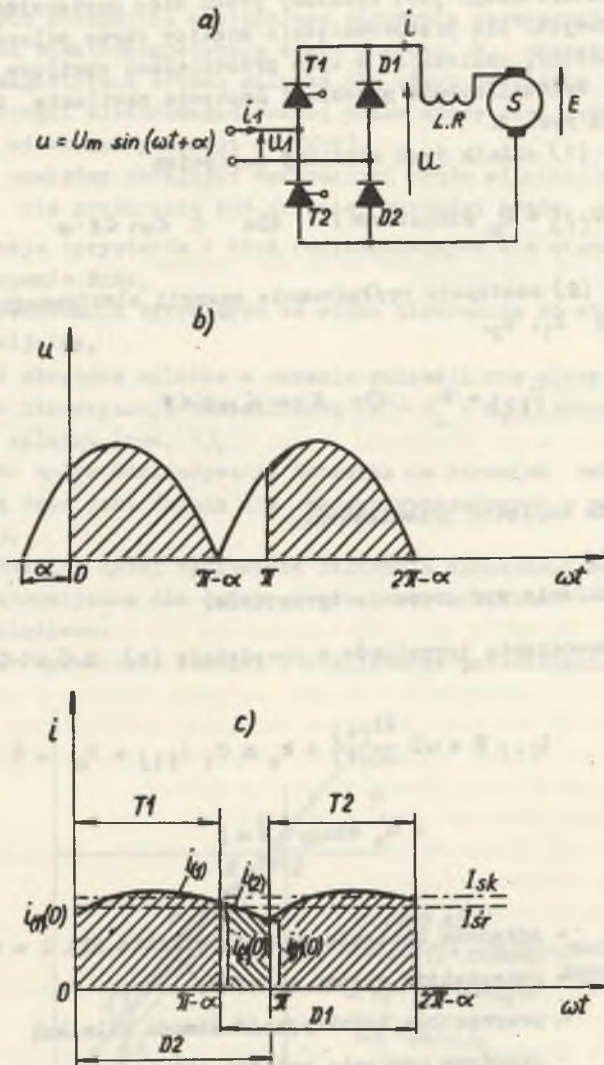
$$\begin{aligned} i_{(1)} R + \omega L \frac{di_{(1)}}{d(\omega t)} + k_e n C_1 i_{(1)} + E_0 &= \\ &= U_m \sin(\omega t + \alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

$E_0 - k_e n \beta_A$ - składowa napięcia rotacji silnika dla $i = 0$,

R - rezystancja obwodu silnika,

L - przyrostowa indukcyjność obwodu silnika,

$k_e n C_1 i_{(1)}$ - składowa napięcia rotacji silnika od prądu $i_{(1)}$.



Rys. 2. Pulsowe zasilanie silnika

a) Uproszczony schemat zasilania dla pracy silnikowej T1, T2 - tyrystory, D1, D2 - diody, S - silnik, L, R - przyrostowa indukcyjność i rezystancja obwodu silnika; b) przebieg napięcia zasilania silnika; c) przebieg prądu silnika, I_{sk} - skuteczny prąd silnika, I_{sr} - średni prąd silnika, przez T1, D1, T2, D2 oznaczono czas, w którym przewodzą odpowiednio tyrystory T1 i T2 oraz diody D1-D2

Dla stanu jednoczesnego przewodzenia diod D_1 i D_2 (przy rozkładowywaniu energii elektromagnetycznej silnika przez diody D_1 i D_2) w przedziale (2) $\pi - \alpha < \omega t < \pi$

$$i_{(2)} R + \omega L \frac{di_{(2)}}{d(\omega t)} + k_e n C_1 i_{(2)} + E_0 = 0 \quad (4)$$

Rozwiązania równań (3) i (4) przy zachowaniu ciągłości prądu przy przechodzeniu z przedziału (1) do (2) i przy założeniu $I_1 < i < I_2$ (rys.1)

$$\begin{aligned} i_{(1)}(\omega t) = & \frac{U_m}{R + k_e n C_1} \cos \psi \sin(\omega t + \alpha - \psi) - \\ & - \frac{U_m}{R + k_e n C_1} \cos \psi \sin(\alpha - \psi) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \psi} - \\ & - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} (1 - e^{-\omega t \operatorname{ctg} \psi}) + i_{(1)}(0) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \psi} \end{aligned} \quad (5)$$

$$i_{(2)}(\omega t) = i_{(2)}(0) e^{-(\omega t - \pi + \alpha) \operatorname{ctg} \psi} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} (1 - e^{-(\omega t - \pi + \alpha) \operatorname{ctg} \psi}) \quad (6)$$

gdzie: $\psi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\omega L}{R + k_e n C_1}$

Uwzględniając, że $i_{(1)}(0) = i_{(2)}(\pi)$ i $i_{(2)}(0) = i_{(1)}(\pi - \alpha)$ z równań (5) i (6) wyznaczono wartości początkowe

$$\begin{aligned} i_{(1)}(0) = & \left[\frac{U_m}{R + k_e n C_1} \cos \psi \sin \psi - \right. \\ & - \left. \frac{U_m}{R + k_e n C_1} \cos \psi \sin(\alpha - \psi) e^{-(\pi - \alpha) \operatorname{ctg} \psi} \right] \cdot \\ & \cdot \frac{e^{-\alpha \operatorname{ctg} \psi}}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \end{aligned} \quad (7)$$

$$i_{(2)}(0) = \left[\frac{U_m}{R + k_e n C_1} \cos \psi \sin \psi - \frac{U_m}{R + k_e n C_1} \cos \psi \sin(\alpha - \psi) e^{-(\lambda - \alpha) \text{ctg} \psi} \right] \cdot \frac{1}{1 - e^{-\lambda \text{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \quad (8)$$

Po oznaczeniu wyrażenia w nawiasie kwadratowym przez $f_1(\alpha)$

$$i_{(1)}(0) = f_1(\alpha) \frac{e^{-\alpha \text{ctg} \psi}}{1 - e^{-\lambda \text{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \quad (9)$$

$$i_{(2)}(0) = f_1(\alpha) \frac{1}{1 - e^{-\lambda \text{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \quad (10)$$

Po podstawieniu wyrażenia (9) i (10) do równań (5) i (6)

$$i_{(1)}(t) = \frac{U_m}{R + k_e n C_1} \left[\cos \psi \sin(\omega t + \alpha - \psi) - \cos \psi \cdot \sin(\alpha - \psi) e^{-\omega t \text{ctg} \psi} \right] + f_1(\alpha) \frac{e^{-(\omega t + \alpha) \text{ctg} \psi}}{1 - e^{-\lambda \text{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \quad (11)$$

$$i_{(2)}(\omega t) = f_1(\alpha) \frac{e^{-(\omega t - \lambda + \alpha) \text{ctg} \psi}}{1 - e^{-\lambda \text{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \quad (12)$$

Średni prąd silnika w przedziale (1) $0 \leq \omega t \leq \pi - \alpha$

$$I_{(1)\acute{s}r} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi-\alpha} i_{(1)}(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \left[\frac{U_m}{R + k_e n C_1} \cdot (1 + \cos \alpha) - f_2(\alpha) \frac{1 - e^{-\alpha \operatorname{ctg} \psi}}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} (\pi - \alpha) \right] \quad (13)$$

w przedziale (2) $\pi - \alpha < \omega t \leq \pi$

$$I_{(2)\acute{s}r} = \frac{1}{\pi} \int_{\pi-\alpha}^{\pi} i_{(2)}(\omega t) d(\omega t) = \frac{1}{\pi} \left[f_2(\alpha) \cdot \frac{1 - e^{-\alpha \operatorname{ctg} \psi}}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \psi}} - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \alpha \right] \quad (14)$$

gdzie: $f_2(\alpha) = f_1(\alpha) \operatorname{tg} \psi$

Średni prąd silnika

$$I_{\acute{s}r} = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\pi-\alpha} i_{(1)}(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} i_{(2)}(\omega t) d(\omega t) \right] = \frac{1}{\pi} \frac{U_m}{R + k_e n C_1} (1 + \cos \alpha) - \frac{E_0}{R + k_e n C_1} \quad (15)$$

Po przekształceniu wyrażenia (15) otrzymuje się równanie na prędkość obrotową silnika $n = f(I_{\acute{s}r})$ dla różnych kątów opóźnienia wysterowania tyrystorów w mostku prostowniczym w warunkach ustalonych.

$$n = \frac{U_m (1 + \cos \alpha) - I_{\acute{s}r} R}{I_{\acute{s}r} k_e C_1 + k_e \phi_A} \quad (16)$$

Skuteczny prąd silnika

$$I_{sk}^2 = \frac{1}{T} \left[\int_0^{T-\alpha} i_{(1)}^2(\omega t) d(\omega t) + \int_{T-\alpha}^T i_{(2)}^2(\omega t) d(\omega t) \right] \quad (17)$$

Moment elektromagnetyczny silnika

$$M(\omega t) = k_m \phi i = k_m i (\phi_A + C_1 i) \quad (18)$$

Uwzględniając chwilowe wartości prądu określone równaniami (11) i (12) średni moment elektromagnetyczny

$$\begin{aligned} M_{sr} &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{T-\alpha} M_{(1)}(\omega t) d(\omega t) + \int_{T-\alpha}^T M_{(2)}(\omega t) d(\omega t) \right] = \\ &= \frac{1}{T} \left[\int_0^{T-\alpha} k_m \phi_A i_{(1)}(\omega t) d(\omega t) + \int_0^{T-\alpha} k_m C_1 i_{(1)}^2(\omega t) d(\omega t) + \right. \\ &\quad \left. + \int_{T-\alpha}^T k_m \phi_A i_{(2)}(\omega t) d(\omega t) + \int_{T-\alpha}^T k_m C_1 i_{(2)}^2(\omega t) d(\omega t) \right] = \\ &= k_m \phi_A I_{sr} + k_m C_1 I_{sk}^2 \quad (19) \end{aligned}$$

2. Hamowanie dynamiczne

Podobnie jak dla pracy silnikowej okres pulsacji przy rozpatrywaniu układu hamowania dynamicznego podzielono na dwa przedziały, obliczając w tych przedziałach chwilowe prądy w obwodzie silnika (rys. 3).

Dla stanu zasilania silnika po dokonaniu rewersji zacisków twornika w przedziale (1) $0 \leq \omega t \leq T-\alpha$

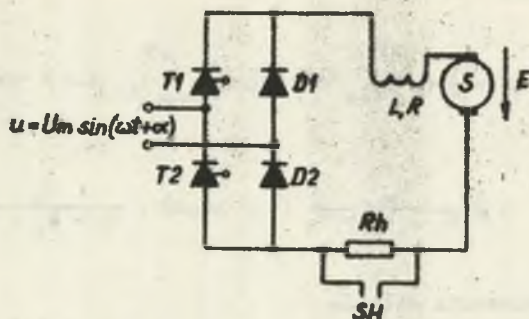
$$i_{(1)} R_h' + \omega L \frac{di_{(1)}}{d(\omega t)} - (k_e n C_1 i_{(1)} + E_0) = U_m \sin(\omega t + \alpha) \quad (20)$$

gdzie:

$$R_h' = R_B + R_h,$$

R_B - rezystancja silnika,

R_h - rezystancja hamowania.



Rys. 3. Uproszczony schemat zasilania silnika podczas hamowania
 R_h - rezystor hamowania, SH - stycznik do zwierania rezystora podczas pracy silnikowej

Dla stanu jednoczesnego przewodzenia diod D_1 i D_2 (przy rozkładaniu energii elektromagnetycznej w silniku przez diody D_1 i D_2) w przedziale (2) $\pi - \alpha \leq \omega t \leq \pi$

$$i_{(2)} R_h' + \omega L \frac{di_{(2)}}{d(\omega t)} - (k_e n C_1 i_{(2)} + E_0) = 0 \quad (21)$$

Z rozwiązania równań (20) i (21) z uwzględnieniem warunków początkowych i oznaczeń pomocniczych jak dla pracy silnikowej

$$i_{(1)}(\omega t) = \frac{U_m}{R_h' - k_e n C_1} \left[\cos \psi \sin(\omega t + \alpha - \psi) - \cos \psi \cdot \sin(\alpha - \psi) e^{-\omega t \operatorname{ctg} \psi} \right] + f_1(\alpha) \frac{e^{-(\omega t + \alpha) \operatorname{ctg} \psi}}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \psi}} + \frac{E_0}{R_h' - k_e n C_1} \quad (22)$$

$$i_{(2)}(\omega t) = f_1(\alpha) \frac{e^{-(\omega t - \pi + \alpha) \operatorname{ctg} \psi}}{1 - e^{-\pi \operatorname{ctg} \psi}} + \frac{E_0}{R_h' - k_e n C_1} \quad (23)$$

Średni prąd hamowania silnika

$$\begin{aligned}
 I_h \text{ śr} &= \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\pi-\alpha} i_{(1)}(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} i_{(2)}(\omega t) d(\omega t) \right) = \\
 &= \frac{1}{\pi} \frac{U_m}{R_h - k_e n C_1} (1 + \cos \alpha) + \frac{E_o}{R_h - k_e n C_1} \quad (24)
 \end{aligned}$$

Skuteczny prąd hamowania silnika

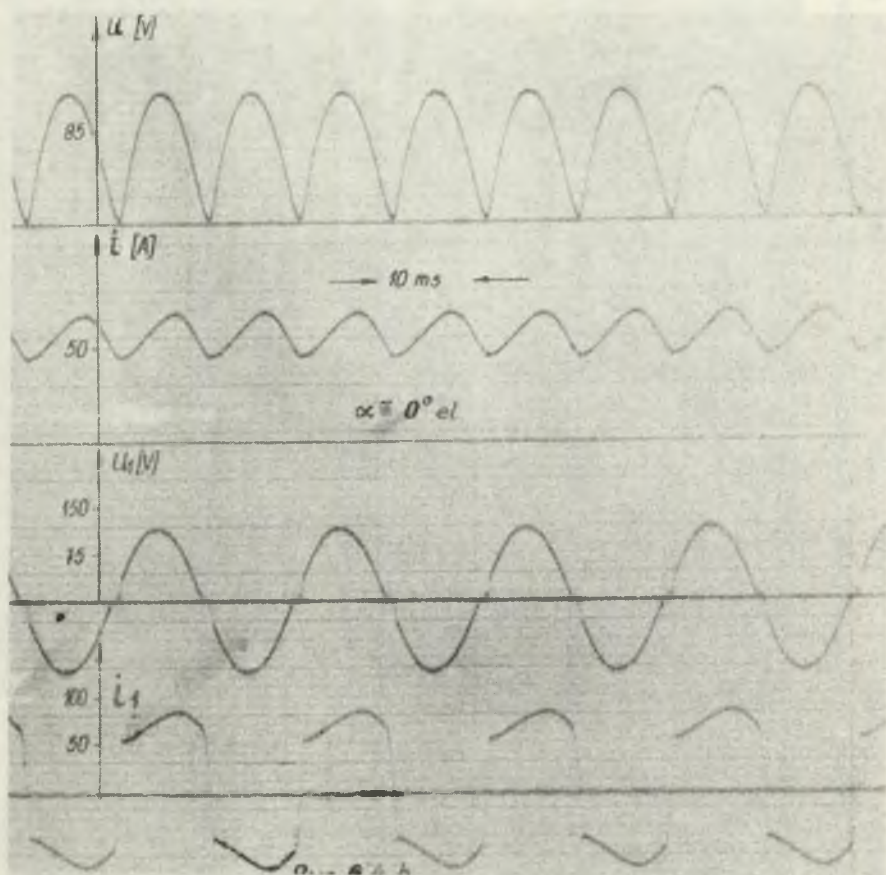
$$I_h \text{ sk} = \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\pi-\alpha} i_{(1)}^2(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} i_{(2)}^2(\omega t) d(\omega t) \right) \quad (25)$$

Moment hamowania silnika

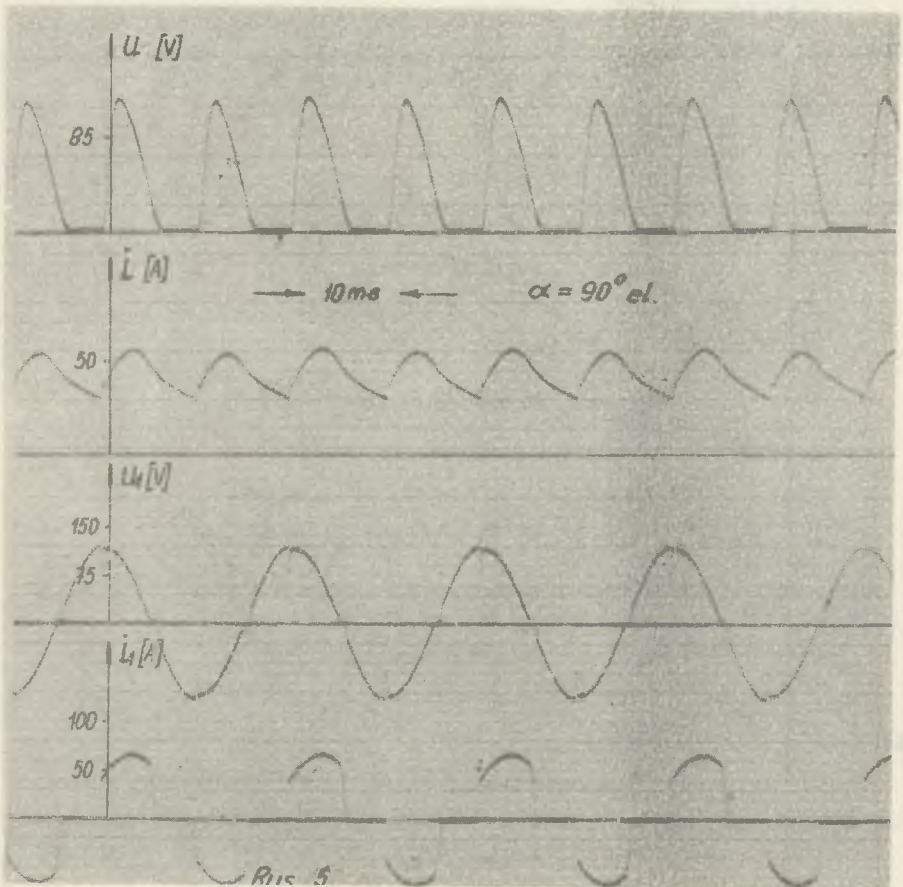
$$M_h(\omega t) = k_m \varphi i = k_m i (\varphi_A + C_1 i) \quad (26)$$

Średni moment hamowania silnika

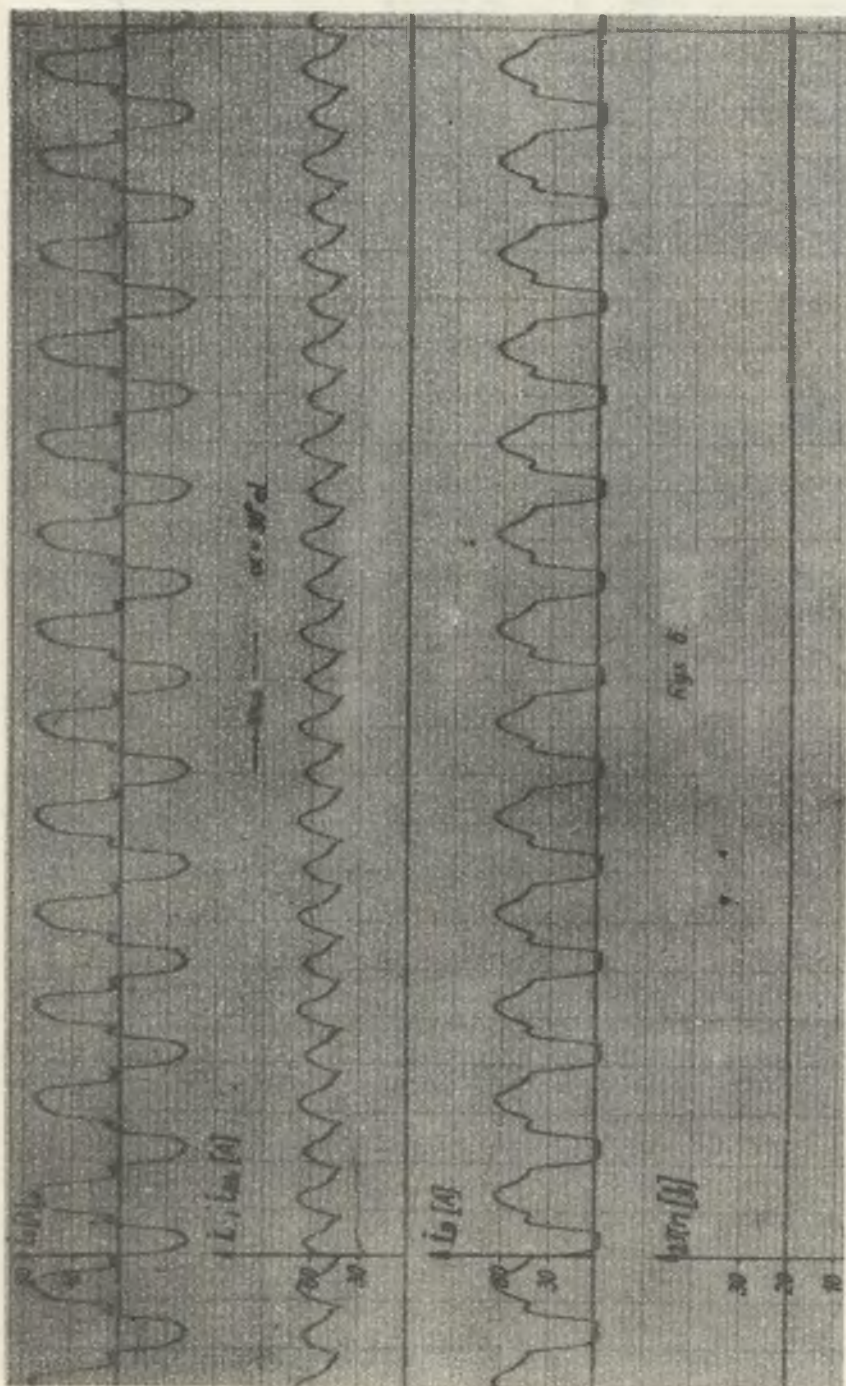
$$\begin{aligned}
 M_h \text{ śr} &= \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\pi-\alpha} M_{(1)}(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} M_{(2)}(\omega t) d(\omega t) \right) = \\
 &= \frac{1}{\pi} \left(\int_0^{\pi-\alpha} k_m \varphi_A i_{(1)}(\omega t) d(\omega t) + \int_0^{\pi-\alpha} k_m C_1 i_{(1)}^2(\omega t) d(\omega t) \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} k_m \varphi_A i_{(2)}(\omega t) d(\omega t) + \int_{\pi-\alpha}^{\pi} k_m C_1 i_{(2)}^2(\omega t) d(\omega t) \right) = \\
 &= k_m \varphi_A I_h \text{ śr} + k_m C_1 I_h \text{ sk} \quad (27)
 \end{aligned}$$



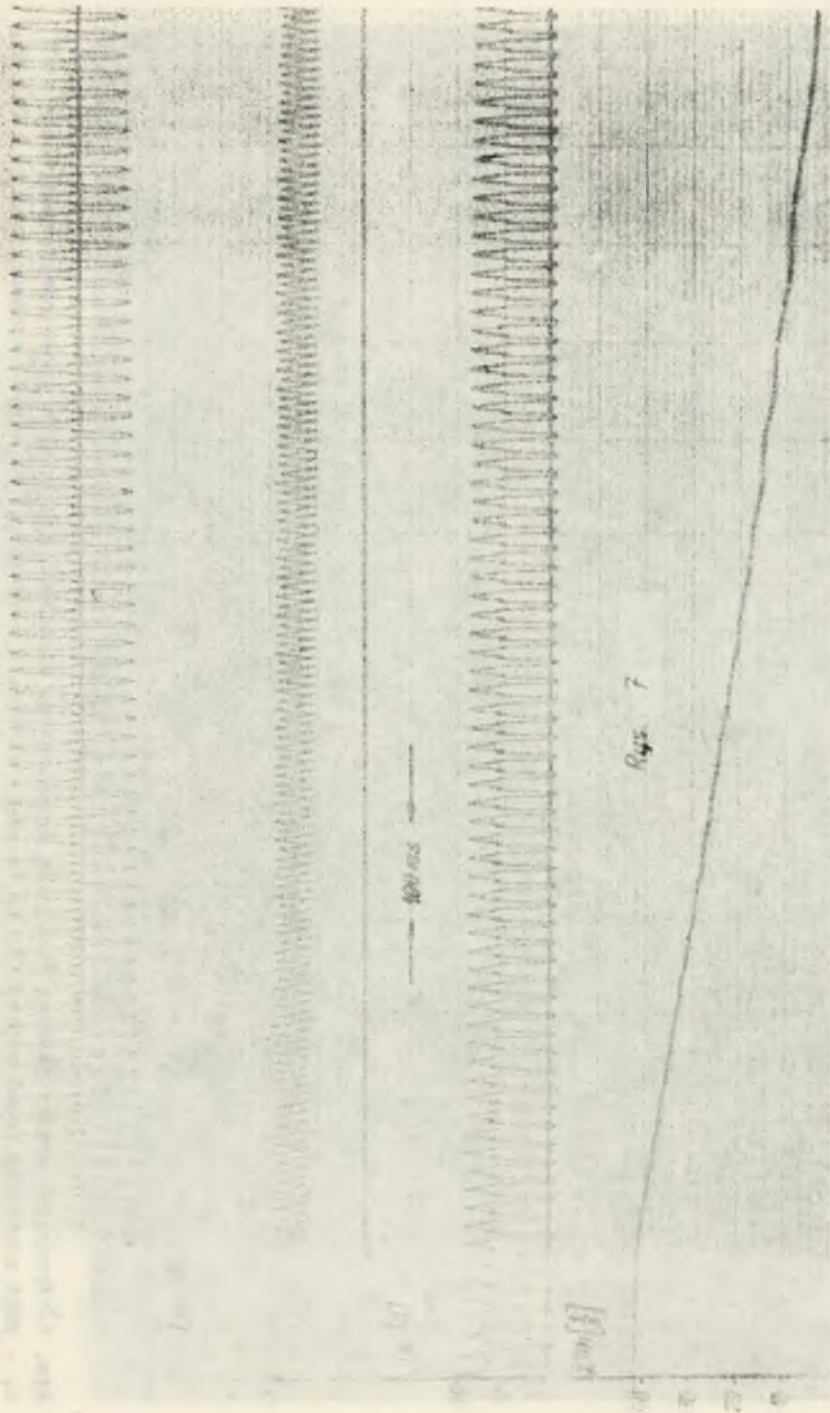
Rys. 4. Przebiegi prądów i napięć przy pracy silnikowej dla $\alpha = 0^\circ$
 u - napięcie silnika, i - prąd silnika, u_1 - napięcie zasilania prostownika,
 i_1 - prąd zasilania prostownika α - kąt opóźnienia wysterowania prostownika



Rys. 5. Przebiegi prądów i napięć przy pracy silnikowej dla $\alpha = 90^\circ$
Oznaczenia jak na rys. 4



Rys. 6. Przebiegi prądów podczas hamowania dynamicznego silnika z regulowanym przebiegiem dla $\alpha = 30^\circ$
 i_1 - prąd zasilania prostownika, i_{Rh} - prąd silnika i rezystora, i_D - prąd w obwodzie diod D1, D2,
 $2\pi n$ - obrotowa prędkość kąłowa silnika



Rys. 7. Przebiegi pulsów i prędkości modułowej hamowania silnika

3. Podsumowanie

Przedstawione w artykule związki analityczne umożliwiają wyznaczenie charakterystyk statycznych silnika zasilanego pulsowo oraz dobór elementów dla półsterowanego prostownika. Związki te służą do ułożenia programu i przeprowadzenie obliczeń za pomocą maszyny cyfrowej.

Zgodność wyprowadzonych związków analitycznych opisujących przebiegi elektromagnetyczne w silniku szeregowym zasilanym pulsowo przy pracy silnikowej i hamowaniu dynamicznym z regulowanym przeciwnapięciem potwierdza ją oscylogramy przedstawione na rys. 4 do 7.

LITERATURA

- [1] Paszek W., Szczucki F.: Tyristorowe układy sterowania elektrowozów dołowych. *Gospodarka Paliwami i Energią* nr 10/11, 1969 r.
- [2] Szczucki F.: Lokomotywy dołowe na prąd przemienny. Materiały Konferencji Naukowo-Technicznej pt. "Rola przemysłu elektrotrakcyjnego w rozwoju trakcji elektrycznej w Polsce" Wydaw. SEP Łódź 1971 r. (str.178-186).
- [3] Szczucki F.: Układy sterowania silników szeregowych prądu stałego zasilanych z przekształtników tyristorowych. Praca doktorska Pol. Śl. 1973 r.

Przyjęto do druku w czerwcu 1974 r.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ДВИГАТЕЛЕ
ПОСТОЯННОГО ТОКА С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ,
ПИТАЕМЫМ ОТ ИСТОЧНИКА ПЕРЕМЕННОГО
НАПЯЖЕНИЯ ЧЕРЕЗ ПОЛУУПРАВЛЯЕМЫЙ ВЫПРЯМИТЕЛЬ

Резюме

Приведены аналитические зависимости электромагнитных процессов в двигателе постоянного тока с последовательным возбуждением, питаемым пульсирующим током от полупроводяемого выпрямителя, а также осциллограммы процессов тока и напряжения в двигательном режиме и при динамическом торможении.



**ELECTROMAGNETICAL PROCESSES IN A DIRECT
CURRENT SERIES MOTOR FED BY PULSES FROM
ALTERNATING VOLTAGE SOURCE**

S u m m a r y

The analytical relations describing electromagnetic processes in a direct current series motor fed by pulses from voltage source through a semiconductor rectifier are discussed.

Oscillograms of the current and voltage when motor working and during dynamic braking are presented.