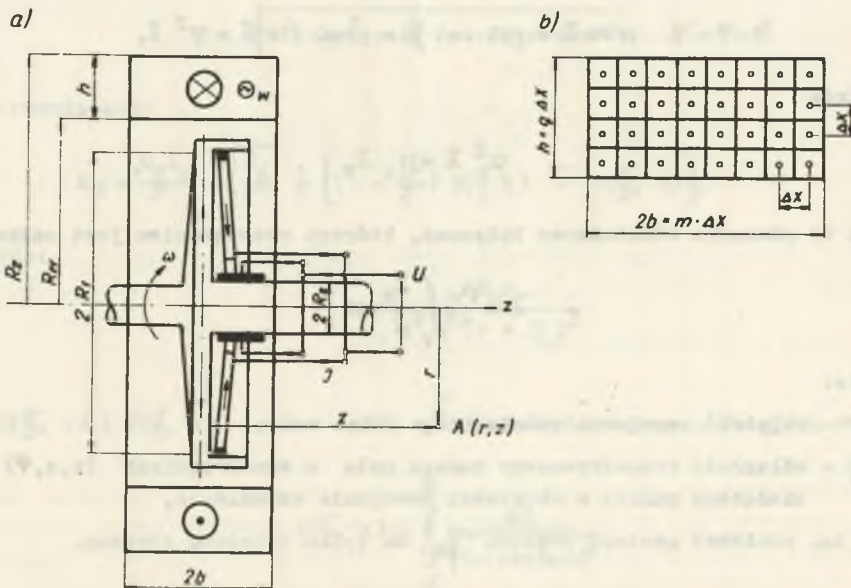


Adam Różycki
Zbigniew Pawelec
Zakład Maszyn Elektrycznych
Politechniki Śląskiej

OPTIMALIZACJA WYMIARÓW INDUKTORA MASZYNY UNIPOLARNEJ
Z NADPRZEWODNIKOWYM UZWOJENIEM WZBUDZENIA

Streszczenie. Podano sposób przybliżonego obliczania momentu elektromagnetycznego i siły elektromotorycznej maszyny unipolarnej z nieferromagnetycznym obwodem magnetycznym. Wyprowadzone zależności wykorzystano dla doboru optymalnych wymiarów induktora.

Maszyna unipolarna bez obwodu ferromagnetycznego z nadprzewodnikowym uzwojeniem wzbudzenia wymaga szczegółowej analizy pola elektromagnetycznego dla określenia współzależności między wymiarami, a parametrami jej elektromagnetycznego obciążenia (siłą elektromotoryczną e , momentem elektromagnetycznym M_p).



Rys. 1. a) Podstawowe wymiary maszyny unipolarnej typu dyskowego, b) podział uzwojenia wzbudzenia na $m \times n$ pojedynczych kołowych nitek prądowych

Rys. 1 przedstawia podstawowe wymiary maszyny typu dyskowego z litym twornikiem. Obwód magnetyczny maszyny - powietrze jest ośrodkiem liniowym, przeto można wyznaczyć całkowite pole elektromagnetyczne maszyny, wykorzystując zasadę superpozycji. Sumując geometrycznie pole od uzwojenia wzbudzenia na biegu jałowym oraz pole od przepływu oddziaływania w stanie obciążenia można otrzymać trójwymiarowe pole wypadkowe maszyny. Ścisłe obliczenia pola, nawet dla najprostszej formy geometrycznej modelu maszyny są skomplikowane. Poniżej zostaną podane zależności uproszczone, dające wyniki wystarczająco dokładne.

Zakładamy, że twornik maszyny pracującej jako generator jest rozarty i wiruje z prędkością kątową ω względem stałego w czasie pola wzbudzenia

Gęstość prądowa w uzwojeniu wzbudzenia wynosi \vec{J}_w , całkowity przepływ \vec{J}_w . Posłużmy się w układzie współrzędnych cylindrycznych znaną metodą potencjału wektorowego.

Potencjał wektorowy \vec{A} posiada własności:

$$\text{rot } \vec{A} = \vec{B} \quad \text{oraz} \quad \text{div } \vec{A} = 0 \quad (1)$$

Na podstawie równań Maxwella

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_w \quad (2)$$

Z zależności (1) i (2) otrzymujemy

$$\text{rot } \vec{B} = \text{rot rot } \vec{A} = \text{grad div } \vec{A} - \nabla^2 \vec{A},$$

a także

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \vec{J}_w$$

Jest to równanie różniczkowe Poissona, którego rozwiązaniem jest całka

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_w}{r} dV \quad (3)$$

gdzie:

V - objętość uzwojenia wzbudzenia,

r - odległość rozpatrywanego punktu pola o współrzędnych (r, z, φ) od bieżącego punktu w objętości uzwojenia wzbudzenia,

$\vec{A} = A\varphi$, ponieważ gęstość prądowa \vec{J}_w ma tylko składową styczną.

Jeśli zastąpimy uzwojenie wzbudzenia $m \times q$ pojedynczymi cewkami (rysunek 1a,b) rozłożonymi równomiernie w jego objętości w odległości Δx i zsumujemy składowe indukcje od poszczególnych cewek w rozpatrywanym punkcie, to wynik będzie zbliżony do całki (3). Wymiary uzwojenia można więc wyrazić jako $h = q \Delta x$, $2b = m \Delta x$. Wykorzystując znane zależności dla pojedynczej kołowej pętli prądowej, z wyrażenia (3) otrzymuje się

$$A_{\varphi} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_W dS dl}{\varrho} = \frac{\mu I_W}{4\pi} \int_1 \frac{dl}{\varrho}$$

gdzie:

I_W - prąd pojedynczej pętli kołowej,

R_0 - promień pętli.

Po przekształceniach otrzymuje się postać

$$A_{\varphi} = \frac{\mu_0 I_W}{4\pi} R_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \varphi' d\varphi'}{\varrho}$$

gdzie

$$\varrho = \sqrt{z^2 + r^2 + R_0^2 - 2R_0 r \cos \varphi'}; \quad \varphi' = \varphi - \vartheta$$

Po rozwiązaniu

$$A_{\varphi} = \frac{\mu_0 I_W}{\pi} \sqrt{\frac{R_0}{r}} \frac{1}{k} \left[\left(1 - \frac{k^2}{2}\right) F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \right], \quad (4a)$$

gdzie:

$$k = \frac{4R_0 r}{z^2 + (r + R_0)^2}$$

a $E\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$ i $F\left(\frac{\pi}{2}, k\right)$ - pełne całki eliptyczne pierwszego i drugiego rodzaju

$$F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - (k \sin \alpha)^2}} \quad (5a)$$

$$E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - (k \sin \alpha)^2} d\alpha \quad (5b)$$

Wartości całek (5a,b) można łatwo znaleźć w odpowiednich tablicach. Wykonywując zależność $\vec{B} = \text{rot } A\varphi$ otrzymuje się

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{\partial A\varphi}{\partial z} \\ B_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial(r A\varphi)}{\partial r} \\ B_\varphi &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Uwzględniając podział uzwojenia na pojedyncze cewki skupione i podstawiając

$$I_w = \frac{\Theta_w}{m q}, \quad R_o = R_{ij}, \quad \begin{aligned} (i &= 1, 2 \dots \dots m) \\ (j &= 1, 2 \dots \dots q) \end{aligned}$$

$$z' = z + \left(\frac{m}{2} - 1\right) \Delta x$$

oraz

$$k_{ij} = \frac{4R_{ij} r}{z^2 + (r + R_{ij})^2} \quad (7)$$

otrzymuje się składową $A\varphi$ wektora potencjału magnetycznego

$$\begin{aligned} A\varphi(z, r) &= \frac{\mu_o}{\mathcal{F}} \frac{\Theta_w}{m q} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^q \sqrt{\frac{k_{ij}}{r}} k_{ij} \\ &\cdot \left[\left(1 - \frac{k_{ij}^2}{2}\right) F\left(\frac{\mathcal{F}}{2}, k_{ij}\right) - E\left(\frac{\mathcal{F}}{2}, k_{ij}\right) \right] \end{aligned} \quad (8a)$$

Wyrażenie to przedstawimy skrótowo w postaci

$$A\varphi = \frac{\mu_o Q_w}{\mathcal{F} m q} M(r, z) \quad (8b)$$

Przy założeniu upraszczającym pominięcia przepływu oddziaływania twornika oraz przy założeniu jednowymiarowego pola magnetycznego o objętości twornika (niezależnego od współrzędnej z), można obliczyć siłę elektromotoryczną i moment elektromagnetyczny maszyny.

Siła elektromotoryczna maszyny typu dyskowego

$$e = \int_{R_2}^{R_1} \omega B_z(r, z) r dr \quad (9)$$

$$e = n \int_{R_2}^{R_1} 2\pi B_z(r) r dr = n [\Phi(R_1) - \Phi(R_2)],$$

gdzie $\Phi(R_1)$ i $\Phi(R_2)$ strumienie magnetyczne przechodzące przez pole pierścienia o promieniach R_2 i R_1 , leżącego w płaszczyźnie twornika. Jeśli uwzględniamy, że

$$\begin{aligned} \Phi(R_1) &= \iint_{S_1} B ds = \iint_{S_1} \text{rot } A_\varphi dS = \int_{l_1} A_\varphi(R_1) dl = \\ &= 2\pi A_\varphi(R_1) R_1 \end{aligned}$$

gdzie S_1, l_1 = pole i kontur koła o promieniu R_1 oraz $\Phi(R_2) = 2\pi A_\varphi(R_2) R_2$, to otrzymamy

$$\begin{aligned} e &= 2\pi n [A_\varphi(R_1) R_1 - A_\varphi(R_2) R_2] = \\ &= 2 \frac{\mu_0 \Theta_w}{m} \frac{n}{q} \left[M(R_1, z) - \frac{R_2}{R_1} M(R_2, z) \right] \quad (10) \end{aligned}$$

W podobny sposób można wyznaczyć moment elektromagnetyczny maszyny. Na twornik umieszczony w polu magnetycznym wzbudzenia działa moment obrotowy

$$M_E = \int_V \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= I (\vec{B} \times d\vec{l}) = \vec{J} d\vec{s} (\vec{B} \times d\vec{l}) = d\vec{s} (d\vec{l} \times \vec{J}) \vec{B} = d\vec{s} (\vec{J} \times \vec{B}) dV = \\ &= (\vec{J} \times \vec{B}) dV, \end{aligned}$$

dV - element objętości twornika

\vec{J} - wektor gęstości prądowej twornika

skąd

$$M_E = \int_V \vec{r} \times (\vec{J} \times \vec{B}) \, dV \quad (11a)$$

Zakładając, że wektor J ma w przybliżeniu tylko składową promieniową otrzymuje się

$$M_E = \int_V J_r B_z r \, dV \quad (11b)$$

Jeśli grubość dysku maszyny jest stała i wynosi d to:

$$J_r = \frac{I_t}{2\pi r d}, \quad dV = 2\pi r \, dr \, d;$$

Uwzględniając równanie (6) otrzymamy

$$\begin{aligned} M_E &= \int_{R_2}^{R_1} I_t \frac{\partial(A\varphi_r)}{\partial r} \, dr = \\ &= I_t [A_\varphi(R_1)R_1 - A_\varphi(R_2)R_2] \end{aligned}$$

gdzie I_t - prąd twornika.

Ostatecznie:

$$M_E = \frac{\mu_0 \Theta_w I_t}{2\pi m q} R_1 \left[M(R_1, z) - \frac{R_2}{R_1} M(R_2, z) \right], \quad (12)$$

Uwzględniając równania (10) i (12) otrzymujemy spodziewaną zależność

$$M_E = \frac{e I_t}{2\pi n}$$

Jeśli układ współrzędnych jest dobrany jak na rys. 1, należy w zależnościach (10) i (12) przyjąć $z = 0$.

Wzory powyższe są kłopotliwe przy stosowaniu ich do celów projektowych, gdyż zależności parametrów elektromagnetycznych w funkcji wymiarów są uwiłkane.

Na przykład wyznaczenie najważniejszej przy projektowaniu zależności $R_1 = f(P_E)$ wymaga dalszych uproszczeń.

Można wykazać [4], że moc elektromagnetyczna

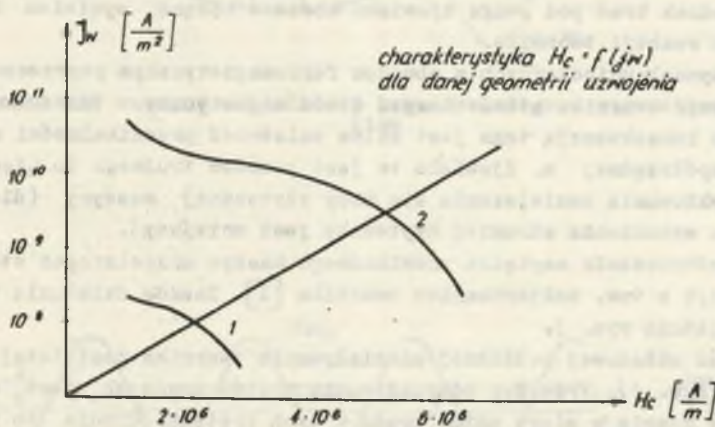
$$P_E = C_p R_1^3 B_z(R_1) j n \quad (13)$$

gdzie:

- C_p - współczynnik zależny od geometrii maszyny,
- $B_z(R_1)$ - maksymalna wartość indukcji magnetycznej w obrębie twornika,
- j - gęstość prądowa kontaktów ślizgowych,
- n - prędkość obrotowa.

Wielkości figurujące w zależności (13) wpływają na moc graniczną maszyny.

Promień R_1 jest ograniczony przez względy mechaniczne. Maksymalna wartość indukcji $B_z(R_1)$ nie może przekroczyć wartości krytycznej, narzuconej przez krytyczną wartość natężenia pola magnetycznego H_c i krytyczną wartość gęstości prądowej J_{wc} uzwojenia nadprzewodnikowego. Trzeba uwzględnić w projekcie maszyny, że parametry te są o wiele mniejsze dla uzwojenia, niż dla małych próbek nadprzewodnika. Dla stopu Nb-Ti obrazuje to rys. 2.



Rys. 2. 1 - wartości rzeczywiste parametrów krytycznych dla uzwojenia, 2 - wartości parametrów krytycznych dla małej próbki nadprzewodnika

Z relacji (12) można wyznaczyć optymalne wymiary uzwojenia wzbudzenia dla przekroju poprzecznego w kształcie prostokąta, wykorzystując w złożonych obliczeniach maszynę cyfrową. Obliczenia te mają doniosłe znaczenie ze względu na wysokie koszty nadprzewodników. Stawiamy zadanie doboru stosunku wymiarów uzwojenia $S = \frac{2h}{h}$, tak aby moment elektromagnetyczny maszyny

ny był największy przy zadanej objętości V uzwojenia i dla danego promienia R_w . Dysponujemy przy tym obliczonymi poprzednio promieniami R_1 i R_2 .

1. Zakładamy Δx (zależności (7)) wg wymaganej dokładności obliczeń.

2. Zakładamy kolejne wartości $s = \frac{2b}{h} = \frac{m' \Delta x}{q' \Delta x} = \frac{m'}{q'}$,

3. $V = \mathcal{N}(R_x^2 - R_w^2) \quad 2b = \mathcal{N}(2R_w + q' \Delta x) \quad s = q'^2 \Delta x^2 \quad (14)$

jest równaniem 3 stopnia ze względu na q'

4. Wyznaczając q' z wzoru (14) i biorąc jego część całkowitą q otrzymujemy granice sumowania q i m w zależnościach (10) i (12).

Postępując cyklicznie dla kolejnych wartości s można wyznaczyć funkcję $M_E = f(s)$, której maksimum czyni zadość postawionemu zadaniu. W pracy [3] rozwiązano to zagadnienie poprzez poszukiwanie maksimum całki (3) metodą nieokreślonych mnożników Lagrange'a przy wykorzystaniu maszyny cyfrowej.

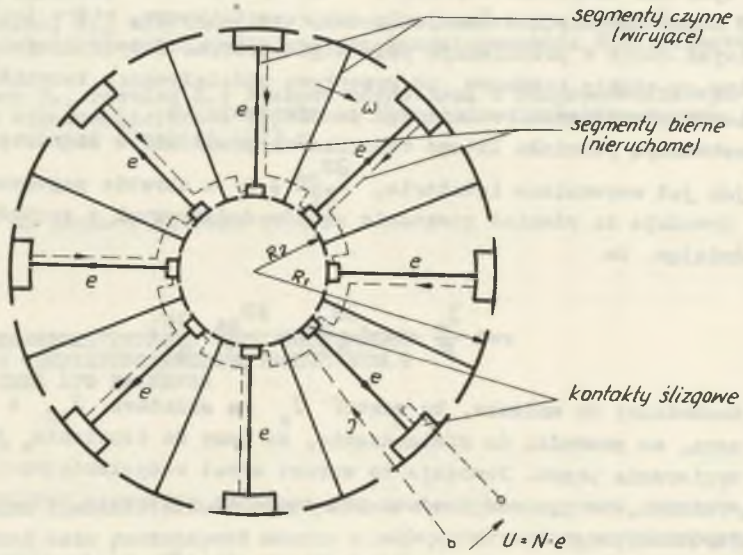
W dotychczasowych rozważaniach pominięto przepływ oddziaływania twornika. Postępuje się tak przy obliczaniu siły elektromotorycznej i momentu. Należy jednak brać pod uwagę zjawisko uboczne będące wynikiem istnienia przepływu reakcji twornika.

W maszynach unipolarnych z obwodem ferromagnetycznym poprzeczny przepływ reakcji twornika silnie nasycza obwód magnetyczny. Dla maszyny typu dyskowego konsekwencją tego jest silna zależność przenikalności magnetycznej od współrzędnej z . Zjawisko to jest powodem trudnego do ujęcia w fazie projektowania zmniejszenia się mocy użytecznej maszyny (dla danego przepływu wzbudzenia strumień użyteczny jest mniejszy).

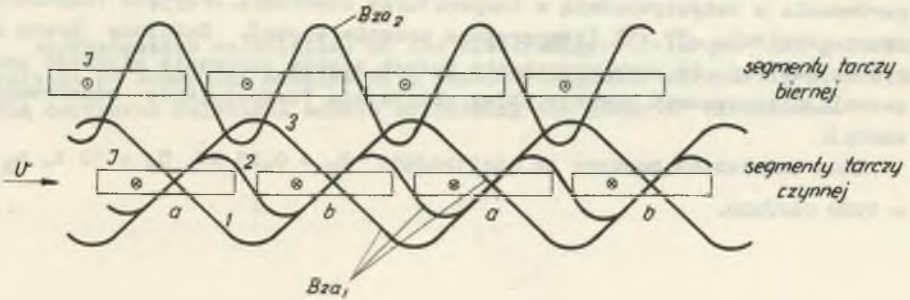
Dla podwyższenia napięcia znamionowego maszyn unipolarnych stosuje się konstrukcje z tzw. sektorowaniem twornika [2]. Zasadę działania takiej maszyny wyjaśnia rys. 3.

Rozkład składowej wzdłużnej oddziaływania twornika jest tutaj funkcją kąta φ (rys. 4). Przepływ oddziaływania prętów czynnych jest dodatkowo zmienny w czasie w miarę zmian prądu w tych prętach. Ujmuje to poglądowo rys. 4. Rozkład składowej wzdłużnej indukcji oddziaływania prętów czynnych zaznaczony jest liniami 1, 2, 3:

- 1 - odpowiada przedziałowi czasu, w którym przewodzą pręty grupy "a",
- 2 - odpowiada przedziałowi czasu, w którym przewodzą pręty grupy "b",
- 3 - przewodzą pręty obu grup.



Rys. 3. Schemat maszyny unipolarnej typu dyskowego z segmentowanym twornikiem



Rys. 4. Rozkład składowej podłużnej reakcji twornika w rzucie poprzecznym rozwiniętych segmentów twornika

Taki rozkład przepływu oddziaływania twornika powoduje, że w tworniku indukują się dodatkowe przemienne siły elektromotoryczne zależne od: $\frac{\partial B_{za 2}}{\partial \varphi}$ oraz $\frac{\partial B_{za 1}}{\partial t}$, $\frac{\partial B_{za 1}}{\partial \varphi}$. Skutki prądów wyrównawczych płynących w wyniku tych sił elektromotorycznych mogą być wyczuwalne w postaci zwiększonych strat cieplnych w uzwojeniu nadprzewodnikowym, które jest źródłem szkodliwych strat w przemiennym polu magnetycznym. Z tych samych przyczyn szkodliwe są efekty krańcowe od przepływu oddziaływania twornika w obrębie zbieraczy prądowych rozłożonych na promieniu R_1 .

Konsekwencją podziału litego twornika na promieniowe segmenty (rys. 4) jest, jak już wspomniano istnienie, $\frac{\partial B_{za}}{\partial t} \neq 0$ w obrębie pojedynczego segmentu. Powoduje to również powstanie prądów dodatkowych o gęstości J_a . Uwzględniając, że

$$\text{rot } \frac{J_a}{\rho} = - \left(\frac{\partial B_{za}}{\partial t} + \frac{\partial B_{za}}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)$$

łatwo dochodzimy do wniosku, że wektor J_a ma składowe J_{ar} i $J_a \varphi$ różne od zera, co prowadzi do stwierdzenia, że mamy do czynienia ze zjawiskiem wypierania prądu. Powoduje to wzrost strat rezystancyjnych w tworniku i oznacza, że gęstość prądowa pod szczotką zbieracza prądowego ma rozkład nierównomierny.

W Zakładzie Maszyn Elektrycznych Politechniki Śląskiej zaprojektowano model silnika unipolarnego z powietrznym obwodem magnetycznym i sektorowym twornikiem. Dla założonej mocy znamionowej, napięcia twornika i prędkości obrotowej dobrano: średnicę twornika, wymiary, liczbę zwojów i prąd uzwojenia wzbudzenia oraz liczbę prętów twornika.

Zamiast uzwojenia nadprzewodnikowego przewidziano uzwojenie wzbudzenia wykonane z rafinowanego aluminium (Al 99,95), charakteryzującego się w temperaturach kriogenicznych kilkusetkrotnym zmniejszeniem rezystywności w porównaniu z rezystywnością w temperaturze otoczenia. Przyjęto temperaturę pracy uzwojenia $-77,4^\circ\text{K}$ (temperatura wrzenia azotu). Założono pracę dorywczą maszyny, co przy wyzyskaniu dużego ciepła parowania ciekłego azotu pozwoliło zastosować otwarty obieg chłodzenia (uzupełnianie odparowanego azotu).

Dane znamionowe maszyny są następujące $P_N = 0,25 \text{ kW}$, $U_N = 10 \text{ V}$, $n_N = 1500 \text{ obr/min}$.

LITERATURA

- [1] Simoni K.: Teoretičeskaja elektrotechnika "Mir" - Moskwa 1964.
- [2] Low temperatures and electric power. Pergamon Press 1970. Oxford-N. York-Toronto.
- [3] Aliewskij A., Wiertinow A.: Osnownyje razčetnyje soodnošenija unipolarnych električeskich masin bez ferromagnitoprowoda. Električestwo Nr 10 1972.
- [4] Deloch P., Pawelec Z.: Maszyna unipolarna z nadprzewodnikowym uzwojeniem wzbudzenia. Praca dyplomowa wykonana w Zakładzie Maszyn Elektr. Politechniki Śląskiej 1973 r.

Przyjęto do druku w czerwcu 1974 r.

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ УНИПОЛЯРНОЙ
МАШИНЫ СО СВЕРХПРОВОДНИКОВЫМ ИНДУКТОРОМ С
ОПТИМИЗАЦИЕЙ ЕГО РАЗМЕРОВ

Р е з ю м е

Приведен приблизительный метод расчета электромагнитного момента и электродвижущей силы униполярной машины с неферромагнитным магнитопроводом. Полученные зависимости использованы для выбора оптимальных размеров индуктора.

OPTIMIZATION OF THE INDUCTOR DIMENSIONS
OF A HOMOPOLAR MACHINE WITH SUPERCONDUCTING
EXCITATION WINDING

S u m m a r y

Approximative calculation of the electromagnetic torque and generated voltage of homopolar machine with non-ferromagnetic circuit is presented. The derivated relations enable optimising the inductor dimensions.