

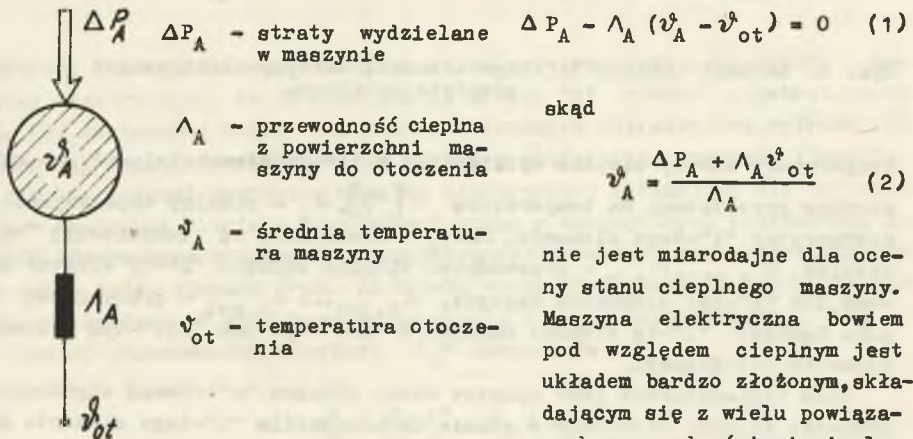
Adam Różycki

Zakład Maszyn Elektrycznych  
Politechniki ŚląskiejMETODA PRZEKSZTAŁCANIA SCHEMATÓW CIEPLNYCH MASZYNY ELEKTRYCZNEJ  
W STANACH USTALONYCH

**Streszczenie.** Przedstawiono metodę przekształcania cieplnego schematu zastępczego maszyny elektrycznej, składającego się z 9 ciał sprzężonych cieplnie, do równoważnego schematu trzech, względnie jednego ciała. Artykułu zilustrowano przykładem obliczeniowym.

## 1. Wstęp

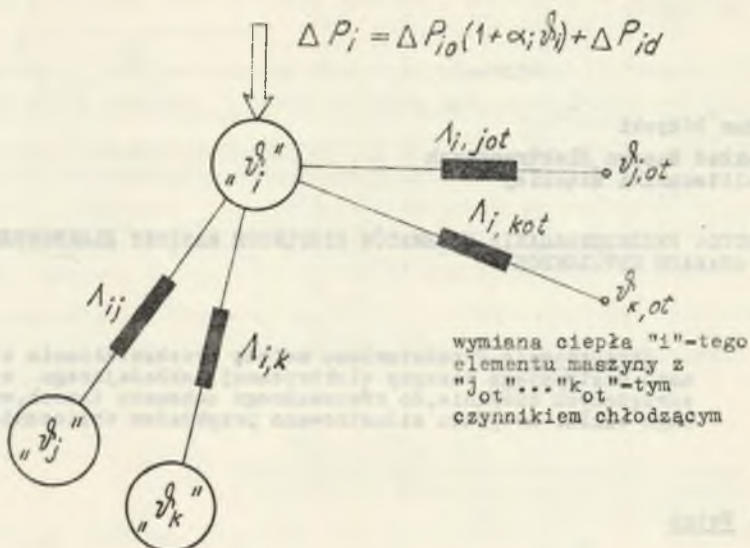
Obliczenie ustalonej temperatury maszyny elektrycznej  $\vartheta_A$ , traktowanej jako jedno, jednorodne ciało (rys. 1.) z równania:



Rys. 1. Ciepły schemat zastępczy maszyny elektrycznej traktowanej jako jedno, jednorodne ciało

nie jest miarodajne dla oceny stanu cieplnego maszyny. Maszyna elektryczna bowiem pod względem cieplnym jest układem bardzo złożonym, składającym się z wielu powiązanych przewodnościami cieplnymi źródeł ciepła, odpowiednio zlokalizowanych w różnych jej elementach.

Obliczenia cieplnych stanów ustalonych wykonuje się na podstawie zastępczych schematów cieplnych. Maszynę elektryczną traktuje się wtedy jako sieć cieplną złożoną z "n" elementów cieplnie sprzężonych (rys. 2). W schemacie tym przyjęto następujące oznaczenia:  $\Delta P_{10} (1 + \alpha_1 \vartheta_1)$  - zależne od



wymiana ciepła "i" - tego elementu maszyny z "j"... "k" - tym elementem maszyny elektrycznej

Rys. 2. Schemat cieplny "i"-tego elementu maszyny elektrycznej w stanie cieplnie ustalonym

temperatury straty ciepłnej wydzielanie w "i"-ym elemencie,  $\Delta P_{i0}$  - straty ciepłne przeliczone na temperaturę 0 [°C],  $\alpha_i$  - cieplny współczynnik rezystancyjny "i"-tego elementu,  $\Delta P_{id}$  - niezależne od temperatury straty ciepłne,  $\Lambda_{i,j} \dots \Lambda_{i,k}$  - przewodność cieplna łącząca "i"-ty element z "j"-tym lub "k"-tym elementem maszyny,  $\Lambda_{i,jot} \dots \Lambda_{i,kot}$  - przewodność cieplna łącząca "i"-ty element maszyny z "jot"-tym lub "kot"-tym elementem czynnika chłodzącego.

Pole temperaturowe jest opisane wtedy układem "n"-równań algebraicznych. Równanie bilansu cieplnego w stanie ustalonym dla "i"-tego elementu maszyny ma postać:

$$\Delta P_{i0}(1 + \alpha_i \vartheta_i) + \Delta P_{id} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{i,j}(\vartheta_i - \vartheta_j) - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{i,jot}(\vartheta_i - \vartheta_{jot}) = 0 \quad (3)$$

zaś dla "jot" czynnika chłodzącego:

$$\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{i,jot}(\vartheta_{jot} - \vartheta_i) = 0 \quad (4)$$

Z równań (3) wynika, że temperatura dowolnego węzła sieci jest sumą cząstkowych temperatur - wywołanych własnymi stratami w rozpatrywanym elemencie oraz częścią strat wydzielanych w pozostałych elementach maszyny,

$$v_i^s = \frac{(\Delta P_{i,o} + \Delta P_{i,d}^*) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{i,j} v_j^s + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{i,jot} v_{jot}^s}{\sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{i,j} + \sum_{\substack{i=1 \\ j=i}}^n \Lambda_{i,jot} - \alpha_i \Delta P_{i,o}} \quad (5)$$

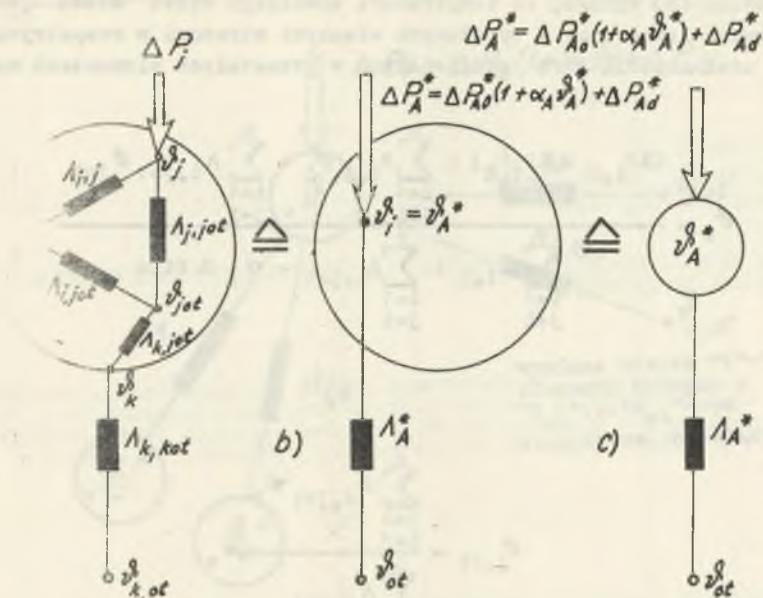
$$v_{j,ot}^s = \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ i=j}}^n \Lambda_{i,jot} v_i^s}{\sum_{\substack{j=1 \\ i=j}}^n \Lambda_{i,jot}} \quad (6)$$

Jeżeli celem obliczeń jest tylko określenie rozkładu temperatury w maszynie elektrycznej, to do rozwiązania układu "n" równań algebraicznych (3), (4) zastosować można elektroniczną technikę obliczeniową, cyfrową lub analogową, względnie posłużyć się jednym z klasycznych sposobów liczenia.

Ciepły schemat zastępczy maszyny elektrycznej składający się "n" elementów wzajemnie cieplnie sprzężonych można w szczególnych przypadkach zastąpić równoważnym schematem cieplnym reprezentowanym przez kilka, względnie tylko jeden element (rys. 3). Trzeba wtedy przeprowadzić redukcję schematu zastępczego. W zredukowanym schemacie o zastępczych stratach  $\Delta P_A^*$  i zastępczej przewodności cieplnej  $\Lambda_A^*$  obowiązuje

$$\Delta P_A^* - \Lambda_A^* (v_A^* - v_{ot}^s) = 0 \quad (7)$$

gdzie  $\Delta P_A^* = \Delta P_{Ao}^* (1 + \alpha_A v_A^*) + \Delta P_{Ad}^*$ , przy czym  $\Delta P_{Ao}^* (1 + \alpha_A v_A^*)$  - straty cieplne wybranego elementu maszyny,  $\Delta P_{Ad}^*$  - część strat cieplnych pozostałych elementów maszyny nagrzewających wybrany element,  $\Lambda_A^*$  - zastępcza przewodność cieplna,  $\alpha_A$  - cieplny współczynnik rezystancyjny.



Rys. 1. Ciepły schemat zastępczy maszyny elektrycznej składającej się z "n" elementów termicznie sprzężonych (a) sprowadzony do równoważnego schematu składającego się z jednego ciała (b, c)

Temp. 1. a

$$\vartheta_A^* = \frac{\Delta P_{Ao}^* + \Delta P_{Ad}^* + \Lambda_A^* \vartheta_{ot}}{\Lambda_A^* - \alpha_A \Delta P_{Ao}^*} \quad (8)$$

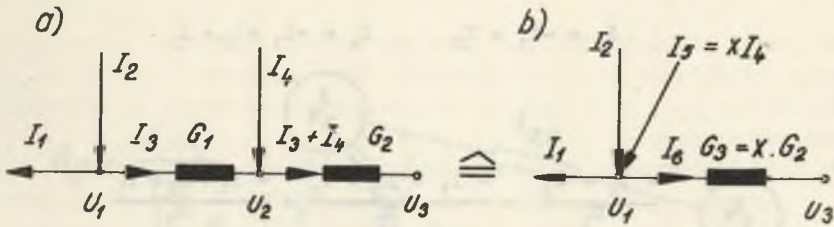
odpowiednio wtedy temperaturze wybranego elementu maszyny elektrycznej w stanie termicznie ustalonym, a nie średniej temperaturze całej maszyny, traktowanej jako ciało jednorodne (2).

Bezpośrednie skorzystanie z podanej zależności (8) jest utrudnione, gdyż straty  $\Lambda_A^*$  oraz zastępcza przewodność cieplna  $\Lambda_A^*$  są funkcją parametrów schematu cieplnego.

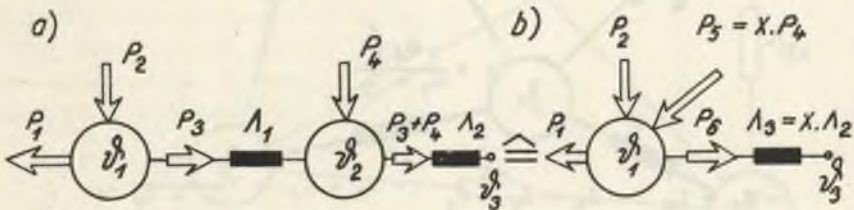
Redukcja cieplnego schematu zastępczego maszyny elektrycznej prowadzi do wyznaczenia wartości  $\Delta P_A^*$  i  $\Lambda_A^*$ .

Do przeprowadzenia redukcji wykorzystuje się analogie schematów cieplnych i elektrycznych. Pomiedzy przepływem ciepła a przepływem prądu elektrycznego prowadzą następujące analogie:

strumień cieplny $P_i$ , straty $\Delta P$	odpowiada	prądowi elektrycznemu I
spadek temperatury $\Delta \vartheta$ , lub temperatura $\vartheta$	odpowiada	spadkowi napięcia lub napięciu U
przewodność cieplna $\Lambda$	odpowiada	konduktancji G



Rys. 4. Dwa równoważne schematy elektryczne



Rys. 5. Dwa równoważne schematy cieplne

W schemacie podanym na rys. 4b doprowadzono do redukcji węzła źródłowego  $U_2$ , który występuje w schemacie na rys. 4a. Układy te równoważne, jeżeli redukcja węzła nie zmienia napięć w węzłach pozostałych.

Oczywiście redukcja pociąga za sobą odpowiednią zmianę prądów węzłowych oraz zmianę przewodności międzywęzłowych.

Z równania spadków napięć mamy:

$$U_1 - U_3 = \frac{I_3}{G_1} + \frac{I_3 + I_4}{G_2}$$

oraz

$$U_1 - U_3 = \frac{I_6}{G_3}$$

stąd

$$\frac{I_3}{G_1} + \frac{I_3 + I_4}{G_2} = \frac{I_6}{G_3}$$

a ponieważ

$$\sum - I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

oraz

$$\sum - I_1 + I_2 + I_5 - I_6 = 0$$

stąd

$$I_3 = -I_1 + I_2 \quad I_6 = -I_1 + I_2 + I_5$$

czyli

$$\frac{-I_1 + I_2}{G_1} + \frac{-I_1 + I_2 + I_4}{G_2} = \frac{-I_1 + I_2 + I_5}{G_3}$$

a przyjmując

$$G_3 = xG_2, \quad I_5 = xI_4$$

oraz

$$x = \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

mamy

$$\frac{-I_1 + I_2}{G_1} + \frac{-I_1 + I_2 + I_4}{G_2} = \frac{-I_1 + I_2 + \frac{G_1}{G_1 + G_2} I_4}{\frac{G_1 + G_2}{G_1 + G_2}}$$

a po przekształceniach

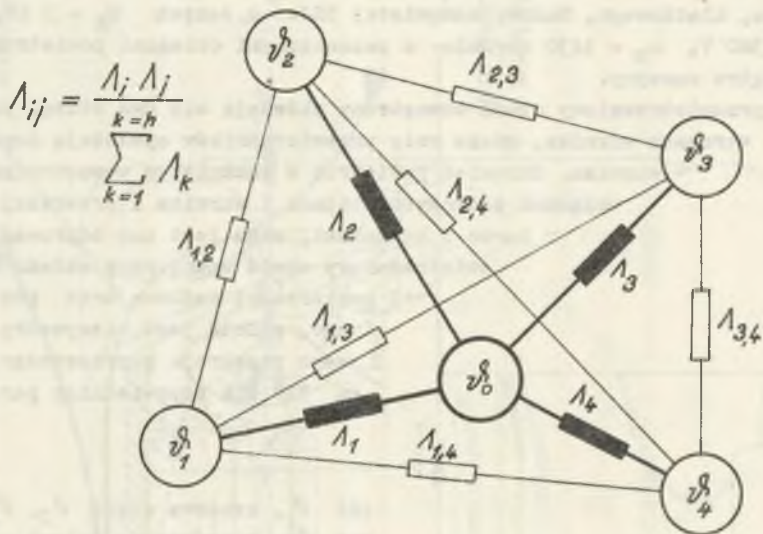
$$(-I_1 + I_2)(G_1 + G_2) + I_4 G_1 - (-I_1 + I_2)(G_1 + G_2) - I_4 G_1 = 0$$

Schemat cieplny z rys. 5a jest więc równoważny schematowi cieplnemu z rys. 5b, jeżeli  $P_5 = xP_4$ ,  $\Lambda_3 = x\Lambda_2$ , przy czym

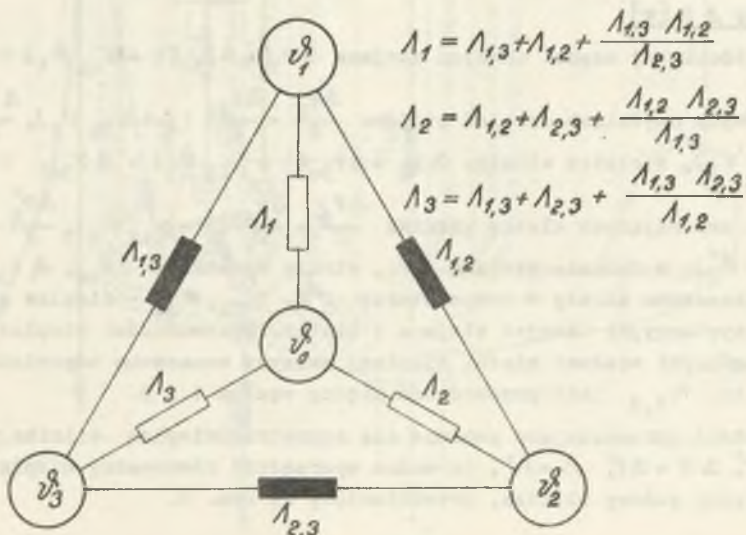
$$x = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_1 + \Lambda_2}$$

Przy sprowadzaniu schematów cieplnych wykorzystuje się oprócz wyżej objaśnionego redukowania węzłów, znane związki transfiguracyjne gwiazdy wielopromiennej do wieloboku zupełnego (rys. 6) oraz trójkąta w gwiazdę (rysunek 7).

Operacja sprowadzania schematów cieplnych do układu trzech lub jednego elementu, zostanie przeprowadzona na przykładzie schematu cieplnego magnetyv indukcyjnej.



Rys. 6. Transfiguracja gwiazdy wielopromiennej do wieloboku zupełnego



Rys. 7. Transfiguracja trójkąta w gwiazdę

## 2. Ciepły schemat zastępczy silnika indukcyjnego

Na rys. 8 przedstawiony jest ciepły schemat zastępczy silnika indukcyjnego, klatkowego, budowy zamkniętej SZJe o danych  $P_N = 3 \text{ kW}$ ,  $U_N = 220/380 \text{ V}$ ,  $n_N = 1430 \text{ obr/min}$  z zaznaczonymi obiegami powietrza wewnątrz i zewnątrz maszyny.

Na przewietrzeniowy obwód wewnętrzny składają się dwa obiegi powietrza po obu stronach wirnika, gdzie rolę przewietrzników spełniają łopatki odlane z klatką wirnika. Strumień powietrza w zamkniętym wewnętrznym obiegu odbiera ciepło z połączeń czołowych stojana i wirnika i przekazuje je wewnętrznym powierzchniom tarcz i kadłubowi, skąd jest ono odprowadzone do powietrza otaczającego. Przewietrzeniowy obwód zewnętrzny składa się z wentylatora i jego osłony, uźebrowanej powierzchni kadłuba oraz powierzchni tarcz. Jak wynika z obiegu wentylacyjnego, silnik jest niesymetryczny pod względem cieplnym w stosunku do środkowego przekroju poprzecznego. Uwzględniono to na schemacie cieplnym symbolem "o" dla odpowiednich parametrów. Wprowadzono następujące oznaczenia:

### Temperatury $\vartheta$ [ $^{\circ}\text{C}$ ]

Dla uzwojeń stojana - żłobkowa część  $\vartheta_1$ , czołowa część  $\vartheta_2$ ,  $\vartheta_2'$ ; dla wirnika - klatka w części środkowej  $\vartheta_3$ , pierścienie zwierające  $\vartheta_4$ ,  $\vartheta_4'$ , żelazo stojana  $\vartheta_5$ , kadłub silnika  $\vartheta_6$ , tarcza  $\vartheta_7$ ,  $\vartheta_7'$ , wałek silnika  $\vartheta_8$ , powietrze na wysokości wałka  $\vartheta_{1,ot}$ , powietrze wlotowe na zewnątrz osłony  $\vartheta_{2,ot}$ , powietrze u góry silnika  $\vartheta_{3,ot}$ , powietrze wewnątrz silnika  $\vartheta_{4,ot}$ .

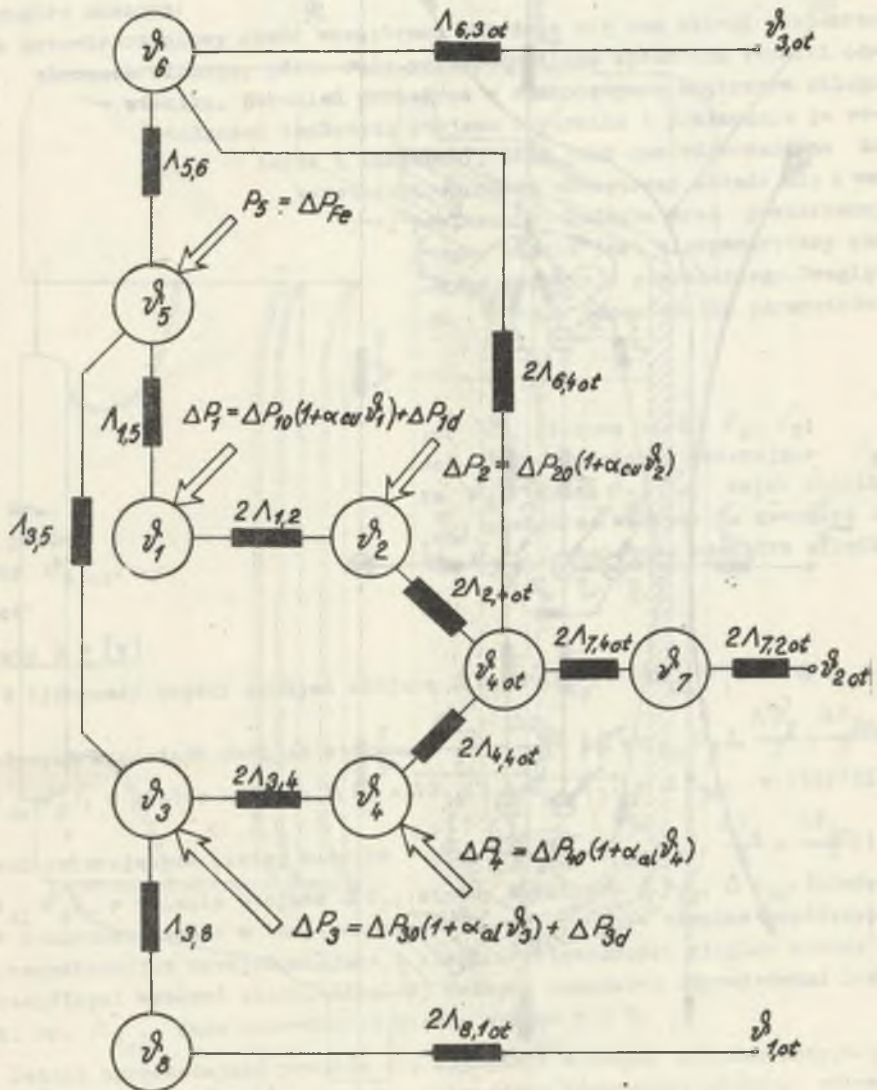
### Straty $\Delta P$ [W]

W żłobkowej części uzwojeń stojana  $\Delta P_1 = \Delta P_{1o}(1 + \alpha_{Cu} \vartheta_1) + \Delta P_{1d}$ , w czołowych częściach uzwojeń stojana  $\frac{\Delta P_2}{2} = \frac{\Delta P_{2o}}{2}(1 + \alpha_{Cu} \vartheta_2)$ ,  $\frac{\Delta P_2'}{2} = \frac{\Delta P_{2o}}{2}(1 + \alpha_{Cu} \vartheta_2')$ , w klatce wirnika  $\Delta P_3 = \Delta P_{3o}(1 + \alpha_{Al} \vartheta_3) + \Delta P_{3d}$ , w pierścieniach zwierających klatkę wirnika  $\frac{\Delta P_4}{2} = \frac{\Delta P_{4o}}{2}(1 + \alpha_{al} \vartheta_4)$ ,  $\frac{\Delta P_4'}{2} = \frac{\Delta P_{4o}}{2}(1 + \alpha_{Al} \vartheta_4')$ , w żelazie stojana  $\Delta P_5$ , straty dodatkowe  $\Delta P_{1d}$ ,  $\Delta P_{3d}$ . Indeksami "o" oznaczono straty w temperaturze  $0^{\circ}\text{C}$ .  $\alpha_{Cu}$ ,  $\alpha_{Al}$  - ciepłe współczynniki rezystancyjne uzwojeń stojana i klatki. Przewodności cieplne między poszczególnymi węzłami siatki cieplnej maszyny oznaczono odpowiednimi indeksami np.  $\Lambda_{1,2}$  jako przewodność między węzłem 1 i 2.

Jeżeli upraszczając pominie się asymetrię cieplną silnika, przyjmując  $\vartheta = \vartheta'$ ,  $\Delta P = \Delta P'$ ,  $\Lambda = \Lambda'$ , to można sporządzić równoważny ciepły schemat zastępczy pokłowy silnika, przedstawiony na rys. 9.







Rys. 9. Ciepły schemat zastępczy połowy silnika indukcyjnego SZJe  $P_n = 3$  kW,  
 $U_n = 220/380$  V

Dla schematu z rys. 9 obowiązuje następujący układ równań, wynikający z przekształconych równań (3) i (4).

$$\left. \begin{aligned} & \left[ \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{1,j} + \sum_{j=1}^n \Lambda_{1,jot} - \alpha_1 \Delta P_{1o} \right] v_1^h - \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^n \Lambda_{1,j} v_j^h = \\ & = \Delta P_{1o} + \Delta P_{1d} + \sum_{j=1}^n \Lambda_{1,jot} v_{jot}^h \end{aligned} \right\} (9)$$

$$\left. \begin{aligned} & (2\Lambda_{1,2} + \Lambda_{1,5} - \alpha_{Cu} \Delta P_{1o}) v_1^h - 2\Lambda_{1,2} v_2^h - \Lambda_{1,5} v_5^h = \Delta P_{1o} + \Delta P_{1d} \\ & (2\Lambda_{1,2} + 2\Lambda_{2,4ot} - \alpha_{Cu} \Delta P_{2o}) v_2^h - 2\Lambda_{1,2} v_1^h - 2\Lambda_{2,4ot} v_{4,ot}^h = \Delta P_{2o} \\ & (2\Lambda_{3,4} + \Lambda_{3,5} + \Lambda_{3,8} - \alpha_{Al} \Delta P_{3o}) v_3^h - 2\Lambda_{3,4} v_4^h - \Lambda_{3,5} v_5^h - \Lambda_{3,8} v_8^h = \Delta P_{3o} + \Delta P_{3d} \\ & (2\Lambda_{3,4} + 2\Lambda_{4,4ot} - \alpha_{Al} \Delta P_{3o}) v_4^h - 2\Lambda_{3,4} v_3^h - 2\Lambda_{4,ot} v_{4,ot}^h = \Delta P_{4o} \\ & (\Lambda_{1,5} + \Lambda_{3,5} + \Lambda_{5,6}) v_5^h - \Lambda_{1,5} v_1^h - \Lambda_{3,5} v_3^h - \Lambda_{5,6} v_6^h = \Delta P_5 \\ & (\Lambda_{5,6} + \Lambda_{6,3ot} + 2\Lambda_{6,4ot}) v_6^h - \Lambda_{5,6} v_5^h - \Lambda_{6,3ot} v_{3,ot}^h - 2\Lambda_{6,4ot} v_{4,ot}^h = 0 \\ & (2\Lambda_{7,2ot} + 2\Lambda_{7,4ot}) v_7^h - 2\Lambda_{7,2ot} v_{2,ot}^h - 2\Lambda_{7,4ot} v_{4,ot}^h = 0 \\ & (\Lambda_{3,8} + 2\Lambda_{8,1ot}) v_8^h - \Lambda_{3,8} v_3^h - 2\Lambda_{8,1ot} v_{1,ot}^h = 0 \end{aligned} \right\} (10)$$

oraz

$$\begin{aligned} & (2\Lambda_{2,4ot} + 2\Lambda_{4,4ot} + 2\Lambda_{6,4ot} + 2\Lambda_{7,4ot}) v_{4,ot}^h - 2\Lambda_{2,4ot} v_2^h - 2\Lambda_{4,4ot} v_4^h - \\ & - 2\Lambda_{6,4ot} v_6^h - 2\Lambda_{7,4ot} v_7^h = 0 \end{aligned}$$

### 2.1. Sprowadzanie cieplnego schematu zastępczego do układu 3 ciał

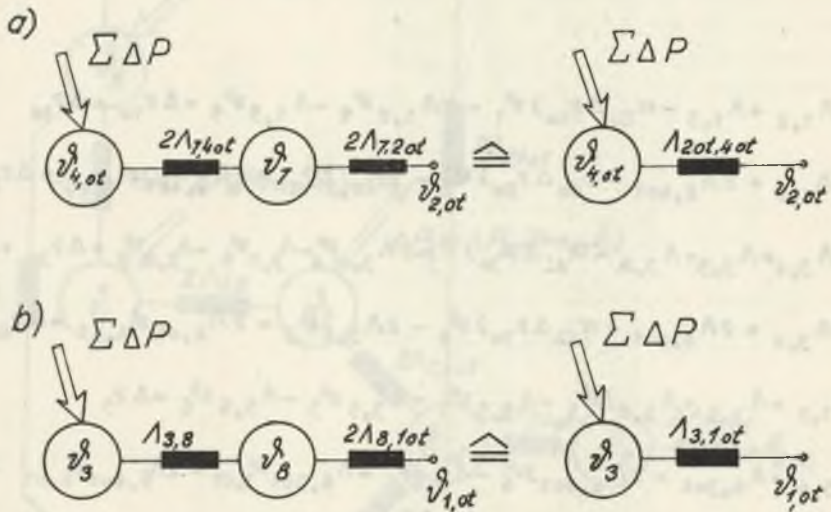
Redukcję bezźródłowego węzła  $v_7$  i  $v_8$  charakteryzuje rys. 10a, b.

Dla węzła  $v_7$

$$\Lambda_{2ot,4ot} = x_1 \cdot 2\Lambda_{7,2ot} \quad x_1 = \frac{\Lambda_{7,4ot}}{\Lambda_{7,4ot} + \Lambda_{7,2ot}}$$

dla węzła  $v_8$

$$\Lambda_{3,1ot} = x_2 \cdot 2\Lambda_{8,1ot} \quad x_2 = \frac{\Lambda_{3,8}}{\Lambda_{3,8} + 2\Lambda_{8,1ot}}$$

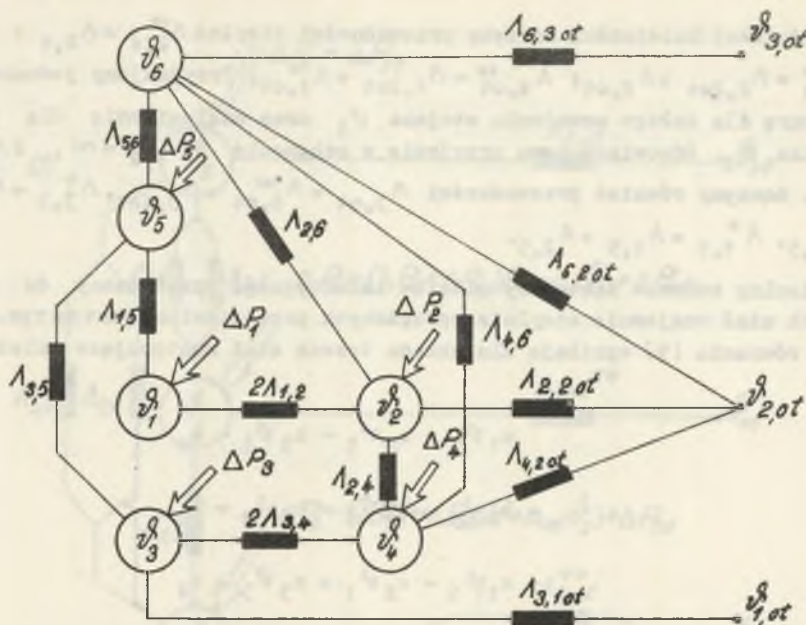


Rys. 10. Redukcja węzła  $v_7$  i  $v_8$

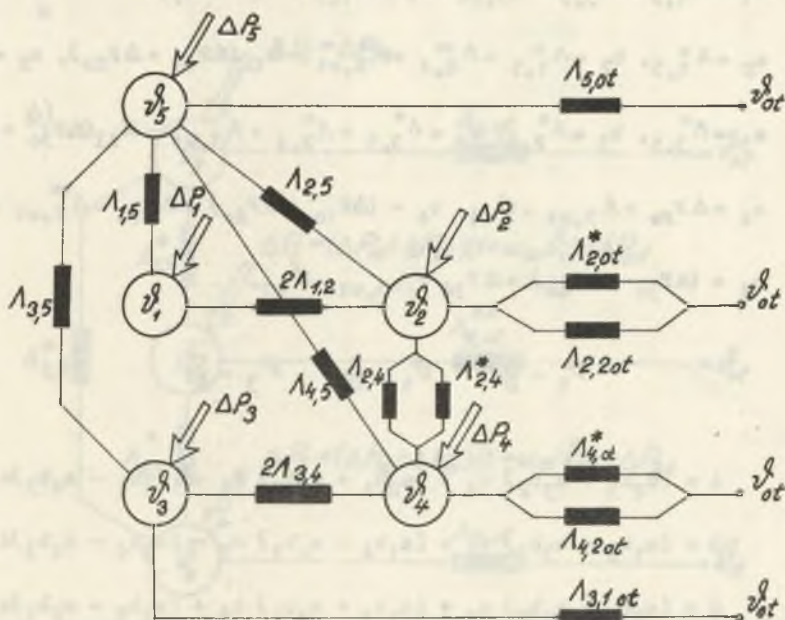
Przeprowadzono dwie transfiguracje przewodności cieplnych gwiazdy wielopromiennej na równoważny układ przewodności wieloboku zupełnego.

Transfigurację I - czteropromiennej gwiazdy o promieniach  $2\Lambda_{2,4ot}$ ,  $2\Lambda_{4,4ot}$ ,  $2\Lambda_{7,4ot}$ ,  $2\Lambda_{6,4ot}$  wychodzących z węzła  $v_{4,ot}$  oraz przy założeniu jednakowej temperatury węzłów  $v_{1,ot} = v_{2,ot} = v_{3,ot} = v_{ot}$  zastąpiono przewodności  $\Lambda_{6,2ot}$  i  $\Lambda_{6,3ot}$  przewodnością  $\Lambda_{6,ot} = \Lambda_{6,2ot} + \Lambda_{6,3ot}$ .

Transfigurację II - czteropromiennej gwiazdy o promieniach  $\Lambda_{5,6}$ ,  $\Lambda_{2,6}$ ,  $\Lambda_{4,6}$ ,  $\Lambda_{6,ot}$  wychodzących z węzła  $\Lambda_6$ . Ciepły schemat zastępczy silnika po I transfiguracji przedstawiono na rys. 11, zaś po II transfiguracji na rys. 12.



Rys. 11. Ciepły schemat zastępczy silnika po I transfiguracji gwiazda wielopromienna - wielobok zupełny



Rys. 12. Ciepły schemat zastępczy silnika po II transfiguracji gwiazda wielopromienna - wielobok zupełny

W dalszej kolejności łączymy przewodności cieplne  $\Lambda_{2,4}^{**} = \Lambda_{2,4} + \Lambda_{2,4}^*$ ,  
 $\Lambda_{2,ot}^{**} = \Lambda_{2,2ot} + \Lambda_{2,ot}^*$ ;  $\Lambda_{4,ot}^{**} = \Lambda_{4,2ot} + \Lambda_{4,ot}^*$ . Przyjmujemy jednakową tem-  
 peraturę dla całego uzwojenia stojana  $\vartheta_1$  oraz analogicznie dla całego  
 wirnika  $\vartheta_3$ . Odpowiada temu przyjęcie w schemacie  $2\Lambda_{1,2} = \infty$ ,  $2\Lambda_{3,4} =$   
 $= \infty$ . Łączymy również przewodności  $\Lambda_{3,ot} = \Lambda_{4,ot}^{**} + \Lambda_{3,1ot}^*$ ,  $\Lambda_{3,5}^* = \Lambda_{3,5} +$   
 $+ \Lambda_{4,5}^*$ ,  $\Lambda_{1,5}^* = \Lambda_{1,5} + \Lambda_{2,5}^*$ .

Ciepły schemat zastępczy silnika indukcyjnego sprowadzony do układu  
 trzech ciał wzajemnie cieplnie sprzężonych przedstawiony jest na rys. 13a, b.

Z równania (9) wynikają dla układu trzech ciał następujące zależności:

$$\left. \begin{aligned} a_1 \vartheta_5 - a_2 \vartheta_1 - a_3 \vartheta_3 &= a_4 \\ - b_1 \vartheta_5 + b_2 \vartheta_1 - b_3 \vartheta_3 &= b_4 \\ - c_1 \vartheta_5 - c_2 \vartheta_1 + c_3 \vartheta_3 &= c_4 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

gdzie:

$$a_1 = \Lambda_{1,5}^* + \Lambda_{3,5}^* + \Lambda_{5,ot}, \quad b_1 = \Lambda_{1,5}^*, \quad c_1 = \Lambda_{3,5}^*$$

$$a_2 = \Lambda_{1,5}^*, \quad b_2 = \Lambda_{1,5}^* + \Lambda_{2,4}^{**} + \Lambda_{2,ot}^* - \alpha_{Cu}(\Delta P_{10} + \Delta P_{20}), \quad c_2 = \Lambda_{2,4}^{**}$$

$$a_3 = \Lambda_{3,5}^*, \quad b_3 = \Lambda_{2,4}^*, \quad c_3 = \Lambda_{3,5}^* + \Lambda_{2,4}^* + \Lambda_{3,ot} - \alpha_{Al}(\Delta P_{30} + \Delta P_{40}),$$

$$a_4 = \Delta P_{Fe} + \Lambda_{5,ot} \cdot \vartheta_{ot}^*, \quad b_4 = (\Delta P_{10} + \Delta P_{20}) + \Delta P_{1d} + \Lambda_{2,ot}^{**} \cdot \vartheta_{ot}^*$$

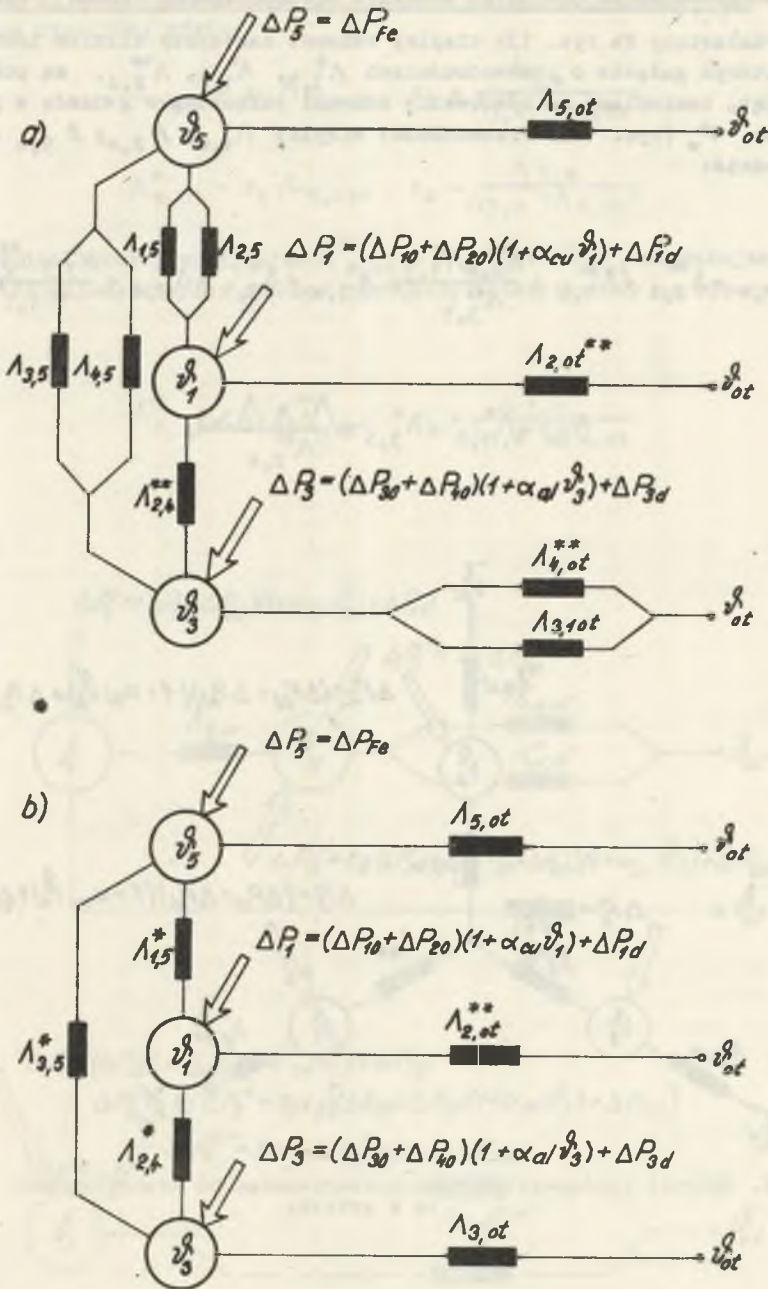
$$c_4 = (\Delta P_{30} + \Delta P_{40}) + \Delta P_{3d} + \Lambda_{3,ot} \cdot \vartheta_{ot}^*$$

zaś

$$\vartheta_5 = \frac{A}{D}; \quad \vartheta_1 = \frac{B}{D}; \quad \vartheta_3 = \frac{C}{D}; \quad (12)$$

gdzie

$$\left. \begin{aligned} A &= (a_2 b_3 + a_3 b_2) c_4 + (a_2 b_4 + a_4 b_2) c_3 + (a_3 b_4 - a_4 b_3) c_2 \\ B &= (a_1 b_3 + a_3 b_1) c_4 + (a_1 b_4 + a_4 b_1) c_3 - (a_3 b_4 - a_4 b_3) c_1 \\ C &= (a_2 b_4 + a_4 b_2) c_1 + (a_1 b_4 + a_4 b_1) c_2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1) c_4 \\ D &= (a_1 b_2 - a_2 b_1) c_3 - (a_1 b_3 + a_3 b_1) c_2 - (a_2 b_3 + a_3 b_2) c_1 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$



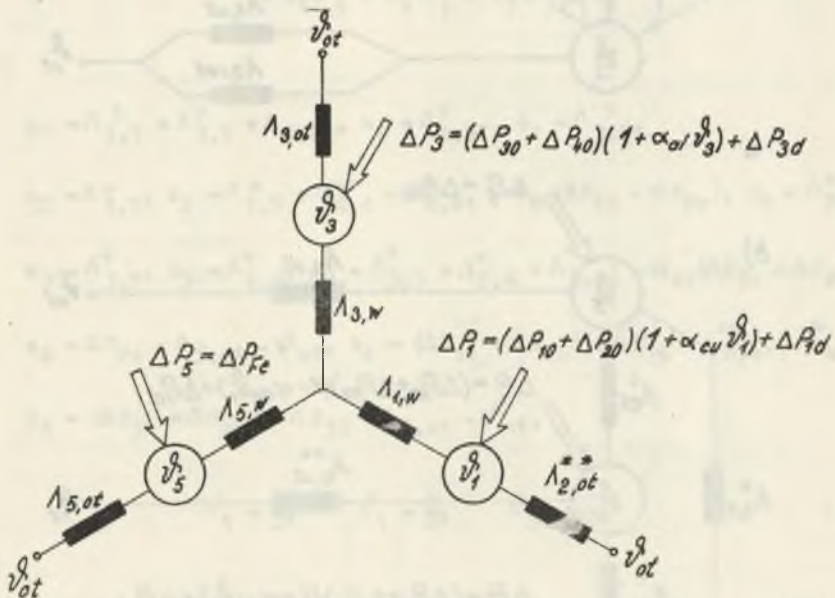
Rys. 13. Ciepły schemat zastępczy silnika indukcyjnego sprowadzony do układu 3 ciał wzajemnie cieplnie sprzężonych

## 2.2. Sprowadzanie cieplnego schematu zastępczego do układu 1 ciała

Przedstawiony na rys. 13b cieplny schemat zastępczy silnika indukcyjnego, w którym gałęzie o przewodnościach  $\Lambda_{3,5}^*$ ,  $\Lambda_{1,5}^*$ ,  $\Lambda_{2,4}^{**}$  są połączone w trójkąt, zamieniamy na równoważny schemat połączony w gwiazdę z punktem węzłowym  $v_w^{\theta}$  (rys. 14). Przewodności cieplne  $\Lambda_{1,w}$ ;  $\Lambda_{2,w}$ ;  $\Lambda_{5,w}$  wynoszą odpowiednio:

$$\Lambda_{1,w} = \Lambda_{2,4}^{**} + \Lambda_{1,5}^* + \frac{\Lambda_{2,4}^{**} \Lambda_{1,5}^*}{\Lambda_{3,5}^{**}}; \quad \Lambda_{3,w} = \Lambda_{3,5}^* + \Lambda_{2,4}^{**} + \frac{\Lambda_{3,5}^* \Lambda_{2,4}^{**}}{\Lambda_{1,5}^*}$$

$$\Lambda_{5,w} = \Lambda_{1,5}^* + \Lambda_{3,5}^* + \frac{\Lambda_{1,5}^* \Lambda_{3,5}^*}{\Lambda_{2,4}^{**}};$$



Rys. 14. Schemat zastępczy silnika elektrycznego po transfiguracji trójkąta w gwiazdę



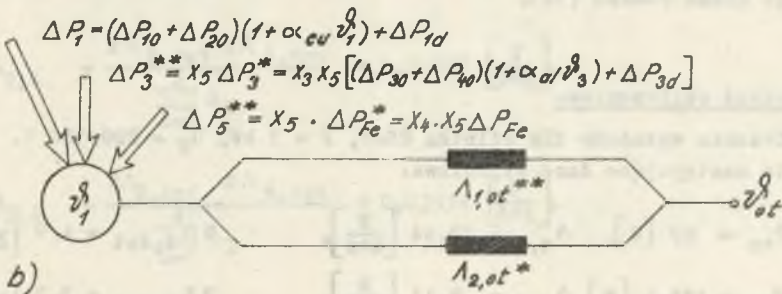
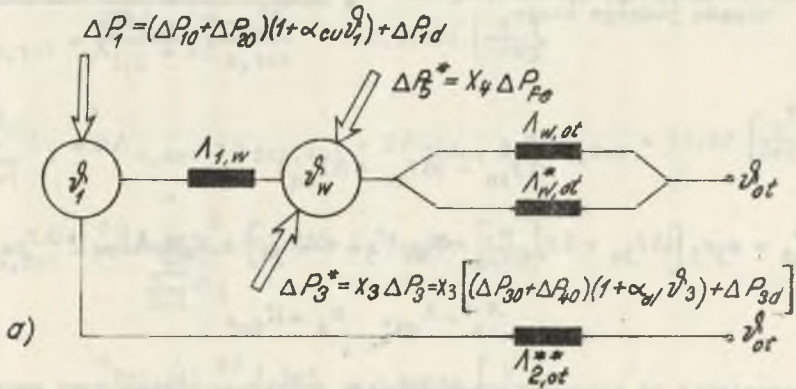
Następnie zredukujemy węzeł  $v_3^*$  oraz  $v_5^*$  otrzymując schemat zastępczy podany na rys. 15a, gdzie:

$$\Lambda_{w,ot} = x_3 \Lambda_{3,ot}^* \quad x_3 = \frac{\Lambda_{3,w}}{\Lambda_{3,w} + \Lambda_{3,ot}^*};$$

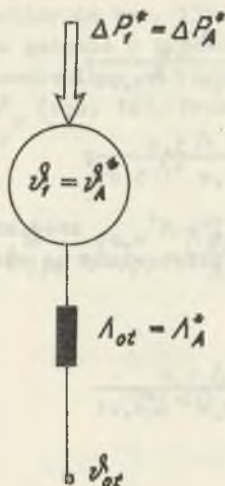
$$\Lambda_{w,ot}^* = x_4 \Lambda_{5,ot}^* \quad x_4 = \frac{\Lambda_{5,w}}{\Lambda_{5,w} + \Lambda_{5,ot}^*};$$

W dalszej kolejności przyjmując  $\Lambda_{w,ot}^{**} = \Lambda_{w,ot} + \Lambda_{w,ot}^*$  zredukujemy węzeł  $v_w^*$  i otrzymujemy cieplny schemat zastępczy przedstawiony na rysunku 15b, gdzie:

$$\Lambda_{1,ot}^{**} = x_5 \Lambda_{w,ot}^{**} \quad x_5 = \frac{\Lambda_{1,w}}{\Lambda_{1,w} + \Lambda_{w,ot}^{**}}$$



Rys. 15. Dalsze fazy przekształcania schematu cieplnego z rys. 14



Rys. 16. Ciepły schemat zastępczy silnika indukcyjnego sprowadzony do układu jednego ciała

Następnie łączymy przewodności  $\Lambda_{ot} = \Lambda_{1,ot}^{**} + \Lambda_{2,ot}^*$  i otrzymujemy ciepły schemat zastępczy sprowadzony do jednego ciała, przedstawiony na rys. 16.

Temperaturę wybranego elementu silnika, do którego sprowadzono ciepły schemat zastępczy układu "n" ciał wzajemnie cieplnie sprzężonych, obliczamy z zależności (8)

$$v_1 = v_A^* = \frac{\Delta P_{Ao}^* + \Delta P_{Ad}^* + \Lambda_A^* \cdot v_{ot}^g}{\Lambda_A^* - \alpha_A \cdot \Delta P_{Ao}^*}$$

gdzie:

$$\Delta P_{Ao}^* = (\Delta P_{1o} + \Delta P_{2o})$$

$$\Delta P_{ad}^* = x_3 x_5 [(\Delta P_{3o} + \Delta P_{4o})(1 + \alpha_{Al} v_3^g) + \Delta P_{3d}] + x_4 x_5 \Delta P_{Fe} + \Delta P_{1s}$$

$$\Lambda_A^* = \Lambda_{ot}, \quad \alpha_A = v_{Cu}^g$$

Korzystanie ze schematu sprowadzonego do jednego ciała jest uwarunkowane znajomością temperatury  $v_3^g$  (klatki wirnika). Można ją wyznaczyć rozwiązując układ równań (12).

### 3. Przykład obliczeniowy

Obliczenia wykonano dla silnika SZJe,  $P = 3 \text{ kW}$ ,  $U_N = 220/380 \text{ V}$ . Przyjęto następujące dane wyjściowe:

$$\begin{aligned} \Delta P_{1o} &= 89 \text{ [W]}, & \Lambda_{1,5} &= 12,44 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], & 2\Lambda_{4,4ot} &= 4,9 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], \\ \Delta P_{2o} &= 119,5 \text{ [W]}, & \Lambda_{3,5} &= 2,11 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], & 2\Lambda_{6,4ot} &= 3,2 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{3o} &= 89,4 \text{ [W]}, & \Lambda_{3,8} &= 9,07 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], & 2\Lambda_{7,4ot} &= 3,6 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right] \\ \Delta P_{4o} &= 22,35 \text{ [W]}, & \Lambda_{5,6} &= 17,54 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], & 2\Lambda_{7,2ot} &= 3,6 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right] \\ \Delta P_{1d} &= 7 \text{ [W]}, & 2\Lambda_{1,2} &= 22,9 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], & 2\Lambda_{8,1ot} &= 0,3732 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right] \\ \Delta P_{3d} &= 7 \text{ [W]}, & 2\Lambda_{3,4} &= 33,9 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], & \Lambda_{6,3ot} &= 22,71 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right] \\ \Delta P_{Fe} &= 143 \text{ [W]}, & 2\Lambda_{2,4ot} &= 3,52 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right], \\ \alpha_{Cu} &= 0,004 \left[ \frac{1}{\text{deg}} \right], & \alpha_{Al} &= 0,0037 \left[ \frac{1}{\text{deg}} \right] \end{aligned}$$

### 3.1. Obliczenie parametrów cieplnego schematu zastępczego sprowadzonego do układu trzech ciał ( $v_1^*$ , $v_3^*$ , $v_5^*$ )

$$\Lambda_{2ot,4ot} = \frac{2\Lambda_{7,4ot} \Lambda_{7,2ot}}{\Lambda_{7,4ot} + \Lambda_{7,2ot}} = 1,8 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right],$$

$$\Lambda_{3,1ot} = \frac{2\Lambda_{3,8} \Lambda_{8,1ot}}{\Lambda_{3,8} + 2\Lambda_{8,1ot}} = 0,35834 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right],$$

$$\sum_{h=1}^4 \Lambda_I = 2\Lambda_{6,4ot} + \Lambda_{2ot,4ot} + 2\Lambda_{4,4ot} + 2\Lambda_{2,4ot} = 13,42 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right],$$

$$\Lambda_{6,2ot} = \frac{2\Lambda_{6,4ot} \Lambda_{2ot,4ot}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_I} = 0,42921 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right],$$

$$\Lambda_{4,2ot} = \frac{\Lambda_{2ot,4ot} 2\Lambda_{4,4ot}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_I} = 0,65723 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right],$$

$$\Lambda_{2,4} = \frac{2\Lambda_{2,4ot} 2\Lambda_{4,4ot}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_I} = 1,28525 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right],$$

$$\Lambda_{2,6} = \frac{2\Lambda_{2,4ot} 2\Lambda_{6,4ot}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_I} = 0,83934 \left[ \frac{\text{W}}{\text{deg}} \right],$$

$$\Lambda_{4,6} = \frac{2 \Lambda_{6,4ot} 2 \Lambda_{4,4ot}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_I} = 1,1684 \left[ \frac{W}{deg} \right]$$

$$\Lambda_{2,2ot} = \frac{\Lambda_{2ot,4ot} 2 \Lambda_{2,4ot}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_I} = 0,47213 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$t_{1,ot}^* = t_{2,ot}^* = t_{3,ot}^* = t_{ot}^* = 20^{\circ}C,$$

$$\Lambda_{6,ot} = \Lambda_{6,2ot} + \Lambda_{6,3ot} = 23,13921 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\sum_{h=1}^4 \Lambda_{II} = \Lambda_{6,pt} + \Lambda_{4,6} + \Lambda_{2,6} + \Lambda_{5,6} = 42,68695 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{4,ot}^* = \frac{\Lambda_{6,ot} \Lambda_{4,6}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_{II}} = 0,63335 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{2,4}^* = \frac{\Lambda_{4,6} \Lambda_{2,6}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_{II}} = 0,02297 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad \Lambda_{2,5} = \frac{\Lambda_{2,6} \Lambda_{5,6}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_{II}} = 0,3449 \left[ \frac{W}{deg} \right]$$

$$\Lambda_{5,ot} = \frac{\Lambda_{5,6} \Lambda_{6,ot}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_{II}} = 9,5079 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad \Lambda_{2,ot}^* = \frac{\Lambda_{6,ot} \Lambda_{2,6}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_{II}} = 0,45498 \left[ \frac{W}{deg} \right]$$

$$\Lambda_{4,5} = \frac{\Lambda_{4,6} \Lambda_{5,6}}{\sum_{h=1}^4 \Lambda_{II}} = 0,4801 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{2,4}^{**} = \Lambda_{2,4} + \Lambda_{2,4}^* = 1,308212 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{2,ot}^{**} = \Lambda_{2,2ot} + \Lambda_{2,ot}^* = 0,92711 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad \Lambda_{4,ot}^{**} = \Lambda_{4,2ot} + \Lambda_{4,ot}^* =$$

$$= 1,290578 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{3,ot} = \Lambda_{4,ot}^{**} + \Lambda_{3,1ot} = 1,64892 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{3,5}^* = \Lambda_{3,5} + \Lambda_{4,5} = 2,59 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad \Lambda_{1,5}^* = \Lambda_{1,5} + \Lambda_{2,5} = 14,7849 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$a_1 = 26,8828 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad a_2 = 14,7849 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad a_3 = 2,59 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad a_4 = 333,1573 \left[ \frac{W}{deg} \right]$$

$$b_1 = 14,7849 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad b_2 = 16,1862 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad b_3 = 1,3082 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad b_4 = 234,0422 \left[ \frac{W}{deg} \right]$$

$$c_1 = 2,59 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad c_2 = 1,3082 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad c_3 = 5,1336 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad c_4 = 151,7284 \left[ \frac{W}{deg} \right]$$

$$\text{stad } \vartheta_5^* = 65,09 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad \vartheta_1^* = 80,8 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad \vartheta_3^* = 83,44 \text{ [}^\circ\text{C]}.$$

### 3.2. Obliczenie parametrów cieplnego schematu zastępczego sprowadzonego do układu jednego ciała $\check{V}_1$

$$\Lambda_{1,w} = \Lambda_{2,4}^{**} + \Lambda_{1,5}^* + \frac{\Lambda_{2,4}^* \Lambda_{1,5}^*}{\Lambda_{3,5}^*} = 23,5607 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{3,w} = \Lambda_{3,5}^* + \Lambda_{2,4}^{**} + \frac{\Lambda_{3,5}^* \Lambda_{2,4}^{**}}{\Lambda_{1,5}^*} = 4,1275 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{5,w} = \Lambda_{1,5}^* + \Lambda_{3,5}^* + \frac{\Lambda_{1,5}^* \Lambda_{3,5}^*}{\Lambda_{2,4}^{**}} = 46,646 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$x_3 = \frac{\Lambda_{3,w}}{\Lambda_{3,w} + \Lambda_{3,ot}} = 0,7145 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad x_4 = \frac{\Lambda_{5,w}}{\Lambda_{5,w} + \Lambda_{5,ot}} = 0,8307 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{w,ot} = x_3 \Lambda_{3,ot} = 1,1782 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad \Lambda_{w,ot}^* = x_4 \Lambda_{5,ot} = 7,898 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Lambda_{w,ot}^{**} = \Lambda_{w,ot} + \Lambda_{w,ot}^* = 9,0762 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad x_5 = \frac{\Lambda_{1,w}}{\Lambda_{1,w} + \Lambda_{w,ot}^{**}} = 0,7219 \left[ \frac{W}{deg} \right]$$

$$\Lambda_{1,ot}^{**} = x_5 \Lambda_{w,ot}^{**} = 6,5522 \left[ \frac{W}{deg} \right], \quad \Lambda_{ot} = \Lambda_{1,ot}^{**} + \Lambda_{2,ot}^{**} = 7,4793 \left[ \frac{W}{deg} \right],$$

$$\Delta P_{Ao}^* = \Delta P_{1o} + \Delta P_{2o} = 208,5 \text{ [W]},$$

$$\begin{aligned} \Delta P_{Ad}^* &= \Delta P_{1d} + x_3 x_5 \left[ (\Delta P_{3o} + \Delta P_{4o}) (1 + \alpha_{A1} v_3^*) + \Delta P_{3d} \right] + x_4 x_5 \Delta P_{Fe} = \\ &= 175,24 \text{ [W]}, \end{aligned}$$

$$v_1^* = \frac{\Delta P_{Ao}^* + \Delta P_{Ad}^* + \Lambda_{A}^* v_{ot}^*}{\Lambda_A^* - \alpha_A \Delta P_{Ao}^*} = 80,26 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

### 3.3. Obliczenie rozkładu temperatur w węzłach siatki cieplnej, niesprowadzonego cieplnego schematu zastępczego silnika elektrycznego

W celu sprawdzenia przedstawionej metody obliczeń i określenia ustalonych temperatur w węzłach siatki cieplnej składającej się z "n" ciał, rozwiązano układ 9 równań liniowych o stałych współczynnikach (10).

Uzyskano następujące wyniki:

$$v_1^* = 79 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad v_2^* = 83,07 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad v_3^* = 83,98 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad v_4^* = 82,24 \text{ [}^\circ\text{C]},$$

$$v_5^* = 63,95 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad v_6^* = 41 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad v_7^* = 42,14 \text{ [}^\circ\text{C]}, \quad v_8^* = 81,45 \text{ [}^\circ\text{C]},$$

$$v_{4,ot}^* = 64,27 \text{ [}^\circ\text{C]}.$$

### 4. Zakończenie

Z porównania wartości temperatur występujących w węźle  $v_1^*$ , cieplnego schematu zastępczego maszyny elektrycznej złożonego z układu:

- a)  $n = 9$  ciał  $v_1^* = 79 \text{ [}^\circ\text{C]},$
- b)  $n = 3$  ciał  $v_1^* = 80,8 \text{ [}^\circ\text{C]},$
- c)  $n = 1$  ciał  $v_1^* = 80,26 \text{ [}^\circ\text{C]}$

wynika dobra zgodność przemawiająca za poprawnością przyjętego sposobu obliczeń.

## LITERATURA

- [1] Hak J.: Wärmequellen-Netze elektrischer Maschinen. Elektrotechnik und Maschinenbau. H. 11, 1959.
- [2] Hak J.: Zwei Ergänzungen zur Wärmequellen-Netzmethod. Archiv für Elektrotechnik. H. 6, 1960.
- [3] Sčastlivyj G.G.: Nagrevanie zakrytych asinchronnyoh elektrodvigatelej. Izd. Naukova Dumka, Kiev 1966.

Przyjęto do druku w czerwcu 1974 r.

МЕТОД ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ТЕПЛОВЫХ  
СХЕМ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИНАХ В СТАЦИОНАРНЫХ  
ПРОЦЕССАХ

## Р е з ю м е

Описан метод преобразования тепловой схемы электрической машины. Тепловая сеть асинхронного двигателя, состоящая из девяти тепловых элементов, была уменьшена до эквивалентной схемы, состоящей из трех или одного элемента.

В статье приводится пример расчета.

METHOD OF TRANSFORMATION OF THERMAL  
NETWORKS OF ELECTRIC MACHINE IN  
STEADY STATE CONDITIONS

## S u m m a r y

Thermal networks of electrical machines in steady state, represented with nine thermal bodies are reduced to three or to one body.

As illustration of the method was the thermal network of induction motor particularly calculated.