

Zbigniew Ryczko

Zakład Maszyn Elektrycznych  
Politechniki Śląskiej

## ZASTOSOWANIE TECHNIKI ANALOGOWEJ DO BADANIA WŁASNOŚCI KOMUTACYJNYCH SZCZOTEK W MASZYNACH PRĄDU STAŁEGO

**Streszczenie.** Przedstawiono model analogowy obwodu komutacji przy szerokości działki komutatora równej szerokości szczotki. Zbadano wpływ nieliniowości charakterystyki napięciowo-prądowej szczotki na przebieg prądu w zwoju komutującym. Oceniono własności komutacyjne różnych szczotek w szerokim zakresie zmian prędkości obrotowej maszyny prądu stałego.

### 1. Wstęp

Maszyny matematyczne dają duże możliwości w rozwiązywaniu problemu komutacji maszyn komutatorowych prądu stałego i przemiennego. Zagadnienia związane ze zmianą kierunku prądu w zwoju przy przejściu z jednej gałęzi równoległej do drugiej oraz z pracą komutatora i szczotek są bardzo skomplikowane.

Analityczne rozwiązanie równań różniczkowych opisujących proces komutacji jest utrudnione wskutek ich nieliniowości. Wykorzystanie do tego celu elektronicznej techniki obliczeniowej umożliwia analizę (bez stosowanych w praktycznych obliczeniach uproszczeń) własności komutacyjnych uzwojeń, określenie wpływu szczotek na przebieg komutacji, wybór optymalnego współczynnika pokrycia itp. Właściwy dobór szczotek ma szczególne znaczenie w maszynach prądu stałego bez biegunów pomocniczych, małej mocy a także w uniwersalnych silnikach prądu stałego i przemiennego.

Porównując wady i zalety cyfrowych i analogowych maszyn w zastosowaniu do rozwiązania procesu komutacji, widoczna jest przewaga tych ostatnich. Trudności stwarza wprowadzenie do maszyny cyfrowej charakterystyk napięciowo-prądowych szczotek oraz uwzględnienie różnych kształtów siły elektromotorycznej indukowanej w zwoju komutującym.

Przy badaniach na maszynach analogowych istnieje możliwość jednoczesnej rejestracji szeregu wielkości wyjściowych, takich jak:

- prądu i jego pochodnej w zwoju komutującym,
- prądów w doprowadzeniach do działek komutatora,
- gęstości prądów w zbiegającym i nabiegającym krańcu szczotki,
- spadków napięć na zbiegającym i nabiegającym krańcu szczotki.

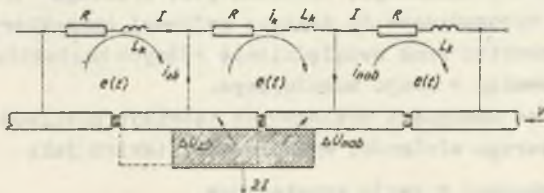
Wyliczenie każdej z tych wielkości na maszynie cyfrowej wymaga ułożenia odrębnego algorytmu. Wprowadzenie dowolnych zmian parametrów obwodu komutacyjnego i charakteru wymuszenia jest stosunkowo proste w maszynie analogowej, a odpowiedni wybór współczynnika transformacji czasu zapewnia krótkie czasy rozwiązywania oraz dokładne (określone przez klasę maszyny) wyniki. Metody obliczania i wyznaczania parametrów równań różniczkowych nie zapewniają ponadto dokładności odpowiadającej możliwościom maszyn cyfrowych.

Przy badaniach własności komutacyjnych szczotek poczyniono szereg założeń upraszczających dotyczących jedynie wielkości i rozmiarów analogowego modelu obwodu komutacji:

- szerokość działki komutatora równa jest szerokości szczotki; (współczynnik pokrycia  $\beta = 1$ ),
- rezystancje zwojów, współczynniki indukcyjności własnej są jednakowe i nie zależą od prądu i położenia wirnika,
- pomija się rezystancje doprowadzeń,
- charakterystyki napięciowo-prądowe różniemiennych szczotek są jednakowe a szczotki są umieszczone w strefie neutralnej,
- prądy w gałęziach równoległych i indukcja w analogicznych punktach pod wszystkimi biegunami są sobie równe,
- gęstość prądu w kontakcie szczotkowym jest określona przez iloraz prądu chorągiewki i część powierzchni szczotki przykrywającej daną działkę,
- liczba par biegunów  $p = 1$ ,
- liczba par gałęzi równoległych  $a = 1$ .

## 2. Model analogowy, opis działania

Przy pominięciu wpływu czynników natury mechanicznej na komutację obowiązuje, zgodnie ze schematem obwodu komutacji (rys. 1), równanie różnicz-



Rys. 1. Schemat zastępczy zwoju komutującego

kowe opisujące proces przy stałej prędkości obrotowej wirnika i przy szerokości działki komutatorowej równej szerokości szczotki

$$e(t) - \Delta U_{nab}(j_{nab}) + \Delta U_{zb}(j_{zb}) =$$

$$= L_k \cdot \frac{di_k}{dt} + i_k R \quad (1)$$

$$I + i_k = i_{zb}$$

$$I - i_k = i_{nab}$$

gdzie:

$L_k$  - indukcyjność własna zwoju komutującego,

$R$  - rezystancja zwoju komutującego,

$e(t)$  - siła elektromotoryczna rotacji indukowana w zwoju komutującym polem biegunów pomocniczych,

$I$  - prąd gałęzi równoległej,

$\Delta U_{nab}(j_{nab}), \Delta U_{zb}(j_{zb})$  - spadki napięć na nabiegającej bądź zbiegającej części szczotki.

Równanie (1) opisuje przebieg prądu w zewojach komutujących jednocześnie pod wszystkimi szczotkami, jeśli tylko ilość działek przypadająca na parę biegunów jest liczbą całkowitą.

Gęstość prądu w nabiegającej lub zbiegającej części szczotki określa stosunek prądu w odpowiedniej chorągiewce do powierzchni styku szczotki z nabiegającą lub zbiegającą działką komutatora.

$$j_{nab} = \frac{i_{nab}}{S_{nab}} \quad (2)$$

$$j_{zb} = \frac{i_{zb}}{S_{zb}}$$

$$S_{nab} = S_{szcz} \frac{t}{T_k}$$

$$S_{zb} = S_{szcz} \left(1 - \frac{t}{T_k}\right) \quad (3)$$

$$t \in \langle 0, T_k \rangle$$



W miarę kolejnego wchodzenia w strefę neutralną coraz to nowych zezwo-  
jów, powtarzający się cyklicznie przebieg komutacji pozwala na podanie wa-  
runków początkowych i końcowych

$$i_{nab}(0) = 0 \quad i_{nab}(T_k) = 2 I$$

$$i_{zb}(0) = 2 I \quad i_{zb}(T_k) = 0$$

$$i_k(0) = I \quad i_k(T_k) = -I$$

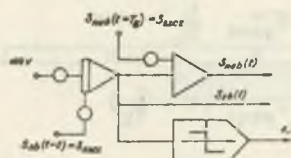
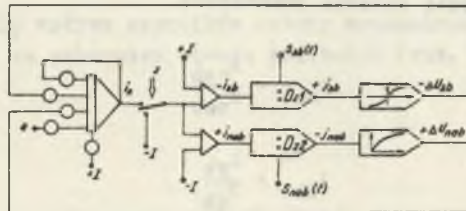
$$j_{nab}(0) = 0 \quad j_{nab}(T_k) = \frac{2 I}{S_{szcz}}$$

$$j_{zb}(0) = \frac{2 I}{S_{szcz}} \quad j_{zb}(T_k) = 0$$

$$S_{nab}(0) = 0 \quad S_{nab}(T_k) = S_{szcz}$$

$$S_{zb}(0) = S_{szcz} \quad S_{zb}(T_k) = 0$$

oraz narzuca taki model analogowy, który umożliwi otrzymanie jednorazowe-  
go asymptotycznego rozwiązania w czasie od  $t = 0$  do  $t = T_k$ . Wymienione wa-  
runki oraz równanie (1) stanowią podstawę do zbudowania zgodnie z reguła-  
mi techniki analogowej, modelu obwodu komutacji którego schemat blokowy  
podano na rys. 2. W jego skład wchodzi oprócz liniowych elementów opera-  
cyjnych układy dzielące i diodowe generatory funkcji. Pierwsze z nich rea-  
lizują, nie bez pewnych trudności, operację dzielenia, w wyniku której o-  
trzymujemy gęstości prądu w odpowiednich krańcach szczotki. Początek li-



$$z = 1 \text{ gdy } t = T_k \quad (S_{zb} = 0)$$

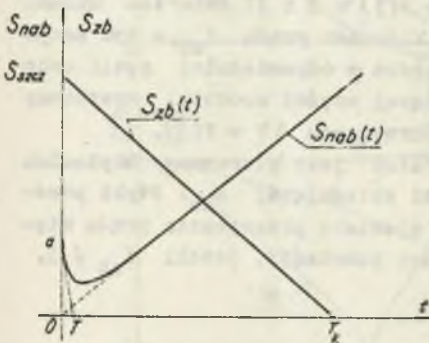
$$z = 0 \text{ gdy } t \in (0, T_k)$$

$$r = 1 \text{ gdy } t > T_k \text{ (stop nastąpił)}$$

Rys. 2. Schemat blokowy modelowanego obwodu komutacji

czenia w układzie dzielącym Dz 2 dla  $t = 0$  odpowiada dzieleniu przez zero. Jest to zadanie niemożliwe do rozwiązania dla maszyny matematycznej, pomimo tego że funkcja  $j_{nab}(0)$  jest określona i równa zero. W celu uniknięcia tych trudności do sygnału dzielnika dodaje się stabilizującą funkcję wykładniczą [4]

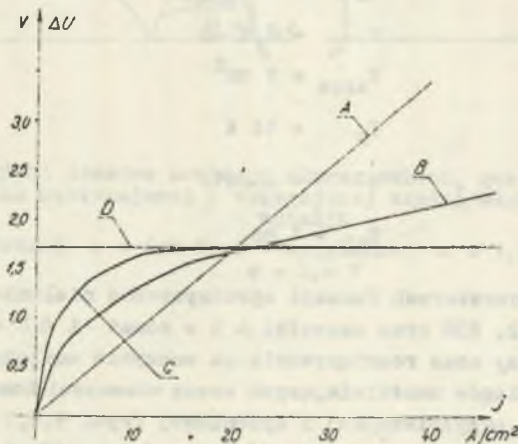
$$j_{nab}(0) \approx \frac{i_{nab}}{S_{nab} + a e^{-\frac{t}{T}}} \quad (4)$$



Rys. 3. Przebieg czasowy powierzchni styku części nabiegającej i zbiegającej szczotki z komutatorem

Odpowiedni dobór stałej  $a$  i czasu  $T$  ( $a = 25\%$  jednostki maszynowej,  $T = 0,05 T_k$ ) zapewnia szybkie zanikanie funkcji błędu i minimalny błąd wartości  $j_{nab}(t)$  (rys. 3).

Charakterystyki spadku napięcia na szczotce  $\Delta U = f(j)$  są nieliniową funkcją gęstości prądu. Nieliniowość tych charakterystyk wynika ze zjawisk fizycznych zachodzących w styku między szczotką i komutatorem. Przy małych gęstościach prądu zachodzi przewodnictwo galwaniczne mikropowierzchni stykowych w kontakcie szczotka-komutator, na sku-



- A.  $R = \text{const}$
- B. E22
- C. E30
- D.  $\Delta U = \text{const}$

Rys. 4. Charakterystyki statyczne szczotek  $\Delta U = f(j)$

tek czego charakterystyka  $\Delta U = f(j)$  jest prostoliniowa. Przy większym obciążeniu szczotki występuje przewodnictwo jonowe warstwy kontaktowej, które powoduje zmniejszenie rezystancji przejścia i w konsekwencji zagięcie charakterystyki spadku napięcia. Kształt tych charakterystyk zależy od wielu czynników, głównie od rodzaju materiału szczotki, polityry komutatora i odkierunku prądu w szczotce.

Charakterystyki 4 typów szczotek spotykanych w praktyce eksploatacyjnej oraz w przybliżonej analizie teoretycznej aproksymowano przy pomocy odcinków linii prostej w diodowych generatorach funkcji modelu analogowego (rys. 4). Dla zbiegającej części szczotki zachodzi konieczność uwzględnienia przedziału zmienności funkcji  $\Delta U = f(j)$  w I i II ćwiartce układu współrzędnych. Spowodowane to jest zmianą kierunku prądu  $i_{zb}$ , a tym samym zmianą znaków gęstości prądu i spadku napięcia w odpowiedniej pętli modelu przy tzw. przekomutowaniu. Dla nabiegającej części szczotki wystarczy uwzględnienie tylko I ćwiartki układu współrzędnych  $\Delta U = f(j)$ .

Komparator generujący sygnał z oraz "stop" jest sterowany napięciem proporcjonalnym do powierzchni styku części zbiegającej  $S_{zb}$ . Styki przełącznika P modelują w przybliżony sposób zjawisko przerywania prądu między zbiegającą działką i szczotką przy końcu komutacji, jeżeli  $i_{zb} \neq I$ .

### 3. Wyniki modelowania

Zamodelowano obwód komutacji o następujących parametrach:

$$L_k = 0,2 \text{ mH}$$

$$R = 0,15 \Omega$$

$$S_{szcz} = 1 \text{ cm}^2$$

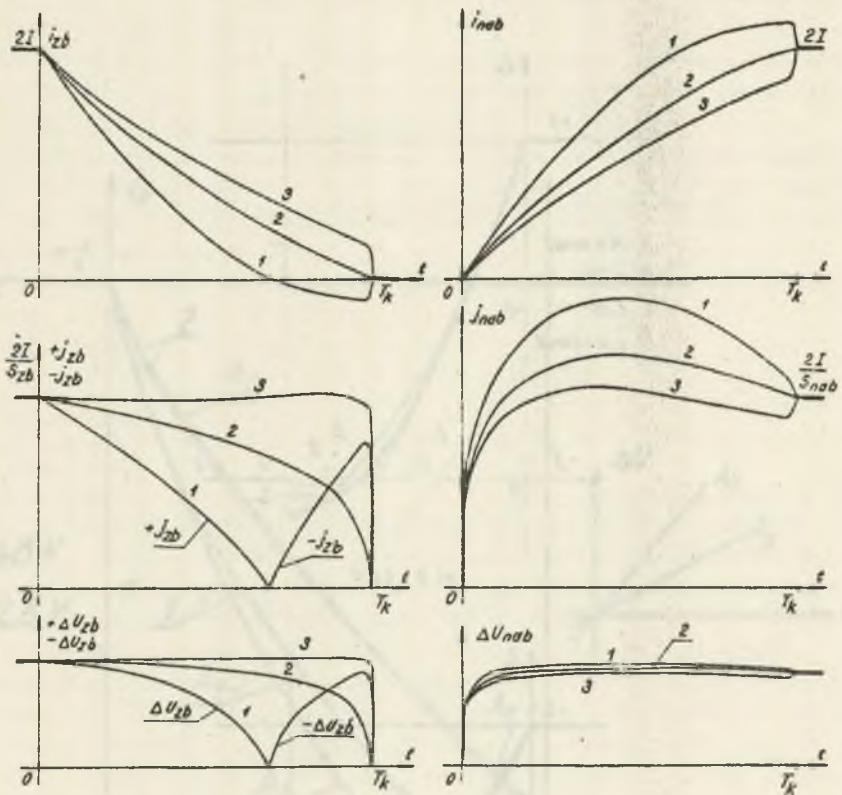
$$I_N = 14 \text{ A}$$

$$e = \text{const.}$$

$$T_{kN} = 1 \text{ ms.}$$

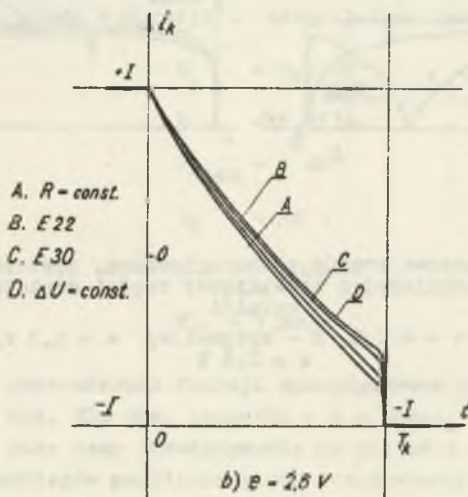
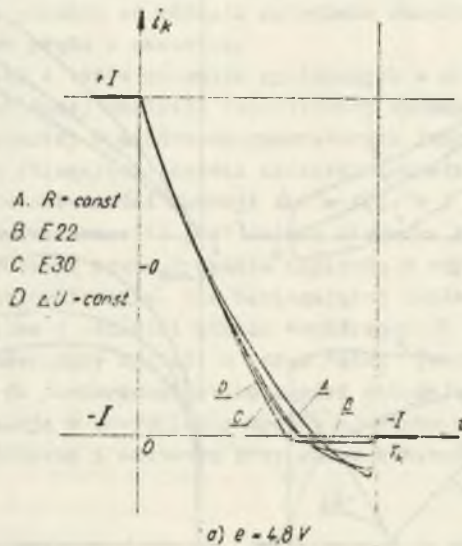
W diodowych generatorach funkcji aproksymowano nieliniowe charakterystyki szczotek E22, E30 oraz szczotki o  $R = \text{const}$  i  $\Delta U = \text{const}$ . Zwalniając około 4000 razy czas rozwiązywania na maszynie analogowej zarejestrowano szereg przebiegów umożliwiających ocenę własności komutacyjnych szczotek dla komutacji przyspieszonej i opóźnionej (rys. 5,6,7,8). Na rys. 5 przedstawiono uzyskane przebiegi prądów, gęstości prądów i spadków napięć dla jednej szczotki przy różnych słach elektromotorycznych rotacji indukowanych w zwoju komutującym.





Rys. 5. Przebiegi czasowe prądów w chorągiewkach, gęstości prądów i spadków napięcia na nabiegającej i zbiegającej części szczotki E22 przy komutacji

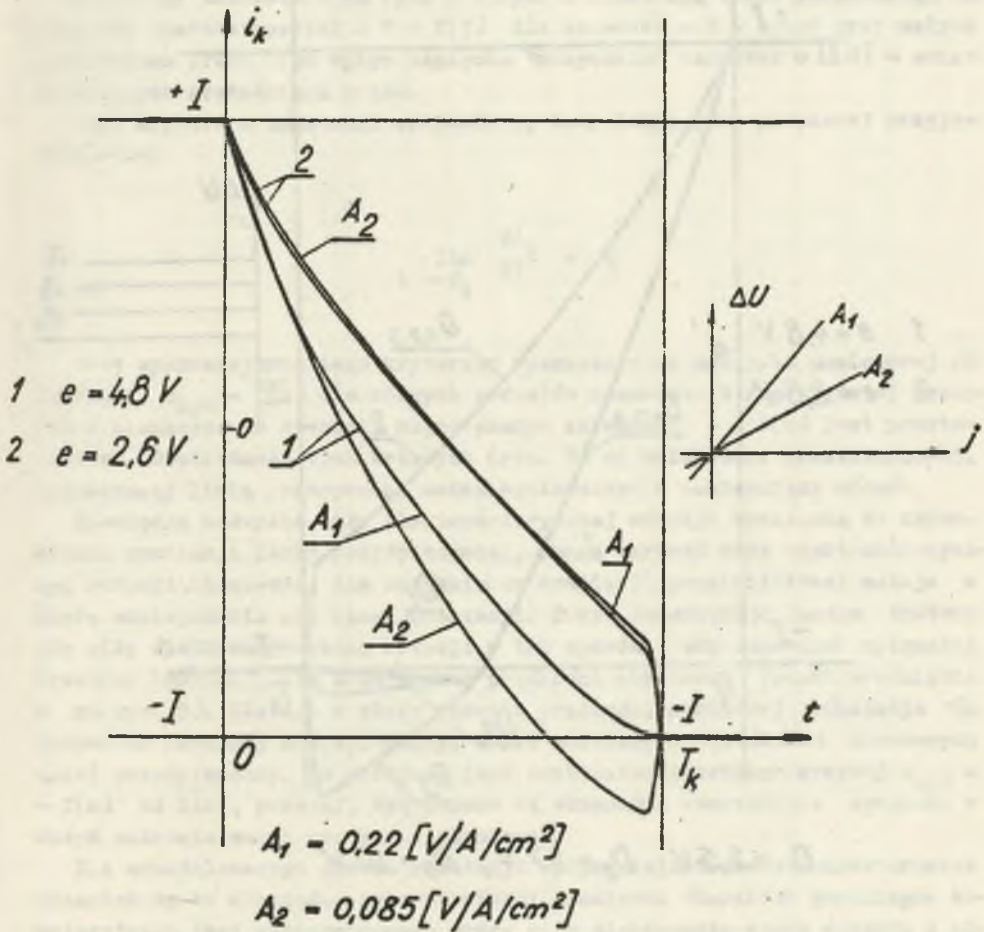
1 - przyspieszonej  $e = 4,8$  V, 2 - optymalnej  $e = 3,3$  V, 3 - opóźnionej  $e = 2,6$  V



Rys. 6a,b. Przebiegi czasowe prądu w zwoju komutującym przy zastosowaniu różnych szczotek i przy komutacji

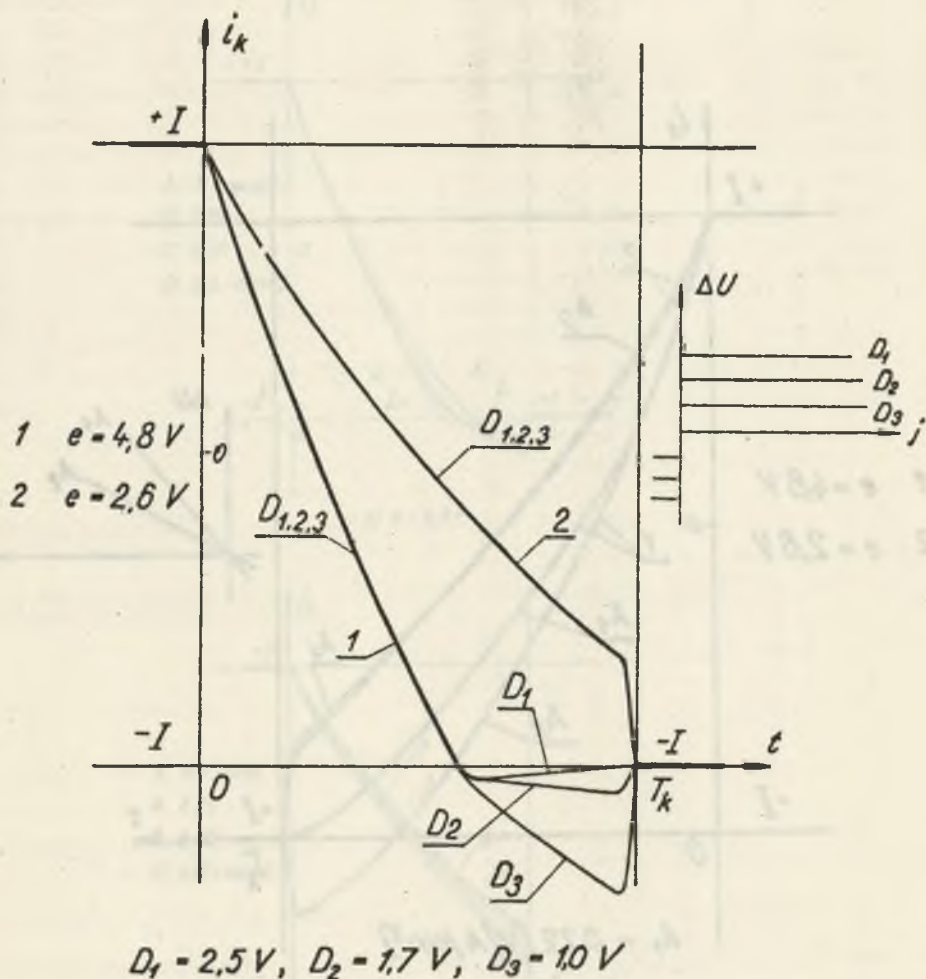
a) przyśpieszonej  $e = 4,8 \text{ V}$ , b) opóźnionej  $e = 2,6 \text{ V}$





Rys. 7. Przebiegi czasowe prądu w zwoju komutującym przy zastosowaniu szczotki o  $R = \text{const}$  i przy komutacji

1 - przyśpieszonej  $e = 4,8 V$ , 2 - opóźnionej  $e = 2,6 V$



Rys. 8. Przebiegi czasowe prądu w zwoju komutującym przy zastosowaniu szczotki o  $|\Delta U| = \text{const}$  i przy komutacji

1 - przyspieszonej  $e = 4,8 V$ , 2 - opóźnionej  $e = 2,6 V$

Przebiegi prądów w zwoju komutującym przy komutacji przyspieszonej i opóźnionej dla  $e = \text{const}$  i przy zastosowaniu różnych szczotek podaje rysunek 6a,b, który ułatwia porównanie wpływu nieliniowości charakterystyki  $\Delta U = f(j)$  na komutację.

Własności tłumiące szczotek o silnie zakrzywionej charakterystyce spadku napięcia dobre przy przekomutowaniu pogarszają się w miarę zmiany charakteru komutacji w kierunku niedokomutowania.

Przebiegi zestawione na rys. 7 i rys. 8 ilustrują wpływ początkowego nachylenia charakterystyki  $\Delta U = f(j)$  dla szczotek o  $R = \text{const}$  przy małych gęstościach prądu oraz wpływ napięcia "nasylenia" szczotek o  $|\Delta U| = \text{const}$  przy dużych gęstościach prądu.

Jako kryterium komutacji optymalnej, tzn. lekko przyspieszonej przyjęto warunek

$$\lim_{t \rightarrow T_k} \frac{di_k}{dt} = 0$$

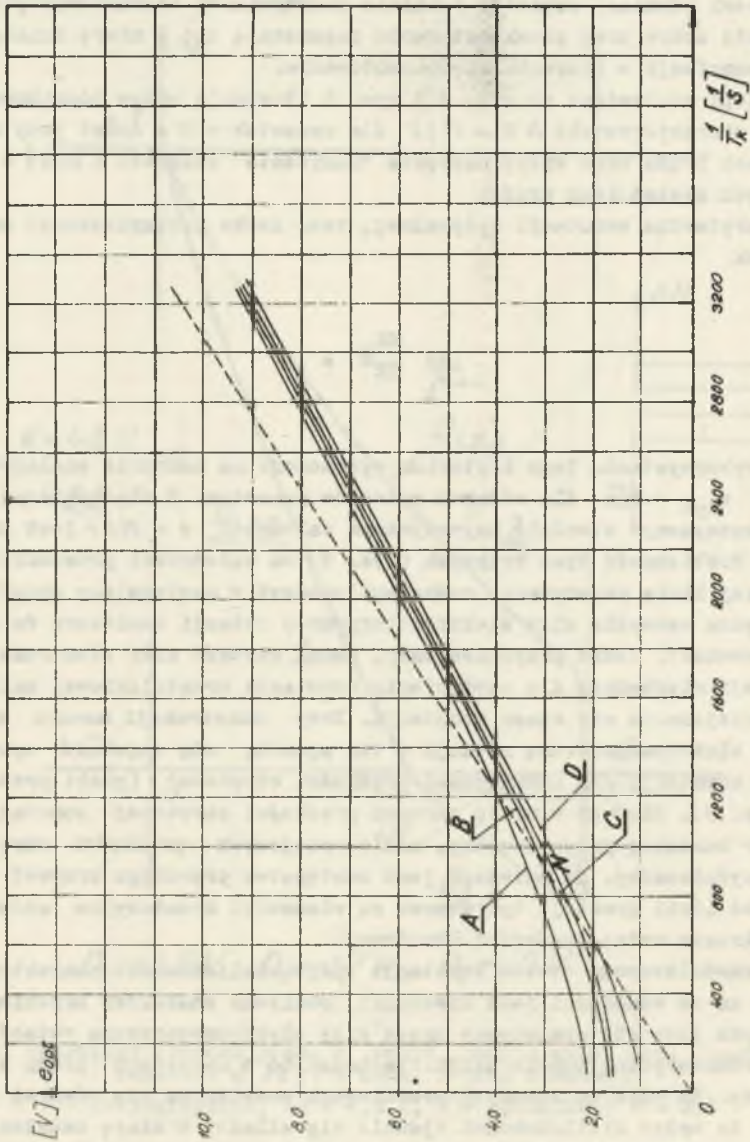
Przy wykorzystaniu tego kryterium wyznaczono na maszynie analogowej zależności  $e_{\text{opt}} = f(n)$  dla różnych rodzajów szczotek. W rzeczywistej maszynie o nienasyconym obwodzie magnetycznym zależność  $e = f(n)$  jest prostoliniowa. Rozbieżność tych krzywych (rys. 9) od zależności prostoliniowej, zaznaczonej linią przerywaną, można wytłumaczyć w następujący sposób.

Niezbędna nadwyżka siły elektromotorycznej rotacji konieczna do zapewnienia komutacji lekko przyspieszonej, ponad wartość siły elektromotorycznej rotacji niezbędnej dla zapewnienia komutacji prostoliniowej maleje w miarę zmniejszania się czasu komutacji. Przy konstrukcji maszyn dobiera się siłę elektromotoryczną rotacji w ten sposób, aby zapewnić optymalny przebieg komutacji dla znamionowej prędkości obrotowej (punkt przecięcia N na rys. 9). Dlatego w miarę wzrostu prędkości obrotowej komutacja ma charakter bardziej przyspieszony, a dla mniejszych prędkości obrotowych mniej przyspieszony. Im mniejsze jest odstępstwo przebiegu krzywej  $e_{\text{opt}} = f(n)$  od linii prostej, tym lepsze są własności komutacyjne szczotki w dużym zakresie zmian prędkości obrotowej.

Dla zamodelowanego obwodu komutacji wpływ nieliniowości charakterystyk szczotek na te własności jest niewielki, ponieważ charakter przebiegów komutacyjnych jest zeterminowany przez siłę elektromotoryczną rotacji i siłę elektromotoryczną samoindukcji. Zachodzi to w maszynach prądu stałego dużej mocy. Na zarejestrowanych przebiegach potwierdza się również prawdziwość, że wpływ nieliniowości ujawnia się silniej w miarę oddalania się od komutacji prostoliniowej.

Szczególne znaczenia nabiera dobór punktu przecięcia N oraz typu szczotki w maszynach małej mocy o szerokim zakresie zmian prędkości obrotowej, tak aby zminimalizować rozbieżności między krzywą  $e_{\text{opt}} = f(n)$  a przebiegiem prostoliniowym.





Rys. 9. Zależność  $e_{opt} = f(\frac{1}{k})$  dla różnych gatunków szazotek

#### 4. Wnioski

Podany prosty model analogowy obwodu komutacji maszyny prądu stałego oraz zarejestrowane wyniki obrazują duże możliwości wykorzystania techniki analogowej w rozwiązywaniu szeregu trudnych zagadnień takich jak:

- analiza bardziej skomplikowanego obwodu komutacji przy

$$\beta > 1,$$

- badanie własności komutacyjnych uzwojeń oraz efektu przypadkowego zerwania kontaktu między szczotką i dowolną działką,
- ocena wpływu tyrystorowego zasilania na komutację.

Przedstawiona metoda badania umożliwia zbudowanie modelu analogowego układu o dowolnej ilości zezwoi w żłobku i o dowolnie szerokiej szczotce. Istnieją jednak pewne ograniczenia wynikające ze skończonej pojemności stojanowych maszyn analogowych oraz utrudnienia w zautomatyzowaniu procesu rozwiązywania.

Otrzymano wyniki, które w pełni są zgodne z rezultatami przedstawionymi w pracy [1] uzyskanymi drogą żmudnych i długotrwałych obliczeń graficznych.

#### LITERATURA

- [1] Kubek J.: Wpływ nieliniowości charakterystyk szczotek na warunki beziskrowej komutacji. Praca doktorska Pol. Śląskiej, Gliwice 1964.
- [2] Tarkanyi M., Ward H., Tustin A.: Electronic computers applied to commutation analysis. PEE 0.4.1962.
- [3] Sinielnikov M., Nazikjan A.: Zastosowanie maszyn ciągłego działania na badania komutacji maszyn prądu stałego. Elektromechanika 1960.
- [4] Levine L.: Metody stosowania maszyn analogowych do rozwiązywania problemów w technice. WNT 1969.
- [5] Korn G., Korn T.: Electronic Analog and Hybrid Computers Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY, 1964 r.

Przyjęto do druku w czerwcu 1974 r.

ПРИМЕНЕНИЕ АНАЛОГОВОЙ ТЕХНИКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ  
КОММУТАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ЩЕТОК В МАШИНАХ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Р е з ю м е

Представлена аналоговая модель цепи коммутации при ширине пластины коллектора, равной ширине щетки. Исследовано влияние нелинейности вольтамперной характеристики щетки на кривую тока в коммутационном витке. Дана оценка коммутационных свойств различных щеток в широком диапазоне изменения скорости вращения машины постоянного тока.

APPLICATION OF ANALOGUE TECHNIQUE FOR INVESTIGATION  
OF PROPERTIES OF THE COMMUTATOR BRUSHES IN DC MACHINES

S u m m a r y

Analogue model of commutation circuit with brush width equal to one commutator segment pitch was presented. The influence of non-linearity of brush voltage-current characteristic on the commutation current has been investigated. The commutation properties of various brushes in a large range of rotation speed changes in the DC machines are discussed.