

Marian Miłek

Instytut Metrologii i Maszyn Elektrycznych  
Politechniki Śląskiej

## INTERPRETACJA I POMIAR

### ZESPÓLNEJ PRZENIKALNOŚCI MAGNETYCZNEJ STOPÓW Fe-Ni

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono interpretację fizyczną zespolonej przenikalności magnetycznej. Omówiono najprostsze sposoby pomiaru części rzeczywistej oraz części urojonej przenikalności magnetycznej. Dołączono w postaci wykresów wyniki pomiarów składowych przenikalności dla magnetowodu z permaloju C.

#### 1. Wstęp

Stopy Fe-Ni (permaloje) ze względu na swoje własności magnetyczne znajdują coraz szersze zastosowanie we współczesnej technice pomiarowej. W postaci związanych z taśmy magnetowodów stanowią zasadniczo element magnetycznych komparatorów zmiennie- oraz stałoprądowych, modulatorów drugiej harmonicznej, precyzyjnych indukcyjnych dzielników napięciowych i innych przyrządów.

Własności magnetyczne materiałów są określone przez parametry gałęzi poprzecznej schematu zastępczego transformatora. Gałąź poprzeczna schematu zawiera dwa elementy: indukcyjność magnesowania  $L_{\mu}$  oraz rezystancję  $R_{Fe}$  określającą straty mocy czynnej wywołanej prądami wirowymi oraz procesem przemagnesowania rdzenia. Elementy te mogą być połączone równolegle (najczęściej) lub szeregowo.

W klasycznych materiałach magnetycznych (np. blacha transformatorowa krzemowa), pracujących przy niskich częstotliwościach, wartość rezystancji  $R_{Fe}$  układu równoległego gałęzi poprzecznej jest wielokrotnie większa od wartości indukcyjności magnesowania. Dlatego w obliczeniach pomijano składnik czynny prądu stałego jałowego. W materiałach magnetycznie bardzo miękkich (permaloje) równoległa reaktancja gałęzi poprzecznej schematu transformatora  $X_{\mu}$  już dla częstotliwości kilkudziesięciu Hz jest tego samego rzędu, lub większa od rezystancji  $R_{Fe}$ . W efekcie składnik czynny prądu stanu jałowego może być wielokrotnie większy od prądu magnesującego i decydować o jego charakterze i kształcie przebiegu.

W modulatorach drugiej harmonicznej, wskutek nierówności odpowiednich elementów gałęzi poprzecznych schematów transformatorów obu magnetowodów, powstaje w stanie bez podmagnesowania stałego, napięcie asymetrii. Napięcie to będzie równe zeru jedynie w przypadku równości obu reaktancji oraz

obu rezystancji gałęzi poprzecznych magnetowodów, czyli równości odpowiednich części urojonych oraz rzeczywistych zespolonej przenikalności magnetycznej. Stąd wynika konieczność określenia nie tylko modułu, ale i argumentu względnej przenikalności magnetycznej.

## 2. Fizyczna interpretacja zespolonej przenikalności magnetycznej

W dziedzinie napięć zmiennych definiuje się względną przenikalność magnetyczną (zwaną pozorną lub amplitudową) jako [1]:

$$\mu_o = \frac{B_m}{\mu_o H_m} \quad (1)$$

gdzie:

$B_m$  - amplituda indukcji magnetycznej,

$H_m$  - amplituda natężenia pola magnetycznego.

W materiałach o dużej wartości względnej przenikalności magnetycznej, dla indukcji mniejszych od indukcji nasycenia, zarówno indukcja jak i natężenie pola magnetycznego są w przybliżeniu sinusoidalnie (co potwierdziły obserwacje osylograficzne przebiegów). Stąd obie te wielkości można przedstawić w postaci zespolonej  $\underline{B}$  oraz  $\underline{H}$ . Przenikalność magnetyczna wyznaczona ze stosunku wielkości zespolonych jest również wielkością zespoloną [1], [2]:

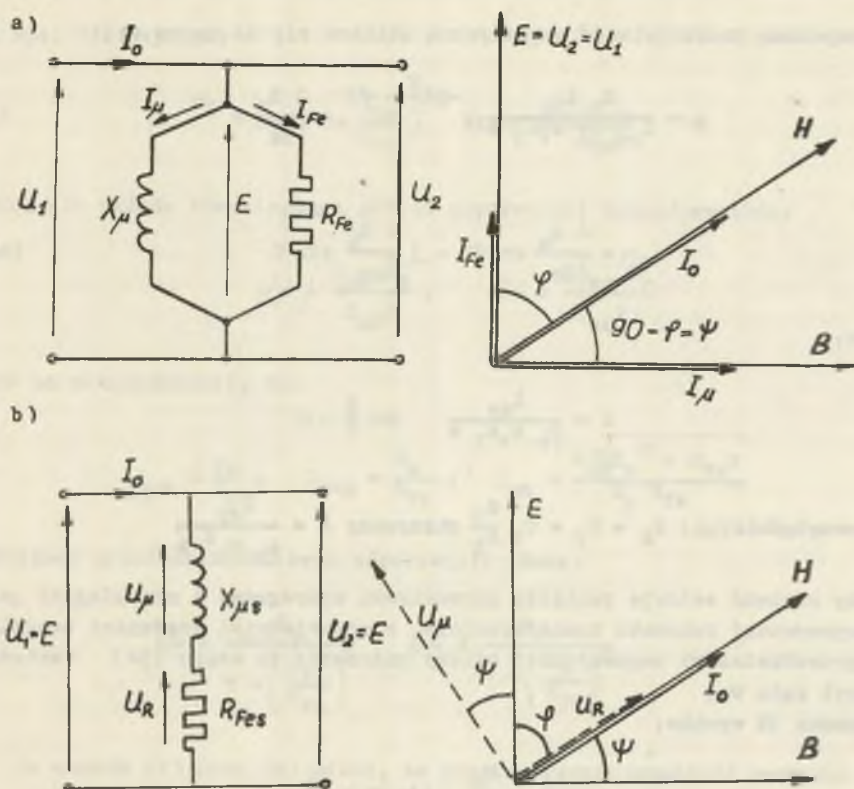
$$\mu = \frac{\underline{B}}{\mu_o \underline{H}} = \mu' - j\mu \quad (2)$$

W celu interpretacji składowych  $\mu'$  oraz  $\mu''$  rozpatrzono uproszczone schematy zastępcze transformatora dla równoległe (rys. 1a) oraz szeregowo (rys. 1b) połączonych elementów  $X_\mu$  oraz  $R_{Fe}$ . Dla obu przypadków prąd stanu jałowego  $I_o$  oraz napięcie gałęzi poprzecznej  $E$  wyrażone w postaci zespolonej są równe:

$$\underline{I}_o = I_{om} e^{j(\omega t - \varphi)} \quad \underline{E} = E_m e^{j\omega t} \quad (3)$$

gdzie:

$\varphi$  - kąt przesunięcia fazowego pomiędzy prądem i napięciem.



Rys. 1. Uproszczone schematy zstępcze transformatora oraz ich wykresy wskazowe

Wykorzystując (3) można wyznaczyć natężenie pola magnetycznego oraz indukcję w postaci zespolonej:

$$\underline{H} = \frac{I_{0m} z_1}{l_{sr}} e^{j(\omega t - \varphi)}$$

$$\underline{B} = - \frac{1}{z_2} \frac{1}{s} \int \underline{E} dt = \frac{\underline{E}_m}{z_2} \frac{1}{s} e^{j(\omega t - \pi/2)} \quad (4)$$

gdzie:

- $z_1$  - liczba zwojów strony pierwotnej,
- $z_2$  - liczba zwojów strony wtórnej,
- $s$  - przekrój poprzeczny magnetowodu,
- $l_{sr}$  - średnia droga magnetyczna magnetowodu.

Zespoloną przenikalność magnetyczną oblicza się ze wzoru (2):

$$\mu = \frac{E_m l_{\Sigma} X}{I_{om} \mu_0 \frac{l_{\Sigma}}{S_1 S_2}} e^{-j(\frac{\pi}{2} - \varphi)} = \frac{A E_m}{I_{om}} e^{-j\psi} \quad (5)$$

lub:

$$\mu = \frac{A E_m}{I_{om}} \cos \psi - j \frac{A E_m}{I_{om}} \sin \psi \quad (5a)$$

gdzie:

$$A = \frac{l_{\Sigma}}{\mu_0 S_1 S_2} \quad \psi = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

lub uwzględniając:  $E_m = U_2 = U_1 \frac{S_1}{S_2}$  otrzymany  $A = \frac{l_{\Sigma}}{\mu_0 S_1^2 S_2}$

Aby znaleźć relację pomiędzy parametrami szeregowej i równoległej gałęzi poprzecznej schematu transformatora, a odpowiednimi częściami zespolonej przenikalności magnetycznej należy podstawić do wzoru (5a) wartości funkcji kąta  $\psi$ .

Z rysunku 1b wynika:

$$\cos \psi = \frac{U_{\mu}}{E_m} \quad \sin \psi = \frac{U_R}{E_m}$$

Stąd dla układu szeregowego gałęzi poprzecznej transformatora:

$$\mu = \frac{A U_{\mu}}{I_{om}} - j \frac{A U_R}{I_{om}} \quad (6)$$

lub

$$\underline{\mu} = A X_{\mu s} - j A R_{Fes} \quad (6a)$$

gdzie:

$X_{\mu s}$ ,  $R_{Fes}$  - szeregowe parametry gałęzi poprzecznej schematu transformatora;

stąd:

$$\mu' = A X_{\mu s} \quad \mu'' = A R_{Fes} \quad (7)$$

Z rys. (1a) wynika:

$$\cos \psi = \frac{I_{\mu m}}{I_{om}}; \quad \sin \psi = \frac{I_{Fe m}}{I_{om}}$$

Stąd dla układu równoległego gałęzi poprzecznej transformatora:

$$\mu' = A \frac{I_{\mu m} E_m}{I_{om}^2}; \quad \mu'' = A \frac{I_{Fe m} E_m}{I_{om}^2} \quad (8)$$

lub po uwzględnieniu, że:

$$I_{\mu m} = \frac{E_m}{X_{\mu}}; \quad I_{Fe m} = \frac{E_m}{R_{Fe}}; \quad I_{om} = \frac{E_m \sqrt{X_{\mu}^2 + R_{Fe}^2}}{X_{\mu} R_{Fe}}$$

składowe przenikalności będą odpowiednio równe:

$$\mu' = A \frac{X_{\mu}}{1 + \left(\frac{X_{\mu}}{R_{Fe}}\right)^2}; \quad \mu'' = A \frac{R_{Fe}}{1 + \left(\frac{X_{\mu}}{R_{Fe}}\right)^2} \quad (9)$$

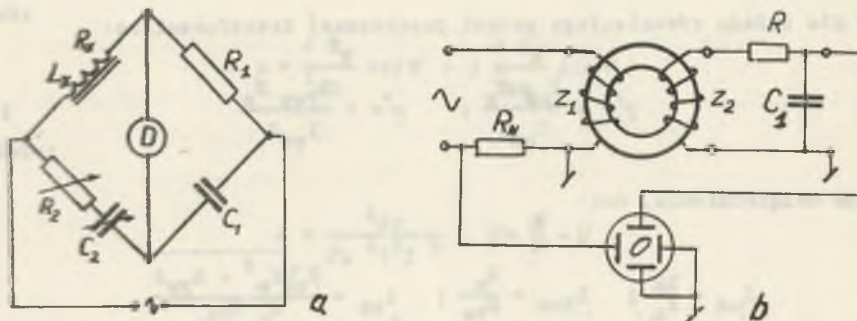
Ze wzorów (7) oraz (9) widać, że prosta proporcjonalność pomiędzy częścią rzeczywistą zespolonej przenikalności magnetycznej, a wartością reakcji magnesowania istnieje tylko dla połączenia szeregowego elementów gałęzi poprzecznej transformatora. Podobnie część urojona przenikalności zespolonej jest liniowo zależna od rezystancji  $R_{Fe}$ . Natomiast dla układu równoległego gałęzi poprzecznej schematu transformatora, pomiędzy elementami tej gałęzi a odpowiednimi częściami zespolonej przenikalności magnetycznej istnieje zależność nieliniowa.

### 3. Pomiar zespolonej przenikalności magnetycznej

W celu wyznaczenia zespolonej postaci względnej przenikalności magnetycznej należy dokonać pomiaru jej modułu oraz argumentu. Istnieje kilka sposobów wyznaczania modułu i argumentu przenikalności.

Moduł można obliczyć podstawiając do wzoru (6) dane otrzymane z pomiarów napięcia, prądu oraz wymiarów geometrycznych rdzenia. Pomiar kąta  $\psi$  można zrealizować mierząc kąt (np. fazomierzem elektronicznym) i obliczając  $\psi = 90 - \varphi$ . Jednak praktyczny sposób realizacji pomiaru jest trudny i zawiera szereg źródeł błędów. Już włączenie w szereg z uzwojeniem amperomierza o stosunkowo dużej odporności wewnętrznej dla wymaganych niskich zakresów prądowych fałszuje pomiar.

Lepszą metodą pomiaru zespolonej przenikalności magnetycznej jest metoda mostkowa. Pomiaru dokonuje się w układzie mostka Owena (rys. 2a), w którym gałąź  $L_X, R_X$  jest magnetowodem z nawiniętym uzwojeniem. Indukcyjność



Rys. 2. Układy pomiaru zespolonej przenikalności magnetycznej metodami a) mostkową, b) oscylograficzną

$L_X$  jest równa indukcyjności magnesowania  $L_{\mu S}$  szeregowego połączenia gałęzi poprzecznej schematu zastępczego transformatora. Rezystancję  $R_{Fes}$  wyznacza się odejmując od  $R_X$  obliczoną rezystancję uzwojenia  $R_0$ . Z warunków równowagi mostka wynikają zależności:

$$L_{\mu S} = C_1 R_1 R_2 \quad R_{Fes} = R_1 \frac{C_1}{C_2} - R_0 \quad (10)$$

Stąd korzystając z relacji (6a) można wyznaczyć składowe czynną i bierną przenikalności magnetycznej:

$$\mu' = \frac{L_{\mu S} l_{sr}}{s z_1 z_2 \mu_0} \quad \mu'' = \frac{R_1 \frac{C_1}{C_2} - R_0}{s z_1 z_2 \mu_0} l_{sr} \quad (11)$$

gdzie:

$s, l_{sr}$  - parametry geometryczne rdzenia,

$z_1, z_2$  - liczby zwojów.

Omówione metody można stosować jedynie dla części charakterystyki, w której indukcja oraz natężenie pola zachowują kształt sinusoidalny. Dla części charakterystyki, w której jedna z wymienionych wielkości jest odkształcona, pomiar jest obarczony dużym błędem. Zasadniczą wadą przedstawionych układów jest trudność stwierdzenia, w którym punkcie sinusoida

ulega odkształceniu. Stan generacji wyższych harmonicznych można stwierdzić dokonując obserwacji oscylograficznej np. przekątni pomiarowej mostka, co komplikuje jednak układ pomiarowy.

Najprostszą metodą pomiaru zespolonej przenikalności magnetycznej jest metoda oscyloskopowa. Z obrazu pętli histerezy otrzymanej na ekranie można wyznaczyć wszystkie wielkości potrzebne do obliczania  $\mu$ , a więc  $B$ ,  $H$  oraz kąt  $\psi$ . Znany schemat układu pomiarowego przedstawia rys. 2b. Obraz na ekranie utworzony (dla  $B < B_{nas}$ ) z dwóch przebiegów sinusoidalnych jest elipsą. Wzmacniacze torów X oraz Y oscyloskopu powinny posiadać identyczne przesunięcia fazowe - nie wynoszą wtedy dodatkowego błędu kąta przesunięcia fazowego. Z parametrów elipsy można odczytać, w sposób znany wzajemne przesunięcie fazowe pomiędzy indukcją i natężeniem pola.

Wartości indukcji magnetycznej oraz natężenia pola można wyznaczyć odczytując amplitudy odchylenia plamki w kierunku Y oraz X i obliczając ze wzorów [4]:

$$B_m = \frac{RC_1 A D_Y}{z_2 s}$$

(12)

$$H_m = \frac{C D_X z_1}{R_N l_{sr}}$$

gdzie:

$z_1$ ;  $z_2$  - liczby zwojów strony pierwotnej oraz wtórnej,

$D_x$ ;  $D_y$  - oszułość torów X oraz Y oscyloskopu [V/cm],

A; C - amplitudy indukacji i natężenia pola odczytane z ekranu w [cm]

$l_{sr}$ ; s - parametry geometryczne rdzeni.

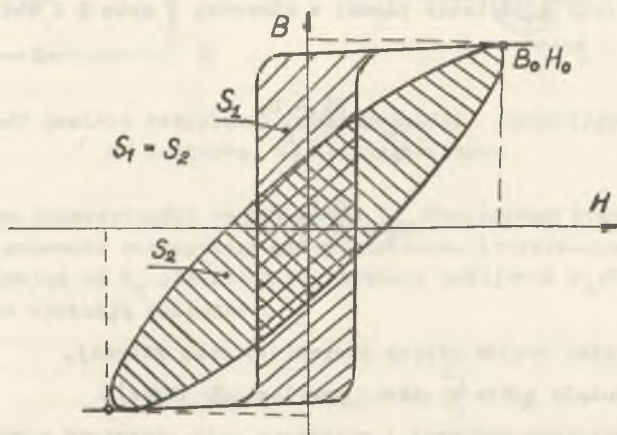
Dla punktów pracy leżących na stromej części charakterystyki sposób zasilania układu nie ma istotnego znaczenia. Układ pomiarowy, którego schemat przedstawiono na rysunku 2b jest zasilany napięciem sinusoidalnym (wymuszenie napięciowe). Wtedy rezystancja  $R_N$  jest wielokrotnie mniejsza od reaktancji uzwojenia. Identyczne wyniki otrzymuje się w przypadku zasilania prądem sinusoidalnym (wymuszenie prądowe).

Indukcja i natężenie pola magnetycznego są sinusoidalne dla punktów pracy leżących na stromej części charakterystyki magnesowania. Na tej części znajduje się punkt pracy indukcyjnych dzielników napięciowych oraz komparatorów prądowych. Stąd dla magnetowodów tych przyrządów można określić jednoznacznie w danym punkcie pracy moduł i argument przenikalności magnetycznej.

Problem pomiaru zespolonej przenikalności magnetycznej staje się trudny, gdy punkt pracy wchodzi w obszar nasywienia. Wtedy w zależności od sposobu zasilania indukacja lub natężenie pola są odkształcone i określone

przesunięcie fazowe istnieje tylko dla podstawowych harmonicznych tych przebiegów. Ale amplitudy podstawowych harmonicznych nie wyznaczają rzeczywistego punktu pracy na charakterystyce magnesowania. Również uwzględnienie wartości skutecznej przebiegu odkształconego i nie wyznacza natężenia pola we właściwym punkcie.

Dlatego autor proponuje, aby odczytu kąta przesunięcia fazowego w punkcie charakterystyki wyznaczonym amplitudami  $B_0$  oraz  $H_0$  dokonać, wyznaczając kąt fazowy między dwoma przebiegami sinusoidalnymi: indukcji oraz natężenia pola o amplitudach odpowiednio równych  $B_0$  oraz  $H_0$  - jest to równoważne z zastąpieniem pętli histerezy elipsą (rys. 3). Pole tej elipsy musi być równe polu pętli histerezy, ponieważ straty histerezowe oraz na prądy wirowe praktycznie nie ulegają zmianie w stanie nasycenia.



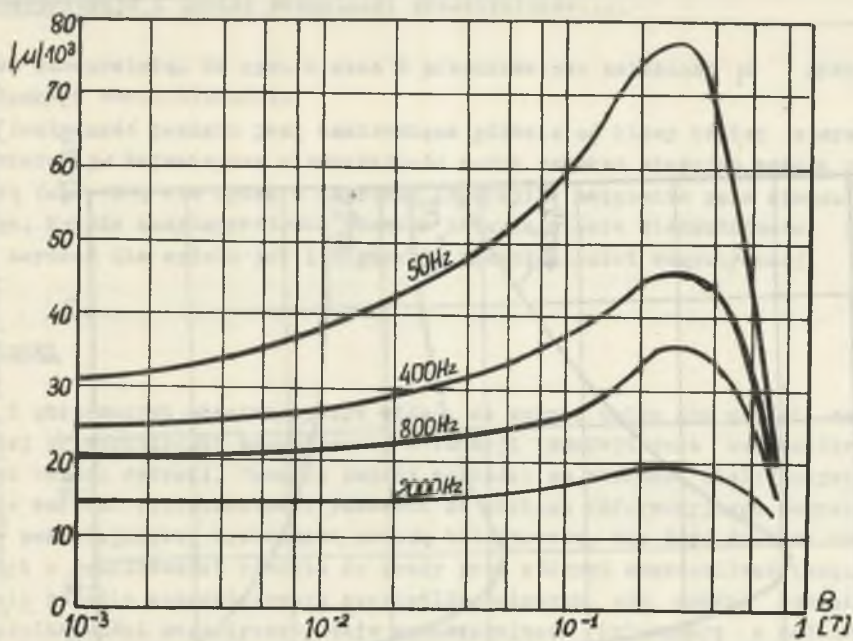
Rys. 3. Pętla histerezy i równoważna jej elipsa

Stąd, aby wyznaczyć argument zespolonej przenikalności magnetyznej dla punktów pracy w obszarze nasycenia, należy splanimetrować powierzchnię pętli histerezy. Następnie z wartości pola obliczyć parametry równoważnej elipsy i wyznaczyć kąt przesunięcia fazowego.

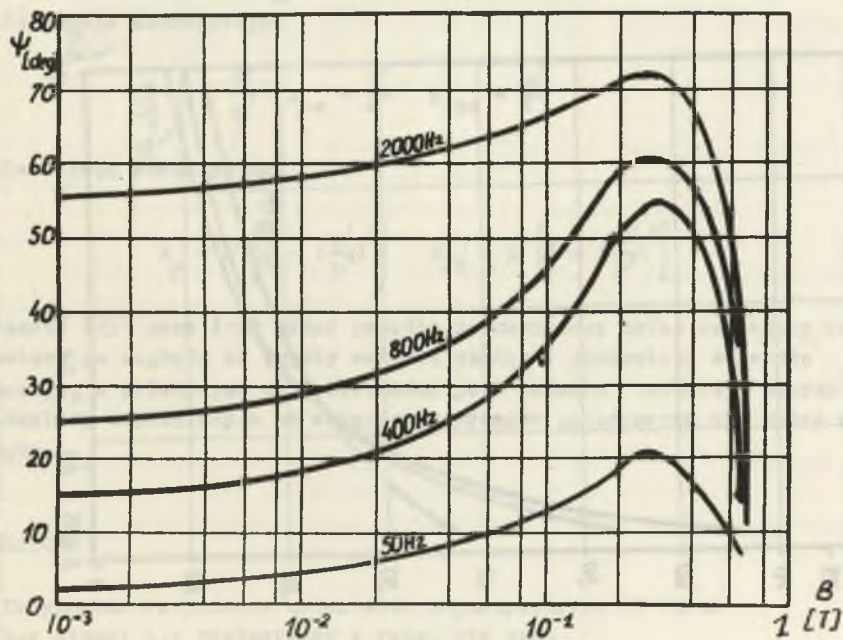
#### 4. Pomiary

Dla rdzeni wykonanych z permalaju C o wymiarach  $d_w = 90$  mm,  $d_z = 120$  mm,  $h = 15$  mm, wyznaczono metodą oscyloskopową moduł oraz argument względnej przenikalności magnetyznej. Pomiary przeprowadzono dla częstotliwości 50, 400, 800 oraz 2000 Hz. Zależność modułu oraz argumentu względnej przenikalności magnetyznej w funkcji indukcji przedstawiono na rys. 4 oraz 5. Z kolei dokonano rozdziału modułu przenikalności na jej część urojoną.

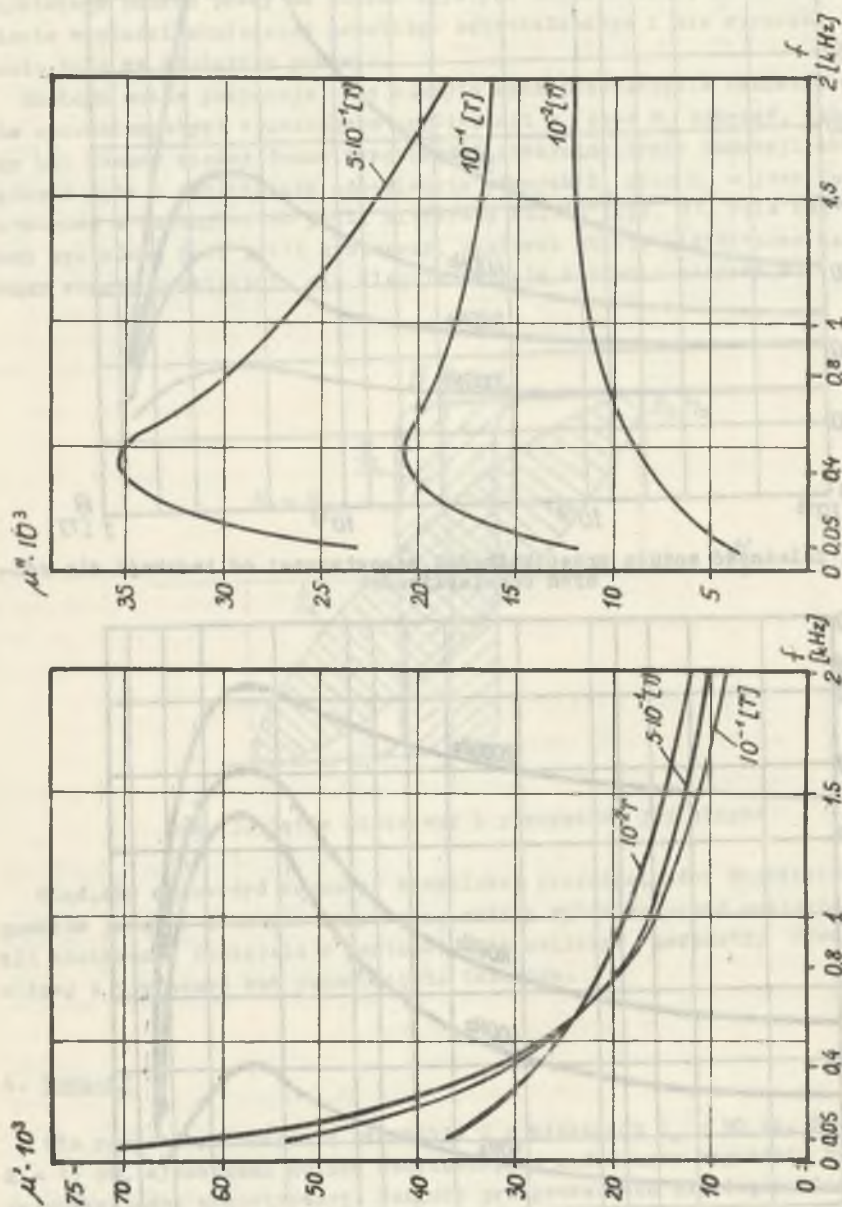




Rys. 4. Zależność modułu przenikalności magnetycznej od indukcji dla różnych częstotliwości



Rys. 5. Zależność argumentu przenikalności magnetycznej od indukcji dla różnych częstotliwości



Rys. 6. Część rzeczywista zespolonej przenikalności  
oi magnetycznej w funkcji częstotliwości

Rys. 7. Część urojona zespolonej  
magnetycznej częstotliwości przenikalności

oraz rzeozywistą. Na rys. 6 oraz 7 przedstawiono zależność  $\mu'$  oraz  $\mu''$  w funkcji częstotliwości.

Dokładność pomiaru jest uzależniona głównie od klasy użytej aparatury pomiarowej. Najmniejszą niedokładność można uzyskać stosując metodę mostkową (ok. 1%), ale tylko w zakresie indukcji i natężenia pola sinusoidalnego. Metoda oscylograficzna pozwala na osiągnięcie niedokładności rzędu 3% zarówno dla modułu jak i argumentu przenikalności magnetyznej.

### Wnioski

Z otrzymanych charakterystyk widać, że zakres zmian obu części zespolonej przenikalności magnetyznej w funkcji indukcji oraz częstotliwości jest bardzo szeroki. Ponadto zmiany wartości są zmianami nieliniowymi. Dlatego wartość przenikalności podawana na kartach informacyjnych magnetowodów permalojowych, wyznaczona metodą balistyczną, nie daje żadnych informacji o przydatności rdzenia do pracy przy różnych częstotliwościach. Jedynie podanie charakterystyk częstotliwościowych obu części zespolonej przenikalności magnetyznej daje wystarczającą informację o możliwości pracy w konkretnych układach. Znając składowe zespolonej przenikalności można obliczyć parametry schematów zastępczych transformatora ze wzorów:

dla układu szeregowego:

$$X_{\mu S} = \frac{\mu'}{A} \quad R_{FeS} = \frac{\mu''}{A} \quad (13)$$

dla układu równoległego

$$X_{\mu} = \mu' \left[ \frac{1}{A} - \left( \frac{\mu'}{\mu''} \right)^2 \right] \quad R_{Fe} = \mu'' \left[ \frac{1}{A} - \left( \frac{\mu'}{\mu''} \right)^2 \right] \quad (14)$$

Ze wzorów (13) oraz (14) widać ponadto, że zastępczy układ szeregowy transformatora ze względu na prosty związek pomiędzy elementami schematu zastępczego, a składowymi przenikalności jest układem bardziej przydatnym dla analizy wspomnianych na wstępie przyrządów pomiarowych niż układ równoległy.

### LITERATURA

- [1] Kuryłowicz J.: Badania materiałów magnetyznych, NT 1962.
- [2] von Hippel A.: Dielektryki i fale. PIW 1963
- [3] Nałęcz M., Jaworski J.: Miernictwo magnetyczne. PIW 1970.
- [4] Rydzewski J.: Oscyloskop elektroniczny. WKŁ 1969.

Przyjęto do druku we wrześniu 1974 r.

ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И ИЗМЕРЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ  
СПЛАВОВ Fe-Ni

Р е з ю м е

В статье представлена физическая интерпретация комплексной магнитной проницаемости, затем рассмотрены простейшие методы измерения действительной и мнимой составляющей магнитной проницаемости. В виде диаграмм прилагаются результаты измерений составляющих проницаемости для магнитовода из пермаллоя С.

INTERPRETATION AND MEASUREMENT OF COMPLEX MAGNETIC  
PERMEABILITY FOR IRON - NICKEL ALLOYS

S u m m a r y

The physical interpretation of the complex magnetic permeability is presented. The simplest measurement methods of both the real and imaginary part of the magnetic permeability are discussed. The measurement results of the permeability components for the magnetic circuit of an permalloy core are added in the form of charts.