

LESŁAW TOPÓR-KAMIŃSKI

Instytut Podstawowych Problemów  
Elektrotechniki i Energoelektroniki  
Politechniki Śląskiej

## SZEROKOPASMOWY POWIELACZ CZĘSTOTLIWOŚCI

**Streszczenie.** Przedstawiono zasadę działania oraz budowę układu pozwalającego otrzymać sygnał o częstotliwości będącej wielokrotnością częstotliwości sygnału wejściowego w paśmie o zadanej szerokości. Podano i omówiono schemat układu.

## 1. Podstawy teoretyczne

Rozpatrzmy okresowy przebieg odkształcony, zawierający nieskończoną liczbę harmonicznych pulsacji podstawowej

$$\hat{P}(t) = P_0 = \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{P}_h e^{j h \Omega t} \quad (1)$$

Wprowadzony wersor obrotu:

$$\hat{\alpha}_n = 1 e^{j \frac{2\pi}{n}}, \quad (2)$$

gdzie:

$n$  - liczba naturalna tak, że zachodzi:

$$\sum_{k=0}^{n-1} \hat{\alpha}_n^k = \sum_{k=0}^{n-1} 1 e^{j k \frac{2\pi}{n}} = 0.$$

Rozpatrujemy następnie  $n$  przebiegów typu (1) pomnożonych kolejno przez wersor  $\hat{\alpha}_n^{hk}$ , o wykładniku  $h \cdot k$ , gdzie  $h$  jest numerem kolejnej harmonicznej, a  $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$ .

$$\begin{aligned}
 \hat{F}_0(t) &= F_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} = \hat{F}(t) \\
 \hat{F}_1(t) &= F_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} e^{jh \frac{2\pi}{n}} = \hat{F}\left(t + \frac{T}{n}\right) \\
 \hat{F}_2(t) &= F_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} e^{jh2 \frac{2\pi}{n}} = \hat{F}\left(t + 2 \frac{T}{n}\right) \\
 &\dots \\
 \hat{F}_k(t) &= F_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} e^{jkh \frac{2\pi}{n}} = \hat{F}\left(t + k \frac{T}{n}\right) \\
 &\dots \\
 \hat{F}_{n-1}(t) &= F_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} e^{jh(n-1) \frac{2\pi}{n}} = \hat{F}\left[t + (n-1) \frac{T}{n}\right]
 \end{aligned} \tag{3}$$

W wyniku mnożenia przebiegu (1) przez wersor  $\hat{\alpha}_n^{hk}$  otrzymujemy  $n$  przebiegów postaci (3), przesuniętych kolejno w czasie o jedną  $n$ -tą część okresu podstawowego  $T$  ( $T = \frac{2\pi}{\Omega}$ ).

Sumując przebiegi opisane wzorami (3) otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=0}^{n-1} \hat{F}_k(t) &= n F_0 + \sqrt{2} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} e^{jkh \frac{2\pi}{n}} = \\
 &= n F_0 + \sqrt{2} \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} \hat{\alpha}_n^{hk} = \\
 &= n F_0 + \sqrt{2} \sum_{h=1}^{\infty} \hat{F}_h e^{jh\Omega t} \left( \sum_{k=0}^{n-1} \hat{\alpha}_n^{hk} \right).
 \end{aligned} \tag{4}$$

Rozpatrzmy wyrażenie zawarte w nawiasie, we wzorze (3).

Rozpatrzmy wyrażenie zawarte w nawiasie, we wzorze (3).

$$\sum_{k=0}^{n-1} \hat{\alpha}_n^{hk} = \begin{cases} n & \text{dla } h = 1.n \\ 0 & \text{dla } h \neq 1.n \end{cases} \quad \text{gdzie } 1=1,2,3,\dots \quad (5)$$

Wykażemy, że tak jest istotnie.

1° Dla  $h = 1.n$  zachodzi:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} \hat{\alpha}_n^{hk} &= \sum_{k=0}^{n-1} e^{j h k \frac{2\pi}{n}} = \sum_{k=0}^{n-1} e^{j 1 n k \frac{2\pi}{n}} = \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} e^{j 1 k 2\pi} = \sum_{k=0}^{n-1} 1 = n \end{aligned}$$

2° Dla  $h = 1.n$  czyli

$$h = 1.n + 1; 1.n + 2; \dots 1.n + m, \dots, 1.n + (n-1),$$

przy czym  $m = 1, 2, \dots (n-1)$  zachodzi:

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n-1} \hat{\alpha}_n^{hk} &= \sum_{k=0}^{n-1} \alpha_n^{k(1.n+m)} = \sum_{k=0}^{n-1} e^{j k \frac{2\pi}{n} (1.n+m)} = \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} e^{j 2\pi k 1} e^{j \frac{2\pi}{n} k m} = \sum_{k=0}^{n-1} e^{j \frac{2\pi m}{n} k} = 0 \end{aligned}$$

dla każdego  $m = 1, 2, \dots n-1$ .

Uwzględniając równość (5) we wzorze (4) otrzymujemy:

$$\sum_{k=0}^{n-1} \hat{P}_k(t) = n P_0 + \sqrt{2} \sum_{l=1}^{\infty} n \cdot \hat{P}_l e^{j \Omega l n t} \quad (6)$$

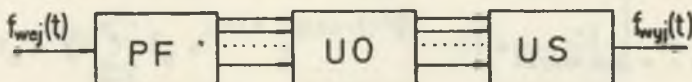
Przebieg (6) jest przebiegiem okresowym o okresie  $T_n = \frac{2\pi}{n\Omega}$  i zawiera harmoniczne o numerach  $1.n$  będących wielokrotnościami  $n$ -tej harmonicznej z przebiegu (1).

Zakładając, że amplitudy harmonicznych o numerach  $l \cdot n$  dla  $l = 2, 3, \dots$  są pomijalnie małe oraz oddzielając składową stałą możemy uważać, że przebieg (6) jest z pewnym przybliżeniem  $n$ -tą harmoniczną przebiegu (1), czyli

$$\sum_{k=0}^{n-1} \hat{F}_k(t) = n \sqrt{2} \hat{F}_n e^{jn\Omega t}. \quad (7)$$

## 2. Zasada działania

Praktyczny układ realizujący  $n$ -krotnie powielenie częstotliwości przebiegu wejściowego, zgodnie z podanym powyżej tokiem działań, zrealizowano według ogólnego schematu pokazanego na rys. 1.



Rys. 1

Układ ten zawiera:

Szerokopasmowy przesuwnik pasmowy PF,  $n$  układów UO odkształcających przebiegi  $f_2(t)$ , oraz układ sumujący US. Działanie układu jest następujące:

Przebieg harmoniczny  $f_{wej}(t)$  podawany jest na szerokopasmowy przesuwnik fazowy, z wyjścia którego otrzymuje się  $n$  przebiegów ( $n$ -fazowych). Przebiegi te są następnie jednakowo odkształcane przez układ UO i sumowane. W wyniku tych operacji otrzymuje się pojedynczy sygnał wyjściowy  $f_2(t)$ .

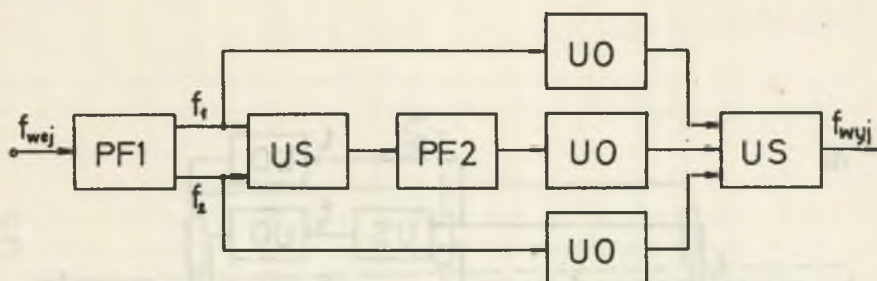
## 3. Budowa układu

Wykonany przez autora szerokopasmowy powielacz częstotliwości jest układem wytwarzającym trzecią harmoniczną przebiegu wejściowego w zakresie od 30 do 100 Hz.

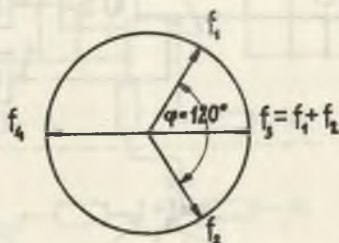
Schemat blokowy układu przedstawia rys. 2.

Szerokopasmowy przesuwnik fazowy PF1 jest układem przekształcającym jeden sygnał wejściowy  $f_{wej}$  na dwa przebiegi wyjściowe  $f_1$ ,  $f_2$  przesunięte względem siebie o kąt  $120^\circ$ . Dokładne omówienie działania tego typu przesuwników znajdzie czytelnik w podanej literaturze [2], [3], [4], [5]. Przesuwnik fazowy PF2 odwraca fazę przebiegu wejściowego o  $180^\circ$ .





Rys. 2



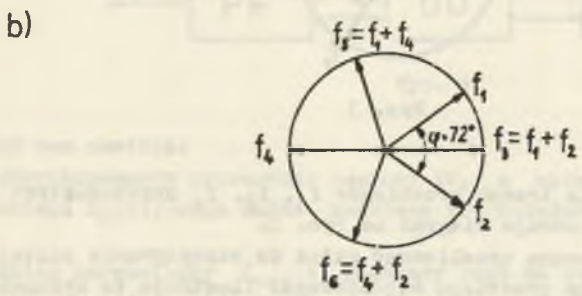
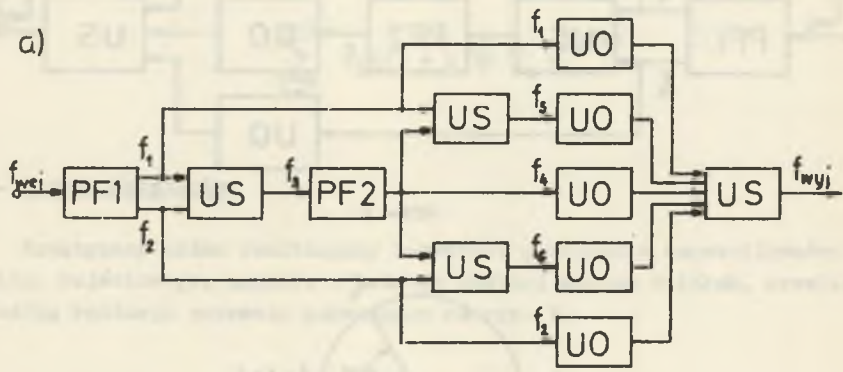
Rys. 3

Sposób otrzymywania trzech przebiegów  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_4$  przesuniętych względem siebie o  $120^\circ$  ilustruje diagram na rys. 3.

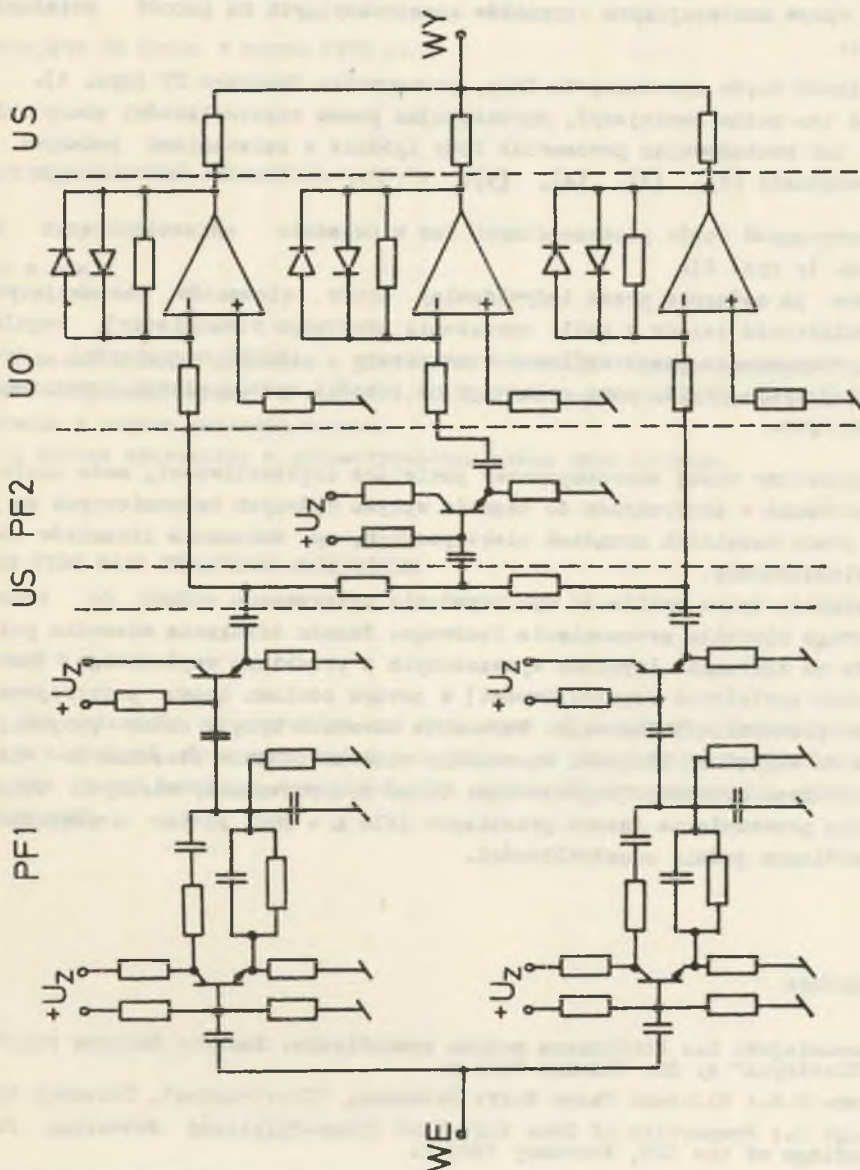
W podobny sposób można zrealizować układ do otrzymywania piątej harmonicznej sinusoidalnego przebiegu wejściowego. Ilustruje to rysunek 4.

W tym przypadku z przesuwnika PF1 otrzymuje się dwa przebiegi przesunięte względem siebie o  $72^\circ$ . Dalszy tok tworzenia układu pięciofazowego sygnały  $f_1$ ,  $f_5$ ,  $f_4$ ,  $f_6$  i  $f_2$  przedstawia diagram na rys. 4b. Na rys. 5 przedstawiono schemat ideowy zbudowanego układu.

Układami odkształcającymi są tu scalone wzmacniacze operacyjne z dwoma diodami krzemowymi w pętli sprzężenia zwrotnego.



КВБ. 4



Rys. 5

#### 4. Wnioski końcowe

Badając wykonany model opisywanego powielacza częstotliwości, stwierdzono wpływ następujących czynników konstrukcyjnych na jakość działania układu:

- Wielkość błędu przesunięcia fazy, przesuwnika fazowego PF (rys. 1). Błąd ten można zmniejszyć, ograniczając pasmo częstotliwości pracy układu, lub rozbudowując przesuwnik fazy zgodnie z zaleceniami podanymi w literaturze [2], [3], [4], [5].
- Identyczność torów poszczególnych faz w układzie odkształcającym OU (rys. 1; rys. 2). Można ją osiągnąć przez indywidualny dobór elementów warunkujących nieliniowość (diody w pętli sprzężenia zwrotnego wzmacniaczy), regulacją wzmocnienia poszczególnych wzmacniaczy (dobór rezystorów) oraz zmniejszenie dryftu zera zależnego od jakości zastosowanych wzmacniaczy scalonych.

Przedstawiony tutaj szerokopasmowy powielacz częstotliwości, może znaleźć zastosowanie w przyrządach do badania wpływu wyższych harmonicznych na jakość pracy wszelkich urządzeń elektrycznych, np. wskazania liczników energii elektrycznej.

Istnieje także możliwość wykorzystania opisywanego układu do budowy cyfrowego miernika przesunięcia fazowego. Zasada działania miernika polegałaby na zliczaniu impulsów wytworzonych z przebiegu wejściowego (przez  $n$ -krotne powielenie częstotliwości) w pewnym odcinku czasu proporcjonalnym do przesunięcia fazowego. Wskazania miernika byłyby zatem proporcjonalne do względnej długości mierzonego odcinka czasu w stosunku do wielkości okresu przebiegu wejściowego. Układ ten pozwalałby mierzyć bezpośrednio przesunięcie fazowe przebiegów (dla  $n = 360$ , pomiar w stopniach) w określonym paśmie częstotliwości.

#### LITERATURA

1. Nowomiejski Z.: Uogólniona metoda symboliczna. Zeszyty Naukowe Pol.Śl. "Elektryka" z. 20. Gliwice 1966 r.
2. Dome R.B.: Wideband Phase Shift Networks. "Electronics", December 1946.
3. Luck D.: Properties of Some Wide-Band Phase-Splitting Networks. Proceedings of the IRE, February 1949 r.
4. Weaver D.: Design of RC Wide-Band 90-Degree Phase-Difference Network. Proceedings of the IRE, April 1954 r.



5. Orchard H.J.: Synthesis of wideband two-phase Networks. Wireless Engineer. March 1950 r.

Przyjęto do druku w marcu 1975 r.

#### ШИРОКОДИАПАЗОННЫЙ УМНОЖИТЕЛЬ ЧАСТОТЫ

#### Резюме

Описаны принцип действия и устройство системы, обуславливающей возможность получения сигнала с частотой, являющейся кратностью частоты входного сигнала в полосе заданной ширины.

В статье приводится и рассматривается схема этой системы.

#### THE WIDE BAND FREQUENCY MULTIPLIER

#### Summary

The principle of operation and structure of a system allowing to obtain a signal of frequency being a multiple of the input signal frequency in the preset band are described. The scheme of the system is given and discussed.