ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: AUTOMATYKA z. 61 Nr kol. 701

Łukasz WALICHIEWICZ

KOREKCJA PARAMETRÓW OPISUJĄCYCH PRZEPŁYWY ZGŁOSZEŃ WEWNĄTRZ WIELOSTANOWISKOWEGO MODELU SYSTEMU KOMPUTEROWEGO

Streszczenie. W pracy przedstawiono możliwość przeprowadzenia korekcji parametrów opisujących przepływ zgłoszeń wewnątrz wielostanowiskowego modelu systemu komputerowego, zwanego w literaturze modelem Jacksona [2]. Zaproponowane rozwiązanie problemu polega na wprowadzeniu do modelu dodatkowej informacji opisującej, podejmowanie decyzji o odpowiednich przesłaniach. Staje się to możliwe przez zastąpienie parametrów szacowanych zgodnie z klasyczną teorią prawdopodobieństwa, wielkościami obliczonymi według teorii prawdopodobieństwa zdarzeń rozmytych. Przedstawione proste przykłady pokazują różnice w wynikach uzyskanych w sposób tradycyjny i zaproponowany w pracy.

1. Wprowadzenie

Wraz z rosnącymi zastosowaniami maszyn cyfrowych coraz większego znaczenia nabiera ocena możliwości eksploatacyjnych systemów komputerowych. Nie chodzi teraz już o znajomość danych technicznych maszyny cyfrowej, jak czas operacji, szybkość przesłań międzyrejestrowych itp. [4], lecz o kryteria wynikające ze złożonych metod oceny, stosowanych przez współczesnych użytkowników i projektantów. Rozwój wspomnianych metod oceny systemów komputerowych stał się możliwy dzięki nagromadzeniu doświadczenia praktycznego, na podstawie którego uzyskano ważne uogólnienia teoretyczne jak również dzięki stosowanym coraz szerzej metodom matematyki współczesnej.

Jednym ze sposobów matematycznego opisu funkcjonowania systemu komputerowego jest przedstawienie go w postaci sieci stanowisk obsługi. Stanowiska reprezentują sprzętowe i programowe zasoby systemu obsługujące zgłoszenia. Opis zjawisk zachodzących w systemie uzyskuje się poprzez wykorzystanie aparatu matematycznego teorii masowej obsługi. Otrzymany model stanowi istotną pomoc przy ocenie własności eksploatacyjnych badanego systemu komputerowego.

2. Opis wielostanowiskowego modelu systemu komputerowego

Stosunkowo prostym, należącym do przedstawionego rodzaju modeli, jest tzw. model Jacksona. Stanowiska wchodzące w skład reprezentowanej w tym modelu sieci posiadają następujące cechy:

- zgłoszenia obsługiwane są zgodnie z naturalnym regulaminem a więc zgodnie z kolejnością nadejścia i nie mogą być obsługiwane równolegle,
- strumień wejściowy zgłoszeń i strumień wyjściowy są strumieniami Poissona o tym samym parametrze λ x)

Parametr λ można interpretować jako średnią stopę zgłoszeń. Zgodnie z [2] omawiany model przedstawia się następująco. Sieć składa się z M stanowisk. Zgłoszenia napływają do sieci z zewnątrz w formie strumienia Poissona o parametrze λ_o i kierują się do i-tego stanowiska (i=1,2,...,M) z prawdopodobieństwem r_{oi}. Po zakończeniu obsługi w j-tym stanowisku zgłoszenie przechodzi do i-tego stanowiska z prawdopodobieństwem r_{ji} lub opuszcza sieć z prawdopodobieństwem $r_{jo} = 1 - \sum_{k=1}^{M} r_{jk}$. Ostatecznie do i-tego stanowiska wpływa poissonowski strumień zgłoszeń o parametrze λ_i spełniającym równanie:

$$\lambda_i = \lambda_{oi} + \sum_{j=1}^{M} \lambda_j r_{ij} \qquad i=1,2,\ldots,M$$

gdzie

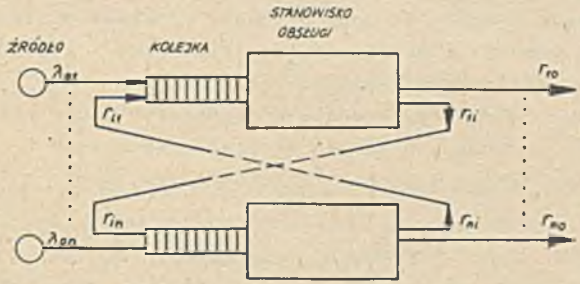
$$\lambda_{oi} = \lambda_o \cdot r_{oi}$$

Schemat ogólny omawianego modelu przedstawiony jest na rys. 1, natomiast jego najprostsza postać jest zgodna z rys. 2.

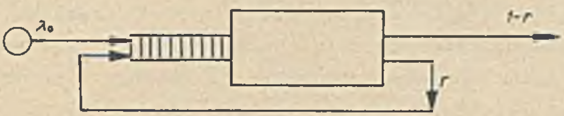
3. Ocena parametrów modelu

Dla przeprowadzenia analizy polegającej na zbudowaniu i przebadaniu modelu Jacksona dla danego systemu obliczeniowego konieczna jest znajomość parametrów λ_{oi} r_{ij}. Zgodnie z [1] nie istnieje żadna ogólna metoda wyznaczania parametru λ. Najlepszym sposobem jest określenie go na podstawie obserwacji danych wejściowych. Służą temu celowi specjalne programy, będące integralną częścią systemu obliczeniowego. Sporządzane przez nie statystyki pozwalają na wyznaczenie również innych prawdopodobieństw zewnętrznych [1], a więc takich, które są określane na podstawie danych wejściowych. Poza średnią stopą zgłoszeń do prawdopodobieństw zewnętrznych należy częstotliwość występowania błędów, długość programu itp.

x) Rozkład czasów (czasów między zgłoszeniami) ma funkcję gęstości $a(t) = \lambda e^{-\lambda t} H(t)$, gdzie $H(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$



Rys. 1. Schemat ogólny modelu Jacksona



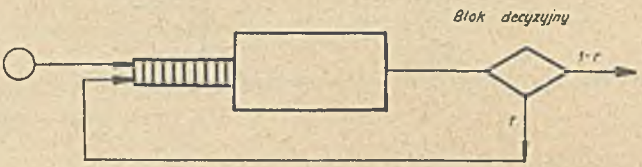
Rys. 2. Schemat uproszczonego modelu systemu komputerowego

Prace projektowe nad nowymi systemami często polegają na rozwijaniu wcześniejszych wersji danych systemów. Wykorzystuje się wtedy zazwyczaj dane uzyskane przez wspomniane poprzednie wersje.

Poza prawdopodobieństwami zewnętrznymi wyróżnia się prawdopodobieństwa strukturalne [1]. Prawdopodobieństwa te wynikają ze struktury systemu obliczeniowego. Przykładem jest prawdopodobieństwo przejścia zgłoszenia z i-tego do j-tego stanowiska określone jako r_{ij}. Przejście zgłoszenia jest dokonywane na skutek podjęcia decyzji przez system obliczeniowy co do dalszego postępowania z danym zgłoszeniem. Jedną z możliwości jest ponowne przejście zgłoszenia do tego samego stanowiska - powrót zgłoszenia (prawdopodobieństwo r_{ii}). Przykładem powrotu może być, w odpowiednio zbudowanym modelu, powtórzenie transmisji po wykryciu błędu w transmitowanym bloku danych. W podanym przykładzie podstawę decyzji stanowi dobra lub zła transmisja.

Wartość prawdopodobieństwa strukturalnego jest określana na podstawie zliczenia przypadków, w których w wyniku decyzji wybrana została dana droga wyjściowa decyzji. Liczba ta dzielona jest przez liczbę możliwych, różnych sytuacji, w których podejmowana będzie decyzja. Należy przy tym pamiętać, że prawdopodobieństwa mogą opisywać zjawiska w pełni losowe, jak również mogą przedstawiać procesy deterministyczne, gdzie są one jedynie sposobem wyrażenia zależności liczbowych.

Parametry r_{ij} dla danego modelu są konkretnymi liczbami (r_{ij} = idem). Najprostszą wersję modelu, w której wyróżniono w sposób schematyczny podejmowanie decyzji przez system, przedstawia rys. 3.



Rys. 3. Schemat modelu, w którym wyróżniono podejmowanie decyzji o przesłaniu zgłoszenia

Prawdopodobieństwa r_{ij} opisują podejmowanie decyzji o drogach przesyłania zgłoszeń, a więc dotyczą istotnej cechy systemu. Zgodnie z [1], w przypadku prawdopodobieństw związanych z ważnymi parametrami wygodne jest przedstawienie tych prawdopodobieństw za pomocą zmiennych algebraicznych, a nie wartości liczbowych. W ten sposób można otrzymać model, który może być w każdej chwili przekształcony zgodnie z trudnymi do przewidzenia zmianami parametrów. Chociaż obliczenia na wartościach algebraicznych mogą być łatwiejsze, to jednak oceny wpływu parametrów dokonuje się szybciej w przypadku modelu o prawdopodobieństwach zadanych za pomocą zmiennych, niż dla modelu o wartościach numerycznych.

Jeżeli przez zdarzenie A określimy zdarzenie powrotu zgłoszenia do stanowiska obsługi, to prawdopodobieństwo zdarzenia A wyraża pewien obiektywny rodzaj niepewności, który można opisać przy pomocy aksjomatycznej teorii prawdopodobieństwa [3].

Załóżmy przestrzeń prawdopodobieństwa

$$(\Omega, \mathcal{B}, P)$$

gdzie:

$\Omega = R^n$

$\mathcal{B}$ - borelowskie σ - ciało zdarzeń w R^n,

P - prawdopodobieństwo takie, że $P(A): \mathcal{B} \to [0,1]$.

Każde zdarzenie $A \in \mathcal{B}$ można przedstawić za pomocą funkcji charakterystycznej:

$$\chi_A(\omega) = \begin{cases} 1 & \omega \in A \\ 0 & \omega \notin A \end{cases}, \quad \forall_{\omega \in \Omega} \Rightarrow \chi_A(\omega) : \Omega \to \{0,1\}$$

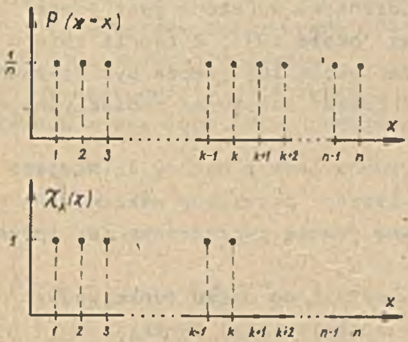
$$P(A) = \int_{\Omega} \chi_A(\omega) dP(\omega)$$

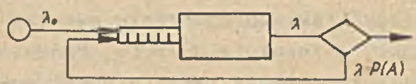
Przykład 1

Niech na wyjściu ze stanowiska obsługi będzie możliwe n zdarzeń programowych[x]. Załóżmy następnie, że pośród wszystkich n zdarzeń istnieje k takich, które wymagają przesłania zgłoszenia opuszczającego stanowisko do ponownej obsługi. Załóżmy, że owe k zdarzeń są to zdarzenia ponumerowane od 1 do k.

Zgodnie z tym, co powiedziano o szacowaniu prawdopodobieństw strukturalnych, zbiór zdarzeń na wyjściu stanowiska obsługi odpowiada zbiorowi zdarzeń elementarnych i zdarzenia te traktowane są jako jednakowo prawdopodobne.

Oznaczając przez A zdarzenie powrotu zgłoszenia będziemy mogli opisać je przy pomocy funkcji charakterystycznej. Funkcja ta będzie równa 1 dla pierwszych k zdarzeń i równa 0 dla pozostałych n-k zdarzeń - rys. 4.





Rys. 4. Funkcja prawdopodobieństwa i funkcja charakterystyczna dla przykładu 1

Prawdopodobieństwo zdarzenia A zgodnie z aksjomatyczną definicją prawdopodobieństwa wynosi:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} \chi_A(x_i) \cdot p_i$$

x) Przez zdarzenie programowe rozumie się takie zjawisko w pracującym programie, które powoduje, że system przerywa pracę programu [6].

$$P(A) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \chi_A(k_i) = \frac{k}{n}$$

Jeśli pod k i n podstawimy konkretne liczby dla danego modelu, to otrzymamy wartość $r = P(A)$. Jak widać będzie to zgodne z tym, co powiedziano wcześniej o szacowaniu wartości parametru r.

W przedstawionym dotychczas sposobie opisu zjawisk zachodzących w modelu systemu zasadniczą rolę odgrywają prawdopodobieństwa. Dotyczy to między innymi procesu podejmowania decyzji o kierunkach przesyłania zgłoszeń, który ujęty jest w sposób pośredni w wartościach parametrów r_{ij}. Parametry r_{ij} są prawdopodobieństwami, a więc wyrażają obiektywny rodzaj niepewności dotyczący zajścia odpowiedniego przesyłu zgłoszenia.

Możliwe jest jednak uzupełnienie uzyskanego opisu poprzez wprowadzenie subiektywnego rodzaju opinii o zachowaniu się systemu, a w szczególności o sposobie podejmowania decyzji o przesłaniach. Cechą charakterystyczną tego rodzaju opinii jest to, że nie musi a często nie może być tak precyzyjna, aby dała się wyrazić konkretnymi wartościami prawdopodobieństw. Będzie jednak niewątpliwie użyteczne wykorzystanie tej dodatkowej informacji.

Przykładem może być stwierdzenie: "ilość zgłoszeń wzrośnie około 10% z prawdopodobieństwem 0.9". Występują tu dwa różne rodzaje niepewności: prawdopodobieństwo (obiektywna niepewność) oraz rozmytość (subiektywna, nieprecyzyjna niepewność). Prawdopodobieństwo wyrażone jest przez "z prawdopodobieństwem 0.9" a rozmytość przez "około 10%". Z teorii zbiorów rozmytych wiadomo jest, że znaczenie słów "około 10%" może być dokładnie określone przez zbiór rozmyty, którego postać zależy od subiektywnego osądu.

Dzięki takiemu podejściu wykorzystywana jest z natury łatwiejsza do uzyskania informacja rozmyta. Ponadto liczne przykłady wskazują na to, że informacja rozmyta jest na dobrą sprawę równie wartościowa jak informacja dokładna [7], [8].

Wprowadzenie subiektywnego rodzaju opinii do opisu funkcjonowania systemu stanie się możliwe poprzez zastosowanie innej funkcji w miejsce funkcji charakterystycznej. Ta nowa funkcja powinna przyjmować wartości z przedziału $[0,1]$, a tym samym nadawać różne wagi poszczególnym zdarzeniom. Wagi, zwane również stopniami preferencji, stanowią w odróżnieniu od tradycyjnego prawdopodobieństwa miarę subiektywnego rodzaju niepewności podjęcia decyzji o odpowiednim przesłaniu dla danego zdarzenia.

Tego rodzaju podejście do przedstawionego zagadnienia jest jednoznaczne z wprowadzeniem pojęcia tzw. zdarzenia rozmytego [5].

Zdarzenie rozmyte $\underset{\sim}{A}$ jest zbiorem rozmytym takim, że

$$\underset{\sim}{A} \in \underset{\sim}{B}$$

gdzie $\underset{\sim}{\mathcal{B}}$ jest rodziną wszystkich zbiorów rozmytych na Ω będącą rozszerzeniem $\mathcal{B}$.

Jego funkcja przynależności:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(\omega): \Omega \rightarrow [0.1]$$

jest mierzalną funkcją borelowską.

Prawdopodobieństwo zdarzenia rozmytego $\underset{\sim}{A}$ jest nieujemną funkcją rzeczywistą:

$$P(\underset{\sim}{A}): \underset{\sim}{\mathcal{B}} \rightarrow [0,1] \quad \forall_{\underset{\sim}{A}} \in \underset{\sim}{\mathcal{B}}$$

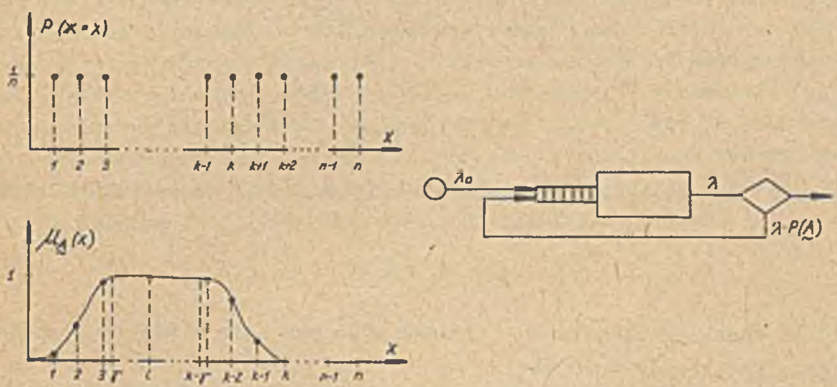
$$P(\underset{\sim}{A}) = \int_{\Omega} \mu_{\underset{\sim}{A}}(\omega) dP(\omega)$$

Całka ta istnieje dzięki założeniu, że $\mu_{\underset{\sim}{A}}(\omega)$ jest mierzalną funkcją borelowską).

Przykład 2

Rozpatrzmy sytuację jak w przykładzie 1, tzn. niech na wyjściu stanowiska obsługi będzie mozliwe n jednakowo prawdopodobnych zdarzeń programowych. Niech będzie również k takich zdarzeń, które wymagają przesłania do ponownej obsługi. Tym razem jednak w miejsce funkcji charakterystycznej użyta jest przykładowa funkcja przynależności $\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ przedstawiona na rys. 5. Funkcja ta wyraża subiektywną opinię o podjęciu decyzji przez system w stosunku do powrotu zgłoszenia.

W jej konstruowaniu wykorzystano tzw. funkcję klasy S, która jest często używana w praktyce [8]. Funkcja klasy S zdefiniowana jest następująco:



Rys. 5. Funkcja prawdopodobieństwa i funkcja przynależności dla przykładu 2

$$S(x;\alpha,\beta) = \begin{cases} 0 & x \leq \alpha \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}\right)^2 & \alpha \leq x \leq \frac{\alpha+\beta}{2} \\ 1-2\left(\frac{x-\alpha}{\beta-\alpha}\right)^2 & \frac{\alpha+\beta}{2} \leq x \leq \beta \\ 1 & \beta \leq x \end{cases}$$

Funkcja przynależności użyta w przykładzie ma postać:

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \begin{cases} s(x;0,\gamma) & x \leq k-\gamma \\ 1-s(x,k-\gamma,k) & x > k-\gamma \end{cases}$$

W tym przypadku:

$$P(\underset{\sim}{A}) = \sum_{i=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i).p_i$$

$$P(\underset{\sim}{A}) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i)$$

4. Wnioski końcowe

Na podstawie prezentowanych przykładów można stwierdzić, biorąc pod uwagę własności użytych funkcji $\chi_A(\omega)$ i $\mu_{\underset{\sim}{A}}(\omega)$, że

$$\sum_{i=1}^{n} \chi_A(x_i).p_i \geq \sum_{i=1}^{n} \mu_{\underset{\sim}{A}}(x_i).p_i$$

a więc

$$P(A) \geq P(\underset{\sim}{A})$$

Wynika stąd wniosek, że w ogólności równanie opisujące przepływ zgłoszeń:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda.r$$

może mieć inne rozwiązania w przypadku wykorzystania w modelu dodatkowej, pomijanej dotychczas informacji.

Wprowadzenie wag dla poszczególnych zdarzeń oraz prawdopodobieństw zdarzeń rozmytych pozwoli na ujęcie w opisie modelu nieuwzględnianych dotychczas czynników,jak stan całego systemu, sytuacje błędne w systemie, błędy w przetwarzanym programie itp. Będzie to możliwe dzięki odpowiedniemu doborowi wag dla poszczególnych zdarzeń,co jest jednoznaczne z doborem odpowiednich funkcji przynależności.

LITERATURA

[1] Beizer B.: Organizacja systemów komputerowych. PWN, Warszawa 1979.

[2] Czachórski T.: Metoda doboru struktury i oceny wydajności pracy złożonego systemu komputerowego pracującego w stanie rzeczywistym. Praca doktorska, Politechnika Śląska, Gliwice 1978.

[3] Czogała E.: Rachunek prawdopodobieństwa i elementy statystyki matematycznej. Skrypt Politechniki Śląskiej, Gliwice 1978.

[4] Drummond M.jr. Analiza i ocena eksploatacji systemów komputerowych. WNT, Warszawa 1979.

[5] Zadeh L.A.: Probability measures of fuzzy events. J. Math.Anal. Appl. 23(1968).

[6] Oprogramowanie maszyn cyfrowych ODRA 1300 - System operacyjny GEORGE-3 Wyd. MERA-ELWRO, 1977.

Złożono w red. 19.03.80 r.
W formie ostatecznej 15.02.81 r.

Recenzent
Dr inż. Maciej Bargielski

КОРЕКЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ОПИСЫВАЮЩИХ ТЕЧЕНИЕ ЗАПРОСОВ ВНУТРИ МНОГОСТЕНДОВОЙ МОДЕЛИ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ

Р е з ю м е

В работе представлено возможность проведения корекции параметров описывающих передвижение запросов внутри многостендовой модели компьютерной системы известной в литературе под названием модель Джексона [2]. Предложено решение проблемы которое заключается в ведению добавочной информации описывающей принятие решений о соответственных передачах. Эту возможность даёт введение величин рассчитанных согласно теории вероятностей расплывчатых множеств, вместо параметров определённых согласно классической теории вероятностей. Представленные несложные примеры указывают отличия в итогах полученных традиционными способами и способами предложенными в работе.

CORRECTION OF PARAMETERS REPRESENTING THE CLIENTS FLOW IN JACKSON QUEUING MODEL OF A COMPUTER SYSTEM

S u m m a r y

The paper presents a possibility of correction of the parameters which represent the clients flow in Jackson Queuing Model of a computer system. The suggested solution of the problem is based on the probability theory of fuzzy events which is used to introduce more information describing a decision making process about a destination of clients after service in a particular station. Examples are given in order to illustrate the difference between classical and presented approach.