ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1981

Seria: AUTOMATYKA z. 61 Nr kol. 701

Wojciech GOMÓŁKA
Krzysztof GDULA

O WYKORZYSTANIU TEORII GRAFÓW W OBLICZENIACH WYRÓWNAWCZYCH DLA BILANSÓW MASOWYCH

Streszczenie. Podstawowym etapem obliczeń wyrównawczych dla bilansów masowych jest analiza struktury połaczeń w bilansowanej instalacji. Ponieważ są one przedstawione w postaci grafu skierowanego, analiza taka związana jest z analizą grafu.

W pracy przedstawione zostaną podstawowe zagadnienia związane z wykorzystaniem pojęcia grafu skierowanego w analizie bilansowanej instalacji. Pokazane zostanie również, jak wykorzystanie teorii grafów może uprościć obliczenia bilansowe.

1. Wybrane zagadnienia z teorii grafów skierowanych

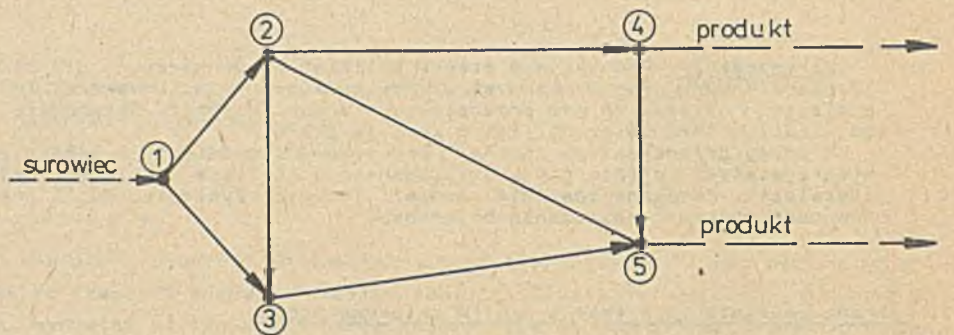
1.1. Pojęcie sieci bilansowej

Grafem skierowanym nazywamy graf, gdzie każdej gałęzi przypisano pewien zwrot. Pozwala to na ujęcie sytuacji, w których można coś przesłać z pewnego wierzchołka "i" do innego wierzchołka "j". W wielu sieciach fizycznych zachodzi właśnie przesyłanie między wierzchołkami pewnych mediów: wody, gazu, ładunku elektrycznego, itp. W opisie tego zjawiska przy pomocy grafu skierowanego, można sobie wyobrazić łuk grafu jako pewną reprezentację przewodu, rurociągu lub kanału,przez który dane medium przepływa, zaś wierzchołki grafu jako pewne układy fizyczne,pomiędzy którymi przesyłane są media. Dlatego też łukowi zostanie przypisana pewna liczba odzwierciedlająca wartość przepływu przez dany rurociąg, przewód, kanał.

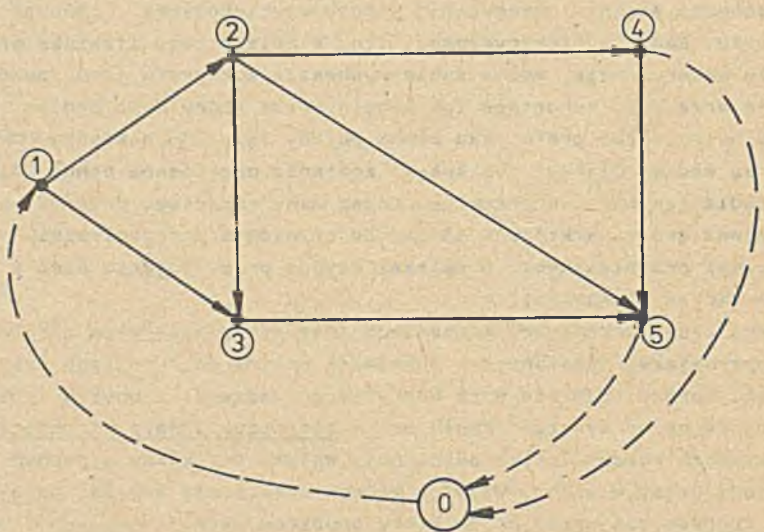
Ponieważ grafy, w których ma się do czynienia z przepływami, nazywane są sieciami przepływowymi, w dalszej części pracy pojęcia sieć i graf należy uważać za równoważna.

Główną cechą przepływów w sieciach jest spełnienie praw zachowania masy przepływającej substancji - cokolwiek wpływa do rurociągu musi z niego wypłynąć. Oprócz tego nie może nastąpić gromadzenie i ubytek substancji w węzłach; cechę tę wyraża formuła zwana pierwszym prawem Kirchhoffa.

W układach rzeczywistych substancja wpływa do układu w jednym miejscu, a opuszcza układ w innym. Węzeł,w którym substancja wpływa do układu nazywamy źródłem,zaś węzeł,przez który opuszcza układ - odpływem. Wprowadzając łuki dochodzące do źródła i wychodzące z otoczenia grafu lub łuki wychodzące z odpływu do otoczenia grafu, otrzyma się sieć, której łukiem wejściowym jest łuk surowca, a łukami wyjściowymi są łuki produktów. Nosi ona nazwę sieci bilansowej otwartej. Wprowadzając fikcyjny węzeł zerowy odpowiadający otoczeniu grafu, węzeł do którego wprowadza się produkty a z którego wypływają surowce, otrzymuje się tzw. sieć bilansowa zamknięta. Jeżeli łuki surowca i produktów potraktujemy teraz jako łuki grafu, wówczas I prawo Kirchhoffa jest spełnione dla wszystkich węzłów. Jednocześnie dla węzła otoczenia odpowiada to bilansowi dla całej sieci (surowiec = suma produktów).



Rys. 1. Przykład otwartej sieci bilansowej



Rys. 2. Sieć bilansowa zamknięta

Wprowadzenie fikcyjnego węzła otoczenia grafu pozwala jednocześnie na ominięcie założenia braku akumulacji w węzłach. Wprowadzając sztuczny strumień łączący węzeł akumulujący z węzłem otoczenia, o wartości przepływu równej różnicy pomiędzy zapełnieniem węzła na początku i na końcu okresu bilansowania, uzyska się jednorodną sieć bilansową, w której pierwsze prawo Kirchhoffa jest spełnione dla każdego węzła pomimo istnienia zjawiska gromadzenia masy. Zwrot łuku odpowiadającego zmianie zasobów zależy od znaku tej różnicy. Dla wartości ujemnej tej różnicy łuk wychodzi z węzła otoczenia, dla dodatniej łuk wchodzi do węzła otoczenia.

1.2. Ścieżki, cykle, drzewa, przekroje. Macierze incydencji

Ścieżką nazywamy podgraf, w którym każdy łuk bez względu na zwrot połączony jest co najwyżej z dwoma łukami, zaś koniec jednego jest początkiem drugiego. Graf jest spójny wtedy, gdy istnieje ścieżka pomiędzy dowolną parą węzłów. Ścieżkę zamkniętą nazywamy cyklem.

Drzewem grafu nazywamy podgraf spójny obejmujący wszystkie węzły grafu nie zawierający cykli. Łuki drzewa zwane są gałęziami. Liczba gałęzi b:

$$b = N - 1 \tag{1}$$

N - liczba węzłów w grafie (razem z węzłem otoczenia).
Te łuki grafu spójnego, które nie są zawarte w drzewie, zwane są łącznikami (gałęzie zamykające). Liczba łączników grafu spójnego o e łukach:

$$L = e - b = e - N + 1 \tag{2}$$

Jeżeli do drzewa grafu doda się łącznik, otrzymamy graf zawierający jeden cykl. Cykle, które zawierają tylko jeden łącznik nazywane są cyklami podstawowymi. Orientacja cykli zgodna jest z orientacją łączników.

Przekrój (cut-set) jest zbiorem takich łuków, że po ich usunięciu dzielą one graf spójny na dwa spójne podgrafy. Jedyną niezależną grupą przekrojów są przekroje zawierające tylko jedną gałąź drzewa. Przekroje te nazywamy przekrojami podstawowymi. Liczba przekrojów podstawowych jest równa liczbie gałęzi a ich orientacja jest taka sama jak orientacja gałęzi.

1.2.1. Macierz incydencji

a) Macierz incydencji "łuk-węzeł"

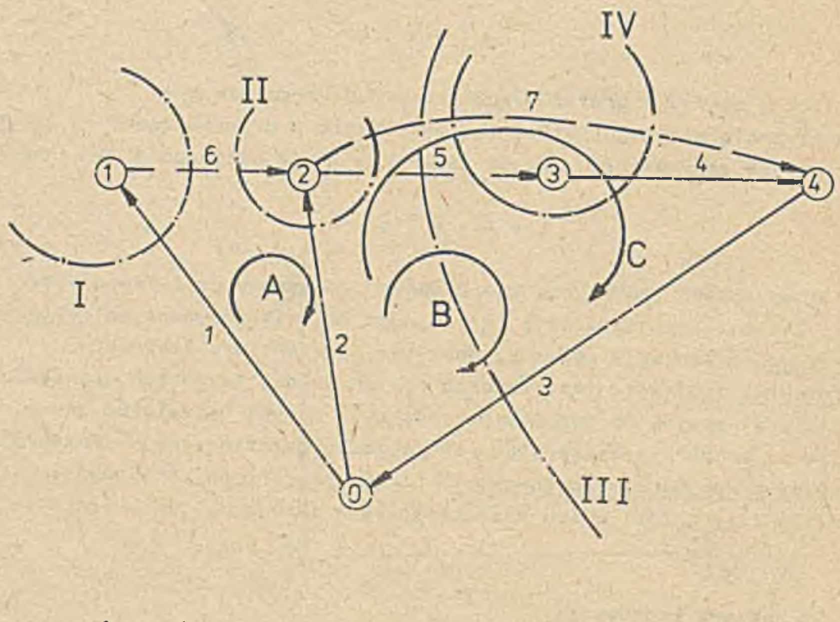
Incydencja łuków i węzłów w sieci przedstawiona jest przez macierz incydencji "łuk - węzeł". Elementy tej macierzy są następujące:

$a_{ij} = 1$, gdy j-ty łuk wchodzi do węzła i-tego,
$a_{ij} = -1$, gdy j-ty łuk wychodzi z i-tego węzła,
$a_{ij} = 0$, gdy łuk nie jest incydentny z węzłem lub tworzy pętlę.

Wymiar macierzy wynosi N x e. Macierz incydencji dla grafu z rys. 3 pokazano poniżej:

$$
\begin{array}{c}
N/e \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
-1 & -1 & 1 & & & & \\
1 & & & & & -1 & \\
 & 1 & & & -1 & 1 & -1 \\
 & & & -1 & 1 & & \\
 & & -1 & 1 & & & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Wiersze $\underline{\tilde{A}}$ są liniowo zależne $\left(\sum_{i=0}^{4} a_{ij} = 0\right)$, a więc rząd tej macierzy jest mniejszy od N.



{1,2,3,4} – gałęzie drzewa
{5,6,7} – łączniki
{A,B,C} – cykle podstawowe
{I,II,III,IV} – przekroje podstawowe

Rys. 3. Przykład grafu procesowego

b) Zredukowana macierz incydencji "łuk-węzeł" (bus incidence matrix)

Macierz powstała z macierzy $\tilde{A}$ przez odrzucenie wiersza węzła otoczenia jest nową macierzą incydencji (bus incidence matrix) $\underline{A}$. Wymiar tej macierzy wynosi b x e a rząd jest równy b, gdzie b jest liczba gałęzi drzewa w grafie.

$$\begin{array}{c|c} b/e & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & & & & & -1 & \\ & 1 & & & -1 & 1 & -1 \\ & & & -1 & 1 & & \\ & & -1 & 1 & & & 1 \end{array}\right] \end{array}$$

$$\underline{A}_b \qquad \underline{A}_L$$

Jeżeli kolumny $\underline{A}$ uporządkujemy zgodnie z podziałem struktury grafu na gałęzie, drzewa i łączniki; wówczas macierz $\underline{A}$ można podzielić na podmacierze $\underline{A}_b$ o wymiarach b x b oraz $\underline{A}_L$ o wymiarze b x L. Kolumny $\underline{A}_b$ odpowiadają gałęziom drzewa zaś kolumny $\underline{A}_L$ łącznikom. Można wykazać, że macierz $\underline{A}_b$ jest macierzą nieosobliwą rzędu b ([1]).

c) Macierz incydencji przekrojów podstawowych (cut-set matrix)

Incydencja łuków grafu z przekrojem podstawowym jest opisana przy pomocy macierzy incydencji $\underline{K}$. Elementy tej macierzy są następujące:

$k_{ij} = 1$, gdy j-ty łuk jest incydenty i zorientowany w tym samym kierunku jak i-ty przekrój podstawowy,

$k_{ij} = -1$, gdy j-ty łuk jest incydentny lecz przeciwnie zorientowany jak i-ty przekrój podstawowy,

$k_{ij} = 0$, gdy j-ty łuk nie jest incydentny z i-tym przekrojem.

Dla grafu z rys. 3 macierz ta ma postać:

$$\begin{array}{c|c} b/e & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ II \\ III \\ IV \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc|ccc} 1 & & & & & -1 & \\ & 1 & & & -1 & 1 & -1 \\ & & 1 & & -1 & & -1 \\ & & & 1 & -1 & & \end{array}\right] \end{array}$$

$$\underline{1} \qquad \underline{K}_L$$

Macierz $\underline{K}$ można podzielić na dwie podmacierze: jednostkową oraz $\underline{K}_L$; kolumny $\underline{1}$ odpowiadają gałęziom drzewa, zaś kolumny $\underline{K}_L$ łącznikom. Podmacierz $\underline{K}_L$ można otrzymać wykorzystując macierz $\underline{A}$. Warto przy tym zauważyć, że poszczególne przekroje podstawowe odpowiadają (w relacji jeden do jeden) węzłom podstawowym grafu ①, ②, ③, ④. Incydencja łączników do tych węzłów jest pokazana przez podmacierz $\underline{A}_L$, zaś incydencja gałęzi przez podmacierz $\underline{A}_b$. Ponieważ dodatkowo istnieje tożsamość gałęzi i przekrojów podstawowych (co do ilości i orientacji) można wykazać [1], że podmacierz incydencji $\underline{A}_L$ można otrzymać z zależności:

$$\underline{A}_L = \underline{A}_b \cdot \underline{K}_L \tag{3}$$

Ponieważ $\underline{A}_b$ jest nieosobliwą macierzą kwadratową, zatem

$$\underline{K}_L = \underline{A}_b^{-1} \cdot \underline{A}_L \tag{4}$$

2. Równania bilansów masowych. Wyznaczanie wartości przepływów strumienia

Każdemu łukowi sieci bilansowej, oprócz zwrotu, jest przypisana pewna liczba mówiąca o wartości przepływu medium w danym łuku. Jeżeli utworzy się wektor $\underline{f}$, którego elementy są liczbami mówiącymi o ilości medium jaka przepłynęła przez łuki w danym okresie, wówczas:

$$\underline{A} \cdot \underline{f} = 0 \tag{5}$$

jest niczym innym jak układem równań bilansowych dla wszystkich podstawowych węzłów sieci bilansowej.

Ze względu na równoważność węzłów i przekrojów podstawowych, równania bilansów można zapisać w formie:

$$\underline{K} \cdot \underline{f} = 0 \tag{6}$$

Dla grafu z rys. 3:

$$\underline{A} \cdot \underline{f} = \begin{cases} ① & f_1 - f_6 = 0 \\ ② & f_2 - f_5 + f_6 - f_7 = 0 \\ ③ & -f_4 + f_5 = 0 \\ ④ & -f_3 + f_4 + f_7 = 0 \end{cases} \tag{7}$$

Wykorzystując macierz przekrojów podstawowych:

$$\underline{K} \cdot \underline{f} = \begin{cases} \mathrm{I} & f_1 - f_6 = 0 \\ \mathrm{II} & f_2 - f_5 + f_6 - f_7 = 0 \\ \mathrm{III} & f_3 - f_5 - f_7 = 0 \\ \mathrm{IV} & f_4 - f_5 = 0 \end{cases} \tag{8}$$

Równanie przekroju I'II jest kombinacją równań dla węzłów ③ ④. W instalacjach rzeczywistych, gdzie mierzy się przepływ mediów, równania bilansowe nie są z reguły spełnione dla wartości mierzonych $\underline{f}_m$:

$$\underline{A} \cdot \underline{f}_m \neq 0 \tag{9}$$

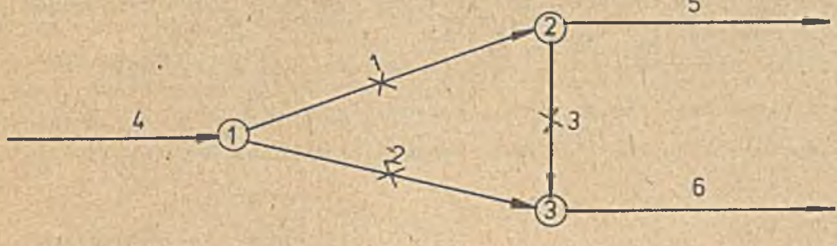
Celem obliczeń wyrównawczych dla bilansów jest znalezienie takiej wartości wektora przepływów, aby były spełnione równania bilansowe a jednocześnie aby była minimalizowana ważona suma kwadratów odchyleń wartości mierzonych od skorygowanych. Można to ująć jako minimalizację wskaźnika:

$$(f - \underline{f}_m)^T \cdot \underline{Q}^{-1} \cdot (f - \underline{f}_m) \tag{10}$$

przy ograniczonych (5) lub (6).
Rozwiązaniem tego problemu jest wyrażenie [2]:

$$\underline{f} = \underline{f}_m - \underline{Q} \cdot \underline{A}^T \cdot (\underline{A}.\underline{Q}.\underline{A}^T)^{-1} \cdot \underline{A} \cdot \underline{f}_m \tag{11}$$

gdzie $\underline{Q}^{-1}$ jest macierzą współczynników wagi.
W wielu przypadkach w problemie obliczeń bilansowych ma się do czynienia z przypadkami braku informacji o wartościach przepływów w niektórych strumieniach. Obliczenia należy wówczas uzupełnić o zagadnienia związane z wyliczaniem nieznanych wartości przepływów. Oparte są one na rozwiązaniu pewnego układu równań liniowych o liczbie niewiadomych równej liczbie nieznanych wartości przepływów. W omawianym przypadku może dojść do sytuacji, w której ilość równań będzie mniejsza od ilości niewiadomych - a więc nie można będzie wyliczyć nieznanych wartości z równań bilansowych. By można było sieć zbilansować, część nieznanych wartości należy przyjąć arbitralnie (ewentualnie uzupełnić instalację pomiarową o brakujące pomiary) i na podstawie przepływów zmierzonych i przyjętych arbitralnie, wyliczyć pozostałe wartości przepływów. Prosty przykład wystąpienia takiej sytuacji pokazano na rys. 4.



Rys. 4. Przykład wystąpienia przepływów niepoliczalnych

Bilanse mają postać:

$$x_1 + x_2 = f_4$$
$$x_1 - x_3 = f_5$$
$$x_2 + x_3 = f_6$$

Równanie dla węzła ① jest kombinacją liniową dwóch pozostałych równań, a więc w celu uzyskania jednoznacznego rozwiązania należy arbitralnie przyjąć jedną z nieznanych wielkości. Wielkość ta wpłynie oczywiście na otrzymane rozwiązanie i jako taka, w przypadku przyjęcia złej wartości może być przyczyną znacznych błędów.

3. Analiza sieci bilansowej. Wyznaczanie strumieni niewyrównywanych i niewyliczanych

W poprzednim punkcie w prosty sposób pokazano możliwość wystąpienia strumieni niewyliczalnych w sieci bilansowej. Okazuje się też, że mogą istnieć strumienie, które pomimo znanych wartości zmierzonych nie będą wyrównywane. Jakie strumienie mogą być niewyliczalne i niewyrównywane, a które mogą być wyliczone i wyrównane, zależy od struktury podgrafów utworzonych z łuków odpowiadających strumieniom mierzonym.

Niech w sieci bilansowej wystąpi "s" strumieni $\underline{X}$ o nieznanych wartościach przepływów oraz "m-s" strumieni $\underline{f}$ o znanych, zmierzonych wartościach przepływów. Niech strumienie wektora $\underline{X}$ są incydentne z "q" węzłami sieci. Podzielmy wektory $\underline{X}$ oraz $\underline{f}$ w następujący sposób:

$\underline{X}_1$ - wektor łuków tworzących drzewa w podgrafach utworzonych ze strumieni o nieznanych przepływach. Wymiar wektora (q x 1),

$\underline{X}_2$ - wektor pozostałych (s-q) łuków strumieni o nieznanych przepływach. Łuki te są łącznikami drzew podgrafów wektora $\underline{X}_1$. Wymiar wektora $\underline{X}_2$ (s-q) x 1; n - liczba węzłów podstawowych,

$\underline{f}_1$ - wektor (n-q) łuków strumieni mierzalnych, dopełniających drzewa podgrafów $\underline{X}_1$ do drzewa obejmującego wszystkie węzły sieci; wymiar (n-q) x 1,

$\underline{f}_2$ - wektor łuków strumieni mierzalnych, będących łącznikami drzew z łuków wektora $\underline{X}_1$; wymiar (k x 1),

$\underline{f}_3$ - wektor pozostałych m-n-k-s+q łuków strumieni mierzalnych.

Podobnie dzieli się macierz incydencji grafu $\underline{A}$:

$\underline{A}_{11}$ - macierz incydencji łuków strumieni $\underline{f}_1$; wymiar n x (n-q),

$\underline{A}_{12}$ - " " " " $\underline{f}_2$; wymiar n x k,

$\underline{A}_{13}$ - " " " " $\underline{f}_3$; wymiar n x (m-n-s-k+q),

$\underline{A}_{21}$ - macierz incydencji łuków strumieni $\underline{X}_1$; wymiar n x q,

$\underline{A}_{22}$ - " " " " $\underline{X}_2$; wymiar n x (s-q).

Podzielona macierz $\underline{A}$ wygląda następująco:

$$\underline{A} = \Big[\underbrace{\underline{A}_{13} : \underline{A}_{12} : \underline{A}_{22}}_{\underline{A}_L} : \underbrace{\underline{A}_{11} : \underline{A}_{21}}_{\underline{A}_b}\Big]$$

Podmacierz $[\underline{A}_{11} : \underline{A}_{21}]$ jest macierzą drzewa sieci bilansowej i jako taka jest więc macierzą kwadratową i nieosobliwą.

Równanie bilansów ma postać:

$$[\underline{A}_{13} : \underline{A}_{12} : \underline{A}_{22} : \underline{A}_{11} : \underline{A}_{21}] \cdot [\underline{f}_3 : \underline{f}_2 : \underline{X}_2 : \underline{f}_1 : \underline{X}_1]^T = 0 \qquad (12)$$

Mnożąc lewostronnie to wyrażenie przez odwrotność macierzy drzewa mamy:

$$[\underline{A}_{11} : \underline{A}_{21}]^{-1} [A_{13} : A_{12} : A_{22} : A_{11} : A_{21}] \begin{bmatrix} \underline{f}_3 \\ \underline{f}_2 \\ \underline{X}_2 \\ \underline{f}_1 \\ \underline{X}_1 \end{bmatrix} = \underline{K} \cdot \begin{bmatrix} \underline{f}_3 \\ \underline{f}_2 \\ \underline{X}_2 \\ \underline{f}_1 \\ \underline{X}_1 \end{bmatrix} = 0 \qquad (13)$$

Zgodnie z punktem 1.2.1 c macierz $\underline{K}$ jest macierzą incydencji przekrojów podstawowych sieci. Jej struktura jest następująca:

$$\underline{K} = \begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc|cc} \underline{K}_1 & \underline{0} & \underline{0} & I & \underline{0} \\ \hline \underline{K}_2 & \underline{K}_3 & \underline{K}_4 & 0 & I \end{array}\right] \\ \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\underline{K}_L} \; \underbrace{\qquad\quad}_{\underline{K}_b} \end{array} \begin{array}{c} (n-q) \\ (q) \\ \end{array} \qquad (14)$$

Podmacierz $\underline{K}_b$ jest blokową macierzą incydencji gałęzi drzewa i przekrojów podstawowych, a więc jest macierzą jednostkową. Podmacierz $\underline{K}_L$ jest blokową macierzą incydencji łączników i przekrojów podstawowych. Dwa jej bloki są macierzami zerowymi. Wynika to z faktu, że łuki odpowiadające tym blokom są łącznikami i są incydentne z q węzłami (a więc i z przekrojami) podgrafów strumieni niemierzonych. Ponieważ równanie (13) jest równaniem bilansów można je użyć jako ograniczenia przy minimalizacji wskaźnika (10). Ograniczenia te będą miały postać:

$$\underline{K}_1 \cdot \underline{f}_3 + \underline{0} \cdot \underline{f}_2 + \underline{f}_1 = 0 \qquad (15)$$

$$\underline{K}_2 \cdot \underline{f}_3 + \underline{K}_3 \cdot \underline{f}_2 + \underline{K}_4 \cdot \underline{X}_2 + \underline{X}_1 = 0 \qquad (16)$$

Analizując wyrażenie (15) widać, że odpowiada ono bilansowi masowemu dla strumieni o mierzonych wartościach przepływów. A więc odpowiada to bilansowi dla grafu wyrównawczego, zawierającego tylko łuki mierzone. Graf taki powstaje po wyeliminowaniu łuków niemierzonych np. metodą zwijania węzłów. Ponieważ wskaźnik (10) jest wyrażony przez wartości wektora strumieni mierzonych, wyrażenie (15) będzie ograniczeniem dla jego minimalizacji. Wyrażenie (16) posłuży z kolei do wyznaczenia wartości wektora strumieni niemierzonych:

$$\underline{x}_1 = -\underline{K}_4 \cdot \underline{x}_2 - \underline{K}_3 \cdot \underline{f}_2 - \underline{K}_2 \cdot f_1 \tag{17}$$

Ponieważ wyrażenie (15) nie nakłada żadnych ograniczeń na wektor $\underline{f}_2$, więc wartości przepływów tego wektora nie będą wyrównywane, czyli:

$$\underline{f}_2 = \underline{f}_{2m} \tag{18}$$

Z kolei każde równanie wyrażenia (16) zawiera jedną nieznaną wielkość wektora $\underline{x}_1$. Jeżeli dodatkowo w równaniach tych pojawią się nieznane wartości wektora $\underline{x}_2$, to liczba niewiadomych przekracza liczbę równań i żeby ten układ rozwiązać niektóre wartości $\underline{x}_1$ lub $\underline{x}_2$ trzeba przyjąć arbitralnie. Wielkości tych jest tyle ile elementów posiada wektor $\underline{x}_2$ i aby nie było dalszych problemów z rozwiązaniem układu najlepiej jest przyjąć arbitralnie wielkości $\underline{x}_2$ lub dokonać dodatkowych pomiarów przepływu strumieni, elementów tego wektora. Arbitralne przyjęcie wartości wielkości $\underline{x}_2$ oraz brak wyrównania wartości strumieni wektora $\underline{f}_2$ powodują, że wyniki wyliczania wartości przepływów strumieni niemierzonych mogą być obarczone dużymi błędami. Nie wpływa to jednak w żaden sposób na dokładność wyrównania wartości przepływów strumieni wektorów $\underline{f}_1$ i $\underline{f}_3$ (p. wzór (15)).

4. Zakończenie

Generalnym wnioskiem wypływającym z powyższych rozważań jest stwierdzenie, że łączniki drzew podgrafów strumieni o nieznanych wartościach przepływów będą:

- niewyliczalne, gdy są również strumieniami o nieznanych wartościach przepływów,
- niewyrównane, gdy są strumieniami mierzonymi.

Stwierdzenie to ułatwia w znacznym stopniu analizę układu równań bilansowych w obliczeniach wyrównawczych dla bilansów masowych. Wystarczy bowiem przeanalizować łączniki maksymalnego drzewa grafu oraz podgrafy strumieni niemierzonych aby stwierdzić, czy da się w pełni zbilansować daną instalację. Do tego celu nie jest nawet potrzebna generacja drzewa. Wystarczy bowiem, że w trakcie generacji grafu wyrównawczego łączniki drzew podgrafów strumieni niemierzonych są automatycznie eliminowane ze struktury. Analiza strumieni wyeliminowanych daje zaraz odpowiedź na omawiane zagadnienie. Opracowano na tej podstawie bardzo prosty algorytm analizy grafu, pozwalający na analizę dowolnego grafu pod kątem wyznaczania strumieni niewyliczalnych i niewyrównywanych ([3]).

LITERATURA

[1] Deo N.: Graph Theory with Application to Engineering and Computer Science. Prentice Hall, New York, London 1974.

[2] Mah R.S., Stanley D.S., Downing G.M.: Reconciliation and Rectyfication of Process Flow and Inventory Data. - I.E.C.Process. Des.Dev. Vol. 15 No 1, 1976.

[3] Gomółka W.: Program Analizy Struktury Grafu w Obliczeniach Wyrównawczych dla Bilansów Masowych. Zeszyty Naukowe Pol. Śl., Seria Automatyka, nr 47, 1979.

Złożono w redakcji 20.12.79 r.
W formie ostatecznej 20.03.81 r.

Recenzent
Doc. dr hab. inż. Zygmunt Szwaja

О ПРИМЕНЕНИЮ ТЕОРИИ ГРАФОВ В БАЛАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЯХ

Р е з ю м е

Структурный анализ химической инсталяции является основным этапом балансовых вычислений. В статье показан метод анализа с применением теории направленных графов. Показано что применение теории графов делает вычисления более простыми.

ON IMPLEMENTATION OF GRAPH THEORY IN EQUALIZING COMPUTATIONS FOR MATERIAL BALANCES

S u m m a r y

An analysis of structural connections in installation plant is a principal and necessary step in equalizing computations for material balances. Since, this installation is presented by oriented graph, its analysis is equivalent to an analysis of the graph. The paper presents some problems connected with implementation of oriented graphs in an analysis of a balanced installation. The paper also ilustrate a reduction of balancing computations due to implementation of the graph theory.