

BUDOWNICTWO z. 23

WŁODZIMIERZ STAROSOLSKI

P.3343/68

**Z ZAGADNIENÍ
PŁASKICH STROPÓW BEZGŁOWICOWYCH**

**P O L I T E C H N I K A Ś L Ą S K A
ZESZYT NAUKOWY Nr 228 – GLIWICE 1968**

SPIS TREŚCI

	Str.
Wstęp	3
Rozdział I: BADANIA MODELOWE	5
1.1. Modele	5
1.2. Określane wielkości statyczne	6
1.3. Aparatura i urządzenia	8
1.4. Zagadnienia podobieństwa modelowego	10
1.5. Opracowanie wyników	13
1.6. Omówienie wyników	15
Rozdział II: SZACOWANIE DOKŁADNOŚCI BADAŃ	24
2.1. Zagadnienia ogólne	24
2.2. Omówienie wyników	29
Rozdział III: NIEKTÓRE ZAGADNIENIA PROJEKTOWANIA STROPÓW PŁASKICH BEZGŁOWICOWYCH	30
3.1. Kryterium podziału płyty na pasma	33
3.2. Średnica podpory a podział płyty na pasma	37
3.3. Dopuszczalne względne przemieszczenia podpór	40
3.4. Metoda belkowa projektowania sprężonych stropów płaskich	42
3.5. Projektowanie sprężonych stropów płaskich w oparciu o badania modelowe	45
Rozdział IV: USTROJE PŁYTOWO-SŁUPOWE	50
4.1. Metoda obliczania	51
4.2. Obliczenia porównawcze	56



POLITECHNIKA ŚLĄSKA

ZESZYTY NAUKOWE

Nr 228

P.3343/68

WŁODZIMIERZ STAROSOLSKI

Z ZAGADNIEN PŁASKICH STROPÓW BEZGŁOWICOWYCH

PRACA HABILITACYJNA Nr 81

(Skrót)

GLIWICE 1968

REDAKTOR NACZELNY ZESZYTÓW NAUKOWYCH
POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

Fryderyk Staub

REDAKTOR DZIAŁU

Włodzimierz Starosolski

SEKRETARZ REDAKCJI

Tadeusz Matula

PS 323168

Dział Nauki — Sekcja Wydawnictw Naukowych — Politechniki Śląskiej
Gliwice, ul. Konarskiego 23

Nakł 100+175 Ark. wyd. 3,4 Ark. druk. 4,4 Papier offsetowy kl. III, 70x100, 70 g
Oddano do druku 8. 7. 1968 Podpis. do druku 2. 10. 1968 Druk ukoń. w październ. 1968
Zam 1177 20. 6. 1968 K-23 Cena zł 5,—

Skład, fotokopie, druk i oprawę
wykonano w Zakładzie Graficznym Politechniki Śląskiej w Gliwicach

WSTĘP

Płaskie stropy bezgłowicowe stanowią podstawowy element nośny budynków realizowanych metodą podnoszenia stropów względnie metodą podnoszenia kondygnacji. Od czasu pierwszych projektów Francuza B. L a f f a i l l e' a i realizacji amerykańskich F. Y c u t z a i T. S l i c k a znaczna ilość wzniesionych tymi metodami obiektów potwierdziła ich ekonomiczną efektywność. W naszych warunkach w ten sposób wznieszone obiekty mogą znaleźć zastosowanie przede wszystkim na tych terenach, na których utrudnione jest wykorzystanie ciężkiego sprzętu montażowego oraz - ze względu na ich małą czułość na nierównomierne przemieszczanie podpór - tam, gdzie np. występują wpływy eksploatacji górniczej. Z myślą o budownictwie mieszkaniowym na takich właśnie terenach, a konkretnie na terenie Rybnickiego Okręgu Węglowego podjęta została relacjonowana tutaj praca.

W przeciwieństwie do większości dotychczasowych opracowań, które dotyczyły głównie obszaru wewnętrznego płyty punktowo podpartej o nieskończonej ilości pól, zajęto się tu płytami o małej ilości pól, w szczególności płytami jedno i dwupolowymi z przewieszonymi poza linię podpór wspornikami. Są to typy płyt, które w przypadku sprzężenia stanowić mogą podstawę projektowania budynków o stropach płaskich bezgłowicowych na terenach eksploatacji górniczej. Ponadto wyniki tych badań odnieść można częściowo do pól skrajnych stropów wielopolowych.

W płytach punktowo podpartych jedno i dwupolowych bardzo istotny jest, pomijany dotąd, wpływ wielkości wsporników. Dla określenia tego wpływu, w prowadzonych badaniach modelowych uwzględniano każdorazowo co najmniej cztery różne wielkości wsporników. Badania te, ograniczone do sprężystej pracy płyty, pozwoliły między innymi na określenie takich wielkości jak:

- powierzchniowe wpływy momentów zginających i ugięć od siły skupionej oraz od momentu skupionego wędrującego wzdłuż krawędzi,

- momenty zginające, momenty skręcające i ugięcia od obciążeń równomiernie rozłożonych na poszczególnych partiach płyty oraz od niezależnego przemieszczania podpór,

- kąty obrotu płyty w punktach podparcia od obciążeń równomiernie rozłożonych, od momentów skupionych na podporach, a także od niezależnego przemieszczania podpór.

Na podstawie uzyskanych wartości obliczone zostały obwiednie momentów zginających i ugięć oraz momenty zamocowania płyty na podporach od różnych rodzajów obciążeń. Określono w ten sposób pełny zestaw wartości potrzebnych dla projektowania stropów płaskich bezgłowicowych jedno i dwupolowych zarówno żelbetowych jak i sprężonych, przy wszystkich praktycznie występujących rodzajach obciążenia. Pozwoliło to ponadto na określenie wpływu typu i wielkości wspornika na poszczególne wielkości statyczne. Uzyskanie momentów utwierdzenia płyty w punktach podparcia oraz powierzchni wpływowych od momentu wędrującego wzdłuż krawędzi umożliwiła skonstruowana w tym celu oryginalna aparatura. Osobny rozdział poświęcono oszacowaniu dokładności poszczególnych wyników.

Z zagadnień praktycznego projektowania stropów płaskich bezgłowicowych opracowano:

- metodę pozwalającą na optymalny podział płyty na pasma o jednakowej gęstości zbrojenia wraz z jej praktycznymi zastosowaniami,

- przybliżone projektowanie stropów sprężonych przy wykorzystaniu metody belkowej. Obejmuje ono zarówno projektowanie z uwagi na naprężenia dopuszczalne, jak i projektowanie z możliwością wykorzystania dodatkowego warunku wymagającego aby sprężenie zniwelowało ugięcia od obciążeń stałych,

- metodę projektowania sprężonych stropów płaskich bezgłowicowych opartą o badania modelowe.

Osobną grupę zagadnień stanowi projektowanie budynków o płytowo-skupowym ustroju nośnym. Stosowana dotąd powszechnie

metoda obliczania przy pomocy ram zastępczych jest przybliżeniem odbiegającym niekiedy znacznie od rzeczywistej pracy ustroju. Metoda obliczania zaproponowana przez autora w niniejszej pracy pozwala na bezpośrednie uwzględnienie przestrzennej pracy ustroju bez konieczności uproszczeń. Bazuje ona także na wynikach przeprowadzonych badań modelowych. Znaczna ilość przebieżonych przykładów pozwoliła określić zarówno wpływ rozmiarów wspornika na pracę ustroju płytowo-słupowego pod różnymi rodzajami obciążeń, jak i wielkość błędu popełnianego przy obliczaniu tego typu konstrukcji metodą ram zastępczych.

Niniejszy skrót, będący właściwie jedynie obszernym streszczeniem pełnej rozprawy autora pod tym samym tytułem, stanowi część kompleksowego rozwiązania zagadnienia, opracowanego w Katedrze Budownictwa Żelbetowego Politechniki Śląskiej w Gliwicach częściowo na zlecenie Rybnickiego Zjednoczenia Przemysłu Węglowego. Stąd też przedłożona praca nie obejmuje zagadnień technologii materiałów do modelowania opracowanych przez J. D e r k i e w i c z a [14] oraz zagadnień dotyczących samej strefy przypodporcowej opracowanych przez A. A j d u k i e w i c z a [2].

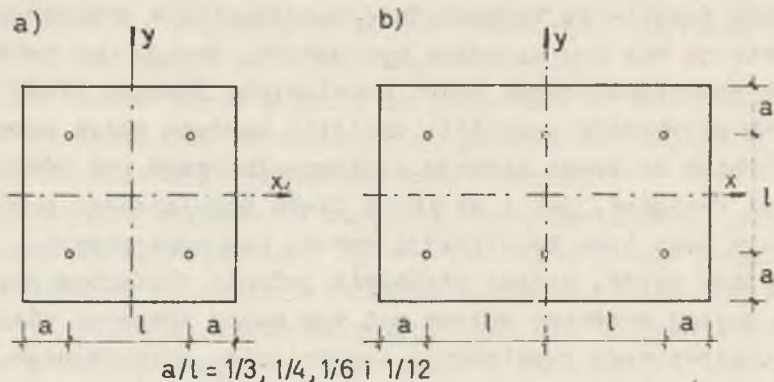
Z uwagi na rozmiar i pracochłonność badań, przeprowadzenie ich było możliwe dzięki życzliwości i pomocy zarówno Kierownictwa Katedry Budownictwa Żelbetowego w osobach prof. dra S. Kaufmana i doc. dra W. Króla jak i Kolegów: mgr inż. A. Ajdukiewicza, mgr inż. J. Denkiewicza, mgr inż. E. Małka oraz zespołu laborantów Katedry, za co Im tą drogą składam serdeczne podziękowania.

1. BADANIA MODELOWE

1.1. Modele

Relacjonowane dalej badania modelowe objęły pracę bezżebrowych płyt punktowo podpartych w zakresie sprężystym. Badano płyty ortogonalne jedno i dwupolowe o kwadratowej siatce podpór i zmiennej wielkości wspornika (rys. 1.1). Stosunek wysięgu

wspornika do rozpiętości podporowej a/l wynosił w każdej serii płyt: $1/3$, $1/4$, $1/6$ i $1/12$.



Rys. 1.1. Schemat modeli płyt: a) kwadratowych; b) prostokątnych

Modele wykonane były z tworzywa na bazie gipsu modelowego. Wybór tego tworzywa został dokonany w oparciu o pracę A. M i t z e l a [44], a następnie umotywowany po badaniach technologicznych w pracach autora i współpracowników [51], [53]. Poszczególne typy płyt w serii uzyskiwano w ten sposób, że z płyty o największym wsporniku tworzone przez obcinanie kolejne płyty o mniejszych wspornikach. Ogółem badania objęły cztery serie płyt kwadratowych: A; B; C i F oraz dwie serie płyt prostokątnych: D i E, przy czym większość pomiarów prowadzona była na płytach serii B i D. Współczynnik sprężystości (E) materiału modelu wahał się dla poszczególnych płyt w granicach od $62 \cdot 10^3$ do $82 \cdot 10^3$ kg/cm^2 , a współczynnik Poissona (ν) w granicach od 0,202 do 0,220. Rozpiętość podporowa (l) wszystkich płyt była stała i wynosiła 600 mm przy grubości płyt wahającej się od 9,04 do 11,64 mm.

1.2. Określane wielkości statyczne

1. Powierzchnie wpływowe momentów zginających i skręcających od siły skupionej. Powierzchnie te określano w węzłach naniesionej na modele siatki kwadratowej o boku oczka $l' = 1/6 l$,

przy czym na wspornikach stosowano dodatkowy podział połówkowy. Powstałe w ten sposób dodatkowe węzły wykorzystywano wyłącznie wtedy, gdy znajdowały się na krawędzi modelu. Obciążenie skupione przekazywano na model za pomocą podkładki o średnicy $d \approx 0,027$ l i do pola obciążenia o takiej średnicy odnosi się w niniejszej pracy pojęcie obciążenia siłą skupioną. Oznaczono przez:

m_x i m_y - momenty zginające równoległe do osi x i y ,

m_{45° i m_{135° - momenty zginające działające w kierunku odchylnym od osi x o $+45^\circ$ i $+135^\circ$ (kierunek dodatni jest tu zgodny z ruchem wskazówek zegara),

$m_{x y}$ - momenty skręcające w układzie osi xy .

2. Powierzchnie wpływowe momentów zginających i skręcających od momentu skupionego wędrującego wzdłuż krawędzi. Powierzchnie te określano jedynie dla krawędzi modelu w punktach połowiących odległość między węzłami siatki. Ze względów praktycznych moment przykładany był w odległości $0,02$ l od krawędzi, a szerokość przyłożenia wynosiła $0,05$ l. Do takiego też sposobu przyłożenia momentu odnosi się tu pojęcie momentu skupionego na krawędzi modelu.

3. Momenty zginające i skręcające od obciążeń ciągłych równomiernie rozłożonych na poszczególnych partiach powierzchni płyty. Podział płyty na niezależnie obciążane części wyznaczały linie proste, równoległe do krawędzi i przechodzące przez osie podpór.

4. Momenty zginające i skręcające od niezależnego pionowego przemieszczania podpór.

5. Kąty obrotu płyty w punktach podparcia od obciążeń ciągłych rozłożonych na poszczególnych partiach płyty. Jako kąt obrotu płyty w punkcie podparcia określa się w niniejszej pracy kąt obrotu stalowej płytki o średnicy $d \approx 0,025$ l przyklejonej do modelu w osi podparcia.

6. Kąty obrotu płyty w punktach podparcia od niezależnego pionowego przemieszczania podpór.

7. Kąty obrotu płyty w punktach podparcia od momentów skupionych przyłożonych na podporze, gdzie jako moment skupiony przyłożony na podporze traktuje się parę sił działających na ramieniu 0,05 l przy szerokości przyłożenia każdej siły równej 0,05 l.

8. Powierzchnie wpływowe ugięcia od siły skupionej.

9. Ugięcia od obciążeń ciągłych rozłożonych na poszczególnych partiach płyty.

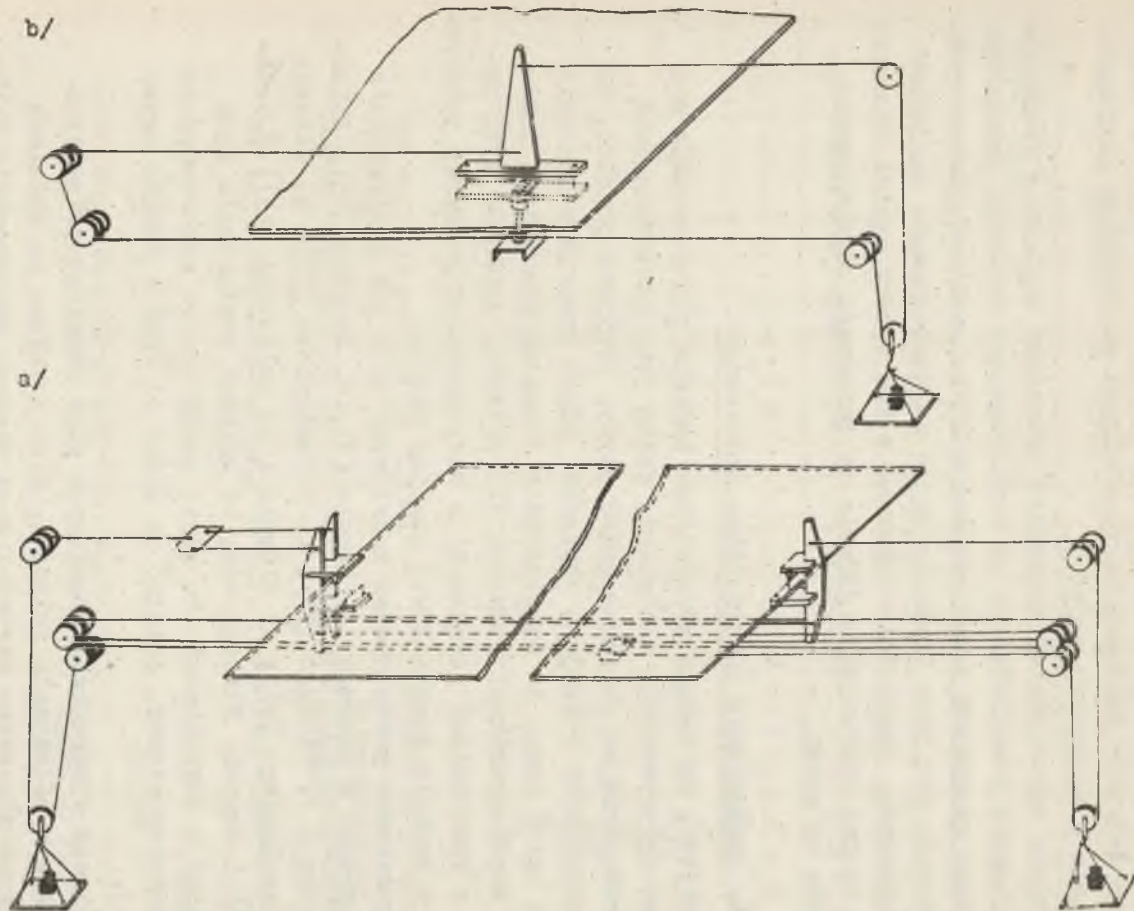
10. Ugięcia od niezależnego pionowego przemieszczania podpór.

1.3. Aparatura i urządzenia

Podstawę stanowiska badawczego stanowił masywny stół stalowy, na którym ustawiono właściwe podpory modelu. Podpory te umożliwiały realizację w pełni przegubowo-przesuwnego schematu podparcia płyty. Jednocześnie konstrukcja ich zapewniała możliwość wymuszania zmiany poziomu podparcia z dokładnością 0,01 mm. Obciążenia skupione realizowano specjalnymi obciążnikami w kształcie haka, a obciążenia równomierne przy pomocy pojemników ze śrutem. Dla wywołania jednego względnie dwóch momentów skupionych na krawędzi zaprojektowano urządzenie, którego schemat pokazano na rys. 1.2a. Na kolejnym rysunku 1.2b przedstawiono schemat urządzenia pozwalającego na przyłożenie momentu skupionego na podporze, przy czym konstrukcja tego urządzenia zapewniała możliwość pomiaru kąta obrotu płyty na podporze.

Pomiar odkształceń powierzchniowych prowadzony był przy pomocy kratowych czujników elektro-oporowych klejonych obustronnie w układzie samokompensacyjnym o podwójnej czułości. Ogółem na największej płycie kwadratowej umieszczono 62 pary czujników, grupując je na obszarze pomiarowym obejmującym $1/8$ powierzchni płyty, a na największej płycie prostokątnej 94 pary czujników, przy czym obszar pomiarowy wynosił tu $1/4$ powierzchni płyty.

Pomiary kątów obrotu płyty w punktach podparcia dokonywane były przy pomocy lunety autokolimacyjnej typu LA 3 produkcji



Rys. 1.2. Schemat urządzenia wywołującego moment skupiony
 a) na krawędzi modelu, b) na podporze

Zakładu Optyki Politechniki Wrocławskiej¹⁾). Lusterka odbijające promień świetlny mocowano na specjalnych stolyczkach klejonych do modelu w miejscach podpór.

Z braku odpowiedniej aparatury optycznej względnie czujników bezstykowych pozwalających na wystarczająco dokładny jednoczesny pomiar pionowych przemieszczeń w kilku punktach pomiarowych, zdecydowano się przy pomiarze ugięć na zastosowanie czujników mechanicznych. Oczywiście uzyskane w ten sposób wyniki obarczone są błędem wynikającym głównie ze zmiennego oddziaływania czujnika na model.

1.4. Zagadnienia podobieństwa modelowego

Przyjęto, że będące przedmiotem badania płyty cechują się liniową sprężystością materiału, pełną jego izotropią oraz jednorodnością na obszarze całej płyty. Przyjęto ponadto, że przy wszystkich rodzajach obciążeń płyty pracują w zakresie małych ugięć oraz, że współczynnik Poissona dla modelu jest równy współczynnikowi Poissona dla obiektu. Zgodność tych założeń z wartościami uzyskanymi z bezpośrednich pomiarów potwierdzono w trakcie szczegółowej analizy błędów.

Zagadnienie podobieństwa modelowego było już wielokrotnie opracowywane w pracach: A. Boreza [7]; S. Drobota [15]; R. Kaźmierczaka i P. Wildego [31]; T. Kolendowicza [35]; A. Mitzela i J. Suwałskiego [42]; A. Mitzela i B. Heilperna [45]; J. Szulca [56] i innych. Dlatego też, by uniknąć powtarzania tych zagadnień w zastosowaniu do płyt, pominięto tu wyprowadzenia odpowiednich wzorów, podając je niżej od razu w formie ostatecznej.

Ponieważ w warunkach brzegowych płyt punktowo-podpartych występuje współczynnik Poissona, więc uzyskane na modelach z tworzywa gipsowego wartości mogą znaleźć zastosowanie tylko

¹⁾ Z uwagi na to, że podana przez producenta wartość współczynnika przeliczeniowego (1 działka - 1,4") różniła się znacznie dla posiadanego egzemplarza od wartości rzeczywistej, przeprowadzono dokładne cechowanie, otrzymując relację: 1 działka - 1,485".

Tablica 1.1

Wzory dla obliczenia współczynników

Dla wart. Przy obciążeniu szukanej		m	w	ψ
		kG	cm	1
P_m	kG	$\mu = \frac{1}{P_m} E_m h_m^2 B$	$\omega = \frac{W^*}{P_m l_m^2} E_m h_m^3$	$\psi = \frac{\psi^*}{P_m l_m} E_m h_m^3$
P_p	kGcm ²	$\mu_p = \frac{1}{P_p l_m^2} E_m h_m^2 B$	$\omega_p = \frac{W^*}{P_p l_m^4} E_m h_m^3$	$\psi_p = \frac{\psi^*}{P_p l_m^3} E_m h_m^3$
M_m	kGcm	$\mu_M = \frac{l_m}{M_m} E_m h_m^2 B$	$\omega_M = \frac{W^*}{M_m l_m} E_m h_m^3$	$\psi_M = \frac{\psi^*}{M_m} E_m h_m^3$
m_m	kG	$\mu_m = \frac{1}{m_m} E_m h_m^2 B$	$\omega_m = \frac{W^*}{m_m l_m^2} E_m h_m^3$	$\psi_m = \frac{\psi^*}{m_m l_m} E_m h_m^3$
w_m	cm	$\mu_w = \frac{l_m^2}{w_m h_m} B$	$\omega_w = \frac{W^*}{w_m}$	$\psi_w = \frac{\psi^*}{w_m}$
ψ_m	1	$\mu_{\psi} = \frac{l_m}{\psi_m h_m} B$	$\omega_{\psi} = \frac{W^*}{\psi_m l_m}$	$\psi_{\psi} = \frac{\psi^*}{\psi_m}$

We wzorach tych:

dla m_x $B = \frac{1}{6(1-\nu^2)} \frac{k_n}{Z k_t} (\epsilon_x^* + \nu \epsilon_y^*)$

dla m_y $B = \frac{1}{6(1-\nu^2)} \frac{k_n}{Z k_t} (\epsilon_y^* + \nu \epsilon_x^*)$

dla m_{45° $B = \frac{1}{6(1-\nu^2)} \frac{k_n}{Z k_t} (\epsilon_{45^\circ}^* + \nu \epsilon_{135^\circ}^*)$

dla m_{135° $B = \frac{1}{6(1-\nu^2)} \frac{k_n}{Z k_t} (\epsilon_{135^\circ}^* + \nu \epsilon_{45^\circ}^*)$

dla m_{xy} $B = \frac{1}{12(1+\nu)} \frac{k_n}{Z k_t} (\epsilon_{45^\circ}^* - \epsilon_{135^\circ}^*)$

ϵ^* – odkształcenie odczytane bezpośrednio z mostka tensometrycznego

$\psi^* = \frac{\delta \cdot Q}{206265}$ – pomierzony kat obrotu

δ – ilość działek odczytanych w urządzeniu pomiarowym

Q – wartość jednej działki urządzenia pomiarowego w sekundach

w^* – pomierzona wartość ugięcia w cm

Z – zwielokrotnienie czułości

k_n, k_t – współczynnik k nastawiony na mostku i współczynnik k dla tensometru

Tablica 1.2

Współczynniki i mnożniki dla płyt
izotropowych o stałej grubości — $\nu_{obj.} = \nu_{mod.}$

Obciążenie (przemiesz- czenie) Wartość szukana		P _o		M _o	m _o	w _o	ν _o
		kG	kGcm ²	kGcm	kG	cm	1
m	kG	μP_o	$\mu_p P_o l_o^2$	$\mu_M \frac{M_o}{l_o}$	$\mu_m m_o$	$\mu_w w_o \frac{D'}{l_o^2}$	$\mu_\nu \nu_o \frac{D'}{l_o}$
M	kGcm	$\lambda P_o l_o$	$\lambda_p P_o l_o^3$	$\lambda_M M_o$	$\lambda_m m_o l_o$	$\lambda_w w_o \frac{D'}{l_o}$	$\lambda_\nu \nu_o D'$
P	kG	πP_o	$\pi_p P_o l_o^2$	$\pi_M \frac{M_o}{l_o}$	$\pi_m m_o$	$\pi_w w_o \frac{D'}{l_o^2}$	$\pi_\nu \nu_o \frac{D'}{l_o}$
w	cm	$\omega \frac{P_o l_o^2}{D'}$	$\omega_p \frac{P_o l_o^4}{D'}$	$\omega_M \frac{M_o l_o}{D'}$	$\omega_m \frac{m_o l_o^2}{D'}$	$\omega_w w_o$	$\omega_\nu \nu_o l_o$
ν	1	$\psi \frac{P_o l_o}{D'}$	$\psi_p \frac{P_o l_o^3}{D'}$	$\psi_M \frac{M_o}{D'}$	$\psi_m \frac{m_o l_o}{D'}$	$\psi_w \frac{w_o}{l_o}$	$\psi_\nu \nu_o$

$$D' = E_o h_o^3$$

dla obiektów wykonanych z materiału o współczynniku Poissona zbliżonym do uzyskanego dla materiału modelu (np. mogą to być obiekty z betonu). Aby wyraźniej ten fakt zaznaczyć, w wyrażeniach gdzie występuje sztywność płytowa $D = Eh^3/12 (1 - \nu^2)$ zastąpiono ją wyrażeniem $D' = Eh^3$, uwzględniając odpowiednio we współczynnikach obliczeniowych wartość $1/12 (1 - \nu^2)$.

Wartości uzyskane w wyniku pomiarów prowadzonych na modelach przedstawiono w postaci bezwymiarowych współczynników dla wymiarów jednostkowych. Wzory dla obliczania tych współczynników, wyprowadzone w oparciu o podstawowe zasady podobieństwa modelowego, zestawiono w tabelicy 1.1. Przejście od wymiarów jednostkowych do wymiarów obiektu wymaga przemnożenia bezwymiarowych współczynników przez odpowiednie mnożniki. W skład tych mnożników wchodzi: obciążenie lub przemieszczenie rzeczywiste na obiekcie oraz w zależności od potrzeby wymiary obiektu i D' dla obiektu. Odpowiednie wzory zestawiono w tabelicy 1.2.

Na podstawie bezpośrednich pomiarów określono jedynie część współczynników, a mianowicie μ , ω i ψ - pozostałe można było otrzymać dopiero na drodze odpowiednich przeliczeń. Różne cechy poszczególnych modeli, zmienne wartości sił na poszczególnych obszarach i zmienne parametry urządzeń (np. wsp. k dla tensometrów) spowodowały, że dla obliczenia współczynników bezwymiarowych stosować trzeba było w niniejszej pracy ogółem 143 różne wartości, przez które należało przemnażać wielkości odczytywane z urządzeń pomiarowych.

1.5. Opracowanie wyników

Uwzględniając symetryczne usytuowanie niektórych czujników elektrooporowych i pomijając kilka mniej istotnych, opracowano ogółem dla płyt kwadratowych 155, a dla płyt prostokątnych 235 powierzchni wpływowych momentów zginających i skręcających od siły skupionej. Dla weryfikacji wszystkie te powierzchnie wykreślono w postaci przekrojów. Następnie dla każdej powierzchni obliczono kubaturę mechaniczną, osobno gałęzi dodatnich ($\mu_p \max$), a osobno gałęzi ujemnych ($\mu_p \min$)

oraz algebraiczną sumę tych wartości ($\Delta\mu_p = \mu_p \max + \mu_p \min$). Podobnie obliczono i wykreślono powierzchnie wpływowe momentów zginających i skręcających od momentu skupionego wędrującego wzdłuż krawędzi, w ilości 116 powierzchni dla płyt kwadratowych i 182 dla płyt prostokątnych. Momenty zginające i skręcające, od obciążeń rozłożonych na poszczególnych partiach płyty, obliczono dla 3 podstawowych schematów obciążenia w płycie kwadratowej i 7 schematów w płycie prostokątnej. Dla zmniejszenia pracochłonności badań, a zarazem zwiększenia ilości niezależnych odczytów, schematy obciążenia realizowano przez uzupełnianie, tzn. że np. do schematu I dodawano kolejno obciążenie schematem II, III i IV uzyskując przez odpowiednie różnicowanie i sumowanie zarówno wyniki dla schematów I-IV jak i dla schematu VII (Schemat VII = Schemat I + II + III + IV). Ten sposób postępowania stosowano także w kierunku odwrotnym, tj. przy zdejmowaniu obciążeń.

Określając momenty zginające i skręcające od niezależnego przemieszczania podpór, przemieszczano kolejno wszystkie podpory. Pozwoliło to określić zarówno ekstremalne wartości od przemieszczenia jednej podpory, jak i ekstremalne wartości przy dowolnym przemieszczeniu wszystkich podpór (z zachowaniem warunku, że różnica między skrajnymi położeniami punktów podparcia w pionie wynosi jednostkę). Te ostatnie wartości są bardzo istotne przy określaniu tolerancji montażowych.

Wyniki pomiarów kątów obrotu płyty na podporach od wszystkich typów obciążeń (obciążenia równomierne, niezależne przemieszczanie podpór, momenty skupione przyłożone na podporze) sprowadzono do kątów obrotu na jednej podporze dla płyty kwadratowej i na dwóch podporach dla płyty prostokątnej. Z kolei w celu uproszczeń rachunkowych podstawowe schematy obciążenia zastąpiono, drogą operacji rachunkowych, schematami syntetycznymi.

Są to schematy:

SS - symetryczny względem osi x i osi y,

SA - symetryczny względem osi x i antysymetryczny względem osi y,

AS - antysymetryczny względem osi x i symetryczny względem osi y ,

AA - antysymetryczny względem osi x i osi y .

Dla tak określonych schematów syntetycznych, drogą rozwiązania 148 układów równań, uzyskano momenty utwierdzenia płyty w punktach podparcia od:

- obciążeń ciągłych rozłożonych na różnych obszarach płyty,
- przemieszczania podpór o jednostkę,
- obrotu podpór o kąt jednostkowy.

Powierzchnie wpływowe ugięć od siły skupionej wyznaczono dla płyt kwadratowych w 4 punktach, a dla płyt prostokątnych w 8 punktach. Powierzchnie te dla kontroli wykreślono w formie przekroju, a następnie obliczono ich kubatury mechaniczne niezależnie dla gałęzi dodatnich i ujemnych. W tych samych punktach określono ugięcia od obciążeń rozłożonych na poszczególnych partiach płyty.

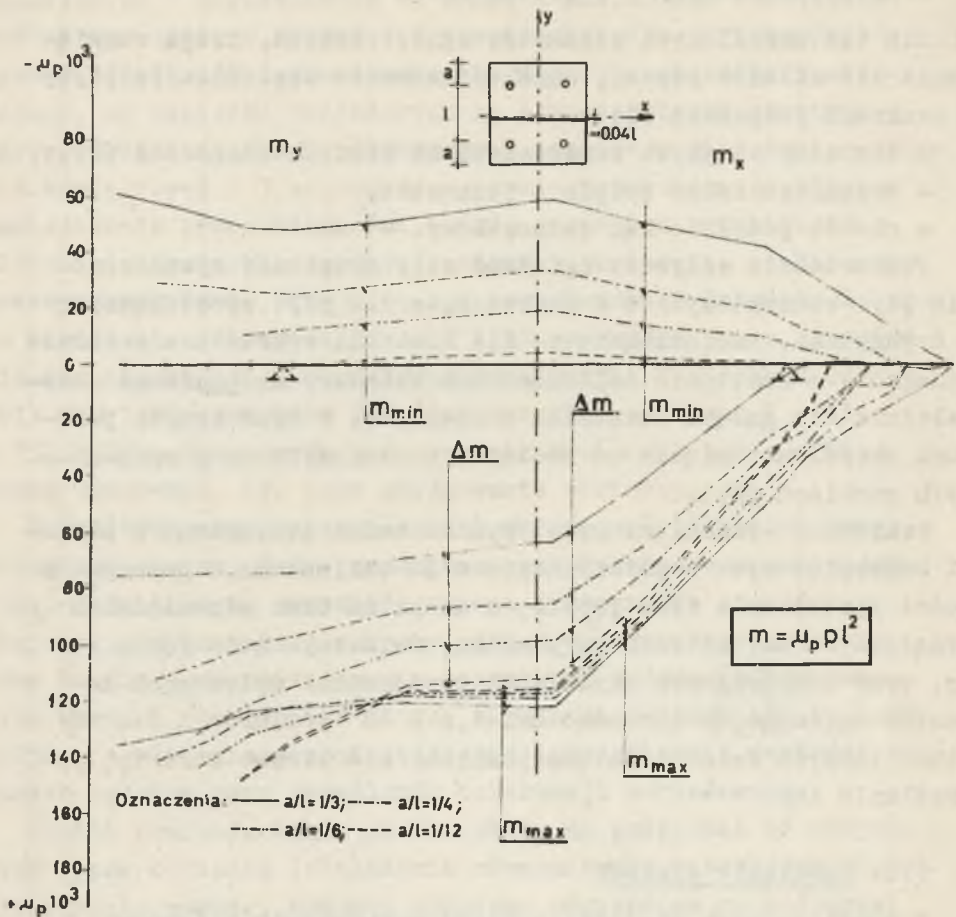
Wszystkie wymienione wyżej wyniki badań zestawiono w postaci bezwymiarowych współczynników w 51 tablicach. O pracochłonności opracowania tych tablic, z uwagi na brak odpowiednich urządzeń do automatycznego pomiaru, świadczyć może fakt, że np. przy jednorazowym określeniu powierzchni wpływowych momentów zginających dokonano ok. $1,2 \cdot 10^5$ pomiarów i $5 \cdot 10^5$ elementarnych działań matematycznych, nie licząc korekty, wykreślania itp.

1.6. Omówienie wyników

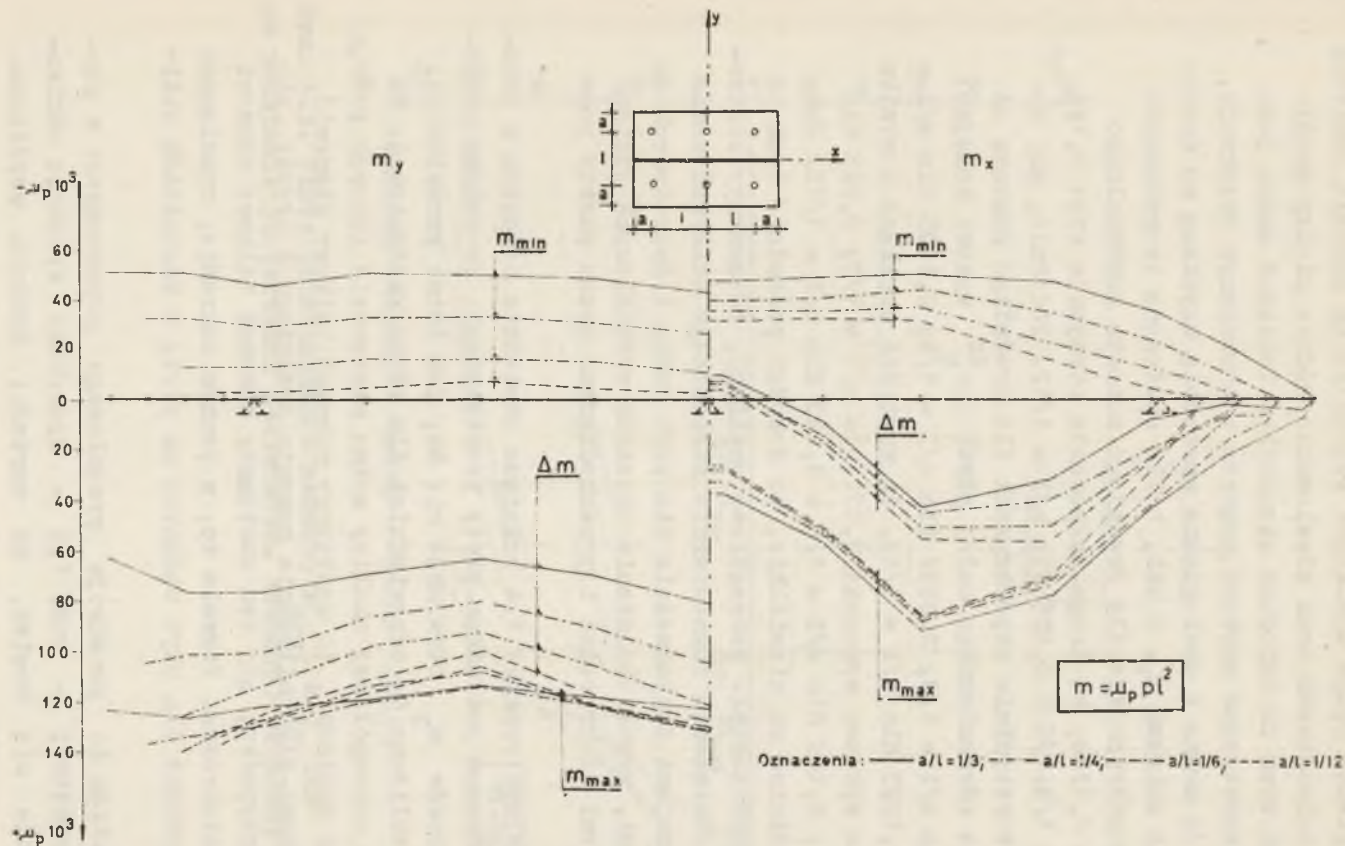
Z uwagi na brak miejsca, poniżej przedstawiony zostanie skrót jedynie niektórych fragmentów opracowania wyników.

Jak wspomniano, wykonanie kubatury mechanicznej powierzchni wpływowych momentów od siły skupionej pozwoliło określić dla obciążenia równomiernie rozłożonego ekstremalne wartości momentów (m_{\max} i m_{\min}) oraz momenty od obciążenia całej płyty (Δm). Przykładowo na rys. 1.3 podano współczynniki μ_p dla przekroju przysrodkowego w płycie kwadratowej¹⁾. Zaznacza

¹⁾ Przesunięcie przekroju (rys. 1.3) spowodowane tu było koniecznością takiego usytuowania czujników, aby możliwe było zamocowanie urządzenia do wywoływania momentu skupionego w płycie.



Rys. 1.3. Płyta kwadratowa - momenty m_{max} , m_{min} , Δm uzyskane na podstawie powierzchni wpływowych. Przekrój przyśrodkowy

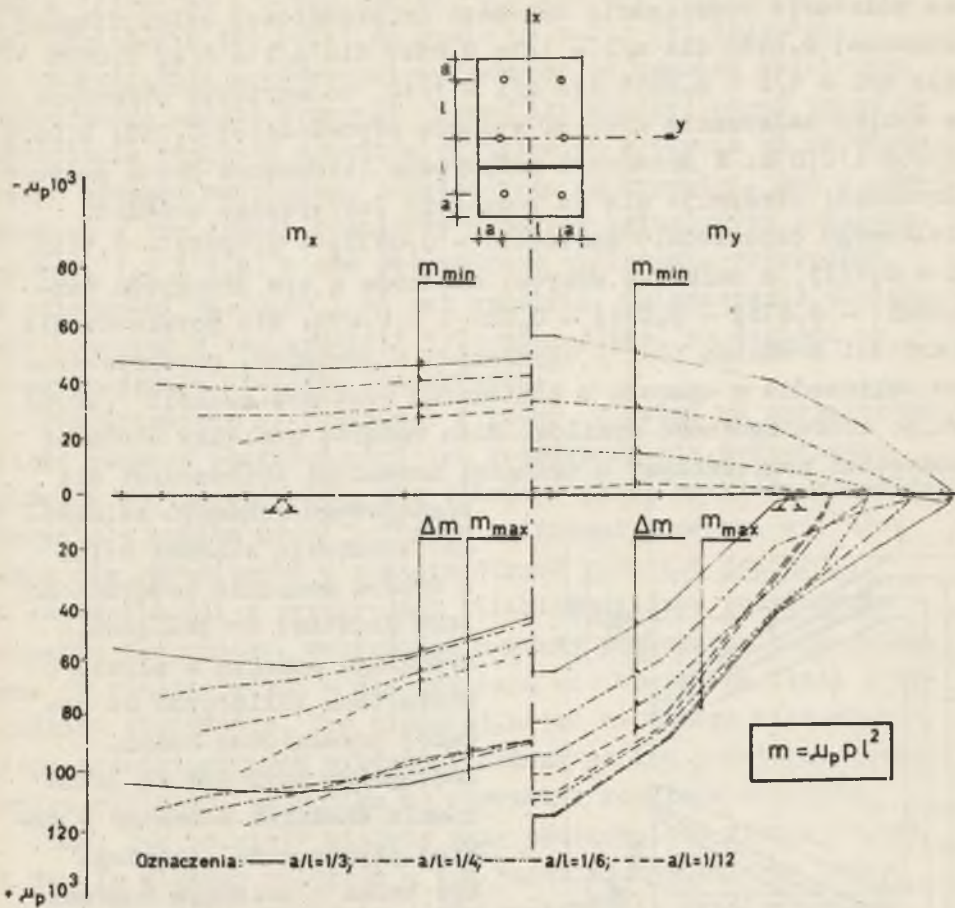


Rys. 1.4. Płyta prostokątna - momenty m_{max} , m_{min} i Δm uzyskane na podstawie powierzchni wpływowych. Przekrój środkowy podłużny

się tam wyraźny wpływ wielkości wspornika na kształt obwiedni momentów zginających oraz niwelowanie różnic między współczynnikami wraz ze wzrostem wspornika. Ponieważ znana jest średnia teoretyczna wartość momentu w rozważanym przekroju, porównać ją można z analogiczną wartością uzyskaną na drodze całkowania wykresu m_y . I tak, o ile obliczona teoretycznie wartość współczynnika dla średniego momentu maksymalnego $\mu_p^{sr} = 0,1244$, to drogą całkowania otrzymuje się: 0,124 dla $a/l = 1/3 + 1/6$ i 0,125 dla $a/l = 1/12$. Podobnie, gdy wyliczony teoretycznie współczynnik dla średniego momentu od obciążenia równomiernego całej płyty $\Delta\mu_p^{sr}$ wynosi kolejno: 0,0689 dla $a/l = 1/3$; 0,0932 dla $a/l = 1/4$; 0,1105 dla $a/l = 1/6$ i 0,1205 dla $a/l = 1/12$, to wartości uzyskane w wyniku całkowania wykresu wynoszą: 0,071 dla $a/l = 1/3$; 0,095 dla $a/l = 1/4$; 0,109 dla $a/l = 1/6$ i 0,123 dla $a/l = 1/12$. Jak widzimy różnice są niewielkie, co dowodzi pośrednio (jak to potwierdzone zostało szczegółową analizą), że momenty ekstremalne od obciążenia równomiernie rozłożonego otrzymać można z wystarczającą dokładnością dla płyt jedno i dwupolowych ze wspornikami, przez obciążanie obszarów wydzielonych liniami równoległymi do krawędzi i przechodzącymi przez punkty podparcia.

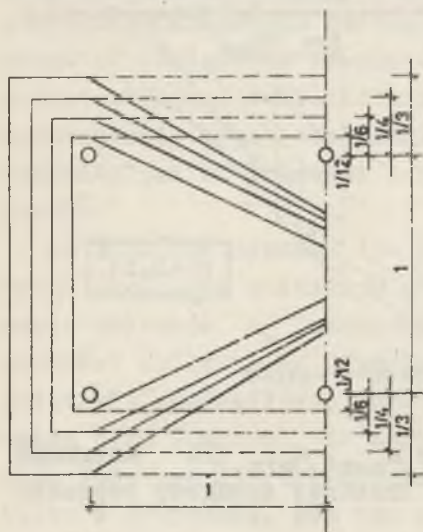
Na kolejnym rysunku 1.4 pokazano obwiednie momentów w przekroju środkowym podłużnym płyty prostokątnej. Prowadząc całkowanie wykresów m_y otrzymuje się tu, jak łatwo przewidzieć, wartości zbliżone do odpowiednich dla płyty kwadratowej. Na podstawie szczegółowej analizy można stwierdzić (biorąc pod uwagę błąd pomiaru), że zastępczy schemat belkowy stanowić może podstawę dla obliczania momentu średniego w płycie, ale tylko w przypadku, gdy ten zastępczy schemat belkowy stanowi belka izostaticzna. Pozwala to, w pewnym zakresie, rozciągnąć wyniki uzyskane dla płyt badanych na płyty o kształtach zbliżonych.

Przechodząc do przekroju przeszłowego poprzecznego w płycie prostokątnej - rys. 1.5 - spotykamy sytuację odmienną. Okazuje się bowiem, że wartości średnie współczynników μ_p uzyskane na drodze całkowania wykresu m_x



Rys. 1.5. Płyta prostokątna - momenty m_{max} , m_{min} Δm uzyskane na podstawie powierzchni wpływowych. Przekrój środkowy poprzeczny

odbiegają znacznie od wartości, jakie można otrzymać stosując schemat zastępczy belki dwuprzęsłowej ze wspornikami. Największe różnice pojawiają się przy obciążeniu równomiernym na całej powierzchni. I tak - jeżeli wartości $\Delta\mu_p^{sr}$ obliczone na podstawie rozwiązania schematu dwuprzęsłowej belki ciągłej wynoszą: 0,0486 dla $a/l = 1/3$; 0,0547 dla $a/l = 1/4$; 0,0590 dla $a/l = 1/6$ i 0,0616 dla $a/l = 1/12$, to wartości otrzymane w wyniku całkowania wykresu wynoszą odpowiednio: 0,055; 0,060; 0,068 i 0,074. W przekroju podporowym (biegnącym przez podpory środkowe) otrzymuje się na podstawie zastępczego schematu belkowego odpowiednio wartości: - 0,0972; - 0,1094; - 0,1180 i - 0,1233, a całkując wykresy momentów w tym przekroju wartości: - 0,076; - 0,081; - 0,080 i - 0,079. Dla potwierdzenia wartości średnich ($\Delta\mu_p^{sr}$) uzyskanych z pomiarów, przeprowadzono obliczenia w oparciu o pomierzone wartości reakcji ¹⁾, uzyskując dobrą zgodność wyników. Duże różnice pomiędzy średnimi momentami pomierzonymi a średnimi momentami obliczonymi dla



Rys. 1.6. Schemat belki zastępczej dla obliczenia momentu średniego

zastępczego schematu belkowego eliminują schemat belki o stałym momencie bezwładności jako podstawę do obliczenia średniego momentu w płycie o kształtach zbliżonych do będącej przedmiotem badań. Zastępczym ustrojem do obliczenia średnich momentów w takiej płycie może natomiast być belka o zmiennym momencie bezwładności. Przykładowo dla obciążeń równomiernie rozłożonych na całej powierzchni płyty, taka zastępcza belka musiałaby mieć przy stałej gru-

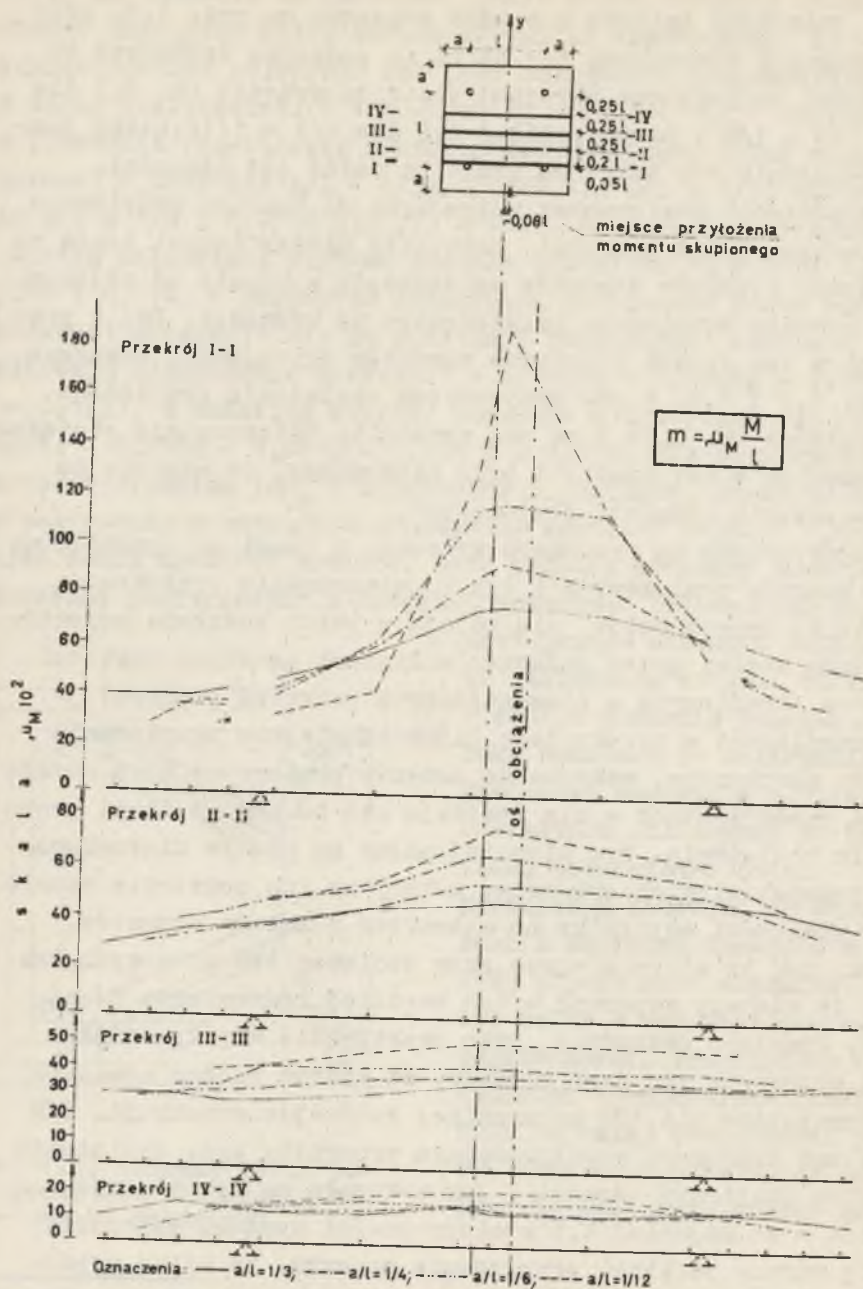
¹⁾ Wartości tych reakcji zaczerpnięto z pracy A. Ajdukiewicza [2] prowadzonej na analogicznych modelach.

kości szerokość zmienną w sposób pokazany na rys. 1.6, przy czym stosunek szerokości tej belki na podporze środkowej do szerokości na podporze skrajnej powinien wynosić ok. 0,3 dla $a/l = 1/3 + 1/6$ i nieco poniżej 0,2 dla $a/l = 1/12$. Rzecz jasna, obciążenia tej belki są stałe na całej jej długości.

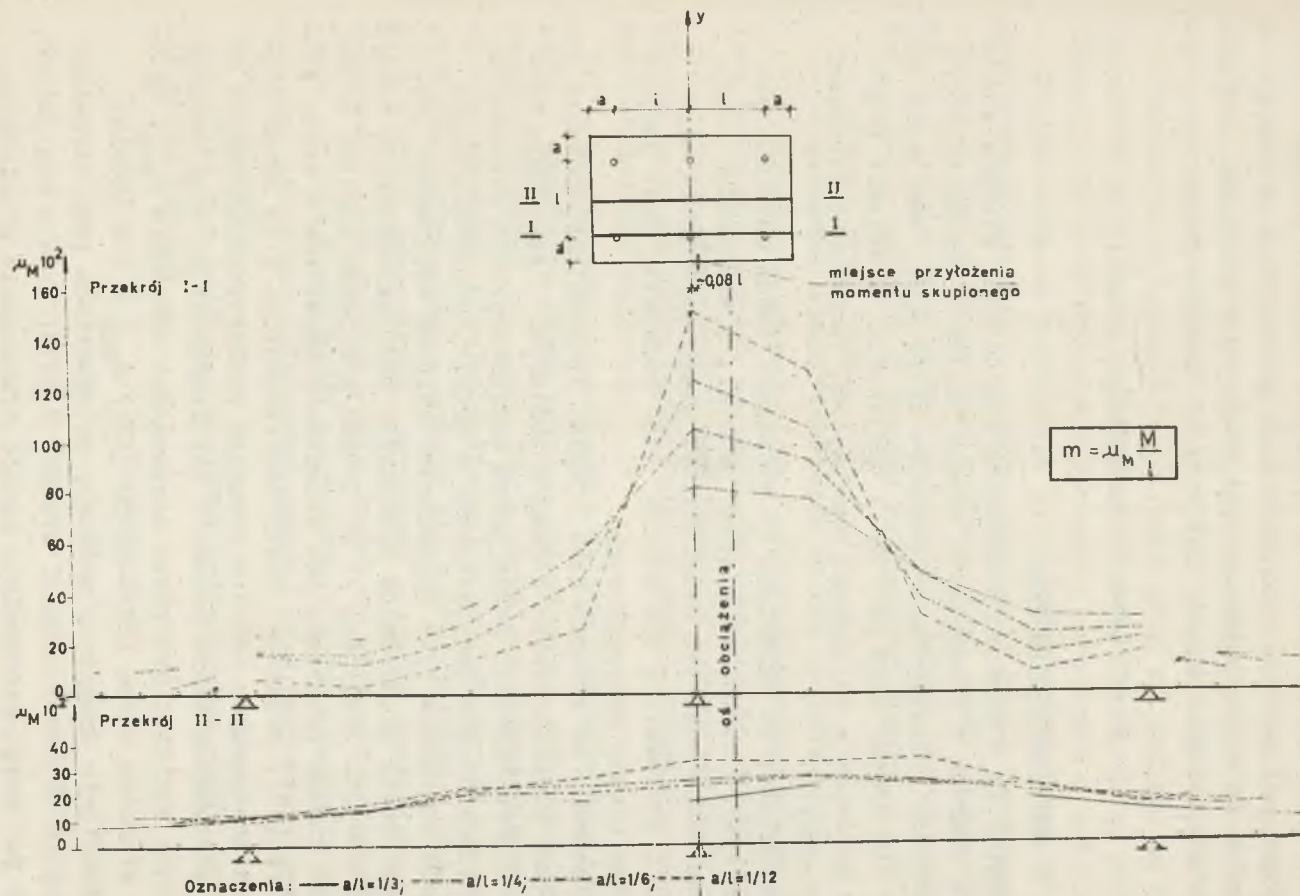
Sporządzenie powierzchni wpływowych od momentu skupionego wędrującego wzdłuż krawędzi pozwoliło między innymi także na określenie rozkładu momentów zginających w płycie od pojedynczego momentu skupionego przyłożonego na krawędzi. Dwa z powstałych w ten sposób rozkładów momentów zginających pokazano na rys. 1.7 i 1.8. W obu przypadkach obciążenie przyłożono w odległości ok. 0,08 l od osi symetrii. Umieszczenie obciążenia momentem w osi symetrii było niemożliwe, ze względu na rozmieszczenie urządzeń pomiarowych.

Przedstawione na rysunkach wykresy, z uwagi na ograniczoną ilość punktów pomiarowych i ich rozmieszczenie dostosowane głównie do innych celów, nie oddają w pełni rozkładu momentów (powstały bowiem przez połączenie liniami prostymi wartości momentów określonych w poszczególnych punktach pomiaru). W szczególności w przekrojach bliskich miejsca przyłożenia momentu skupionego, maksymalne momenty pomierzone będą mniejsze od rzeczywistych - nie znajdują się bowiem na linii przyłożenia obciążenia. Tym niemniej, mając na uwadze niedoskonałość przedstawionych wykresów, możemy na ich podstawie ocenić wpływ wielkości wspornika na charakter rozkładu momentów.

Tak, jak to miało miejsce przy obciążeniach pionowych, tak i tu, im większy wspornik - tym bardziej równomierna praca płyty. Przyjęto ostrożnie jako praktycznie współpracującą część przekroju ten jego odcinek, na którym rzędne momentów są niemniejsze niż 10% maksymalnej rzędnej w przekroju. Tak określona szerokość współpracująca wspornika przy obciążeniu momentem skupionym wynosi - jak wykazała to dokładniejsza analiza - co najmniej 4,5 wielokrotności wysięgu wspornika w obie strony od linii przyłożenia momentu. Ta silna współpraca znacznej części płyty w przenoszeniu momentów skupionych przyłożonych na krawędzi uwidacznia się jeszcze wyraź-



Rys. 1.7. Płyta kwadratowa - momenty zginające m_y w poszczególnych przekrojach od obciążenia momentem skupionym w punkcie 1



Rys. 1.8. Płyta prostokątna - momenty zginające m_y w poszczególnych przekrojach od obciążenia momentem skupionym w punkcie 2

niej w środkowym przekroju przeszłowym. Obejmuje tu ona (za wyjątkiem $a/l = 1/12$) całą szerokość przekroju, z widoczną tendencją do wyrównania wartości rzędnych w przypadku obciążenia przyłożonego w sposób zbliżony do symetrycznego.

2. SZACOWANIE DOKŁADNOŚCI BADAŃ

2.1. Zagadnienia ogólne

Omówimy tu w skrócie szacowanie dokładności wyników końcowych w oparciu o rozwiązania teorii błędów i charakterystykę dokładności poszczególnych pomiarów składowych, pomijając właściwe dla danego typu ustroju i obciążenia określenie błędu przez porównanie ze znanymi wartościami "ściśle" rozwiązań teoretycznych.

Przyjmijmy, że określone na podstawie badań wartości pomiarów nie są obarczone błędami grubymi, a ewentualne błędy systematyczne mogą być uwzględnione przez wniesienie odpowiedniej poprawki. W tym ujęciu błąd całkowity jest jedynie wynikiem błędów przypadkowych.

Rozpatrzmy na wstępie dane, jakimi dysponujemy odnośnie dokładności poszczególnych rodzajów pomiarów. I tak - dla części pomiarów określić można pełną charakterystykę statystyczną rozkładu błędów przypadkowych w próbie. Pozostała część pomiarów obciążona była określonymi błędami względnymi (np. podanymi przez producentów aparatury) bez jakichkolwiek danych szczegółowych. Błędy te, to po prostu graniczna wartość błędu wskazań danego przyrządu czy urządzenia określona z serii kilku [13], [48], wyjątkowo kilkunastu pomiarów. Przy braku błędów systematycznych (co dla urządzeń pomiarowych używanych do badań modelowych winna zapewnić ich konstrukcja) błąd wskazań przyrządu powinien być równy niepewności wskazania s_{\max} . Zgodnie z właściwą normą (PN/N-02050 [47]) $s_{\max} = 3 s$ (gdzie: s - odchylenie średnie w próbie), co odpowiada przy normalnym rozkładzie błędów poziomowi ufności 0,9973. Wydaje się jednak, biorąc pod uwagę rzeczywisty sposób wyznaczania granicznego błędu wskazań stosowanych w niniejszej pracy przyrządów, że

rzeczywisty poziom ufności jest o wiele niższy. Wymagania stawiane przez różnych autorów i praktyka pomiarowa prowadzą do wniosku, że określenie błędu tych urządzeń odpowiada co najwyżej poziomowi ufności 0,95, a praktycznie około 0,90.

W dalszych rozważaniach przyjmuje się, ze względu na konieczność wspólnego rozpatrywania całego zagadnienia, poziom ufności 0,95 - co odpowiada poziomowi istotności $\alpha = 0,05$.

Niejednorodność informacji dotyczących błędów czynnikowych wpłynąć musiała na sposób określenia błędów wynikowych - nie można bowiem skorzystać z klasycznego prawa przenoszenia błędów. Pozostają więc dwa, wywołujące jednak szereg zastrzeżeń, sposoby określenia błędów całkowitych jako:

- górnego kresu błędu,
- pierwiastka z sumy kwadratów błędów czynnikowych.

Dla określenia górnego kresu błędu całkowitego konieczne jest przyjęcie pewnych założeń odnośnie błędów czynnikowych.

1° - jako górny kres błędu pomiaru w przypadku braku parametrów rozkładu danej cechy, przyjmuje się określony przez producenta błąd względny.

2° - w przypadku dysponowania pełnym rozkładem mierzonej cechy, określenie kresu górnego opiera się o przyjęcie poziomu istotności $\alpha = 0,05$. Takie określenie górnego kresu błędu nie odpowiada w pełni definicji kresu górnego, ale - ze względów technicznych - wydaje się być uzasadnione. Jeżeli bowiem w wielu przypadkach określony w sposób przybliżony błąd maksymalny przyjmuje się jako jego kres górny, to przy określeniu górnego kresu błędu na podstawie pełnej charakterystyki wartości mierzonej nie można wymagać zbyt szerokiego przedziału ufności.

Ogólnie dla dowolnego rozkładu empirycznego cechy x określić można warunek

$$P \{ a_1 < x < a_2 \} = 1 - \alpha \quad (2.1)$$

mówiący, że wartość cechy x zawarta jest między wartościami a_1 i a_2 z prawdopodobieństwem $1 - \alpha$. Stąd, zgodnie z uprzednim przyjęciem, kres górny błędu bezwzględnego danej cechy wyraża się zależnością

$$\Delta_{\bar{x}} \geq \begin{cases} |\bar{x} - a_1| \\ |\bar{x} - a_2| \end{cases} \quad (2.2)$$

Ponieważ w rozkładach ukośnych wartości a_1 i a_2 mogłyby przyjmować nieskończoną ilość wartości, wprowadza się dodatkowy warunek, aby przedział $a_1 - a_2$ rozprzestrzenił się - w miarę możliwości - symetrycznie względem wartości \bar{x} .

Nie zawsze interesuje nas kres górny błędu określonej empirycznie cechy x . Czasami chodzi o określenie górnego kresu błędu wartości średniej cechy x , czyli \bar{x} , przy założonym z góry poziomie istotności α . W takim przypadku górny kres błędu bezwzględnego wartości średniej określimy jako [49]

$$\Delta_{\bar{x}} = t \cdot s/\sqrt{n} \quad , \quad (2.3)$$

gdzie:

t - parametr odczytany z tablic rozkładu Studenta,
 n - liczba cech x wziętych dla obliczenia \bar{x} .

Wpływ powtarzania pomiaru przy braku szczegółowej charakterystyki określać będziemy w przybliżeniu, wprowadzając dodatkowy mnożnik $1/\sqrt{n}$, gdzie n jest liczbą powtórzeń.

Dla określenia kresu górnego błędu całkowitego najwygodniejsze jest tu zastosowanie wyrażenia na błąd funkcji wielu zmiennych.

Określając funkcję wielu zmiennych $x_1, x_2 \dots x_m$ obciążonych odpowiednio błędami (kres górny) $\Delta_{x1}; \Delta_{x2} \dots \Delta_{xm}$ przez

$$u = f(x_1, x_2 \dots x_m) \quad (2.4)$$

przy czym funkcja ta jest różniczkowalna względem $x_1, x_2 \dots x_m$, wyrażenie na kres górny błędu bezwzględnego Δ'_u tej funkcji zapisać można w postaci

$$\Delta'_u = \sum_{i=1}^m \left| \frac{\partial u}{\partial x_i} \right|_0 \Delta_{x_i}, \quad (2.5)$$

gdzie: $\left| \frac{\partial u}{\partial x_i} \right|_0$ obliczone są dla wartości średniej \bar{x}_i . Jeżeli ponadto funkcja u jest funkcją potęgową zmiennych $x_1, x_2 \dots x_m$, czyli ogólnie

$$u = a x_1^{\beta_1} \cdot x_2^{\beta_2} \dots x_m^{\beta_m} \quad (2.6)$$

to względną wartość górnego kresu błędu δ'_u przedstawić można w analogii do postępowania J. Obalskiego [48] wzorem:

$$\delta'_u = \sum_{i=1}^m |\beta_i| \delta_{x_i}, \quad (2.7)$$

w którym $\delta_{x_i} = \Delta_{x_i} / x_i$. W razie potrzeby wartości δ_{x_i} zastąpić można przez $\delta_{\bar{x}_i} = \Delta_{\bar{x}_i} / \bar{x}_i$.

Znajdujące się pod znakiem sumy wyrażenia mogą mieć bardzo różnej wielkości wpływ na wartość δ'_u . W analogii do kryterium błędów znikomych dotyczących błędu średniego [48], określono jako pomijalne te wpływy, których sumaryczny błąd spełnia warunek

$$0,05 \delta'_u \geq \sum_{i=j}^k |\beta_i| \delta_{x_i}. \quad (2.8)$$

Obliczony w powyższy sposób górny kres błędu wyników końcowych posiada ogólnie bardzo wysoki poziom istotności, pozwala więc jedynie na orientację jakich wartości błędy przypadkowe nie mogą praktycznie przekroczyć.

Drugim sposobem oszacowania wielkości błędu - w przypadku błędu bezwzględnego - jest obliczenie go przy pomocy wzoru

$$\Delta_u = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial u}{\partial x_i}\right)_0^2 \Delta_{x_i}} \quad (2.9)$$

przy czym najbardziej prawdopodobną wartością funkcji u jest

$$u_0 = u(x_{1,0}, x_{2,0}, \dots, x_{m,0}), \quad (2.10)$$

gdzie: indeksem "0" oznaczono wartość średnią danej wielkości.

Wzór 2.9 może być stosowany o ile

$$\Delta_{x_i} = s_{\max} = ks_i \quad (2.11)$$

przy czym liczba k powinna być dla wszystkich "i" wyrazów stała i możliwie duża. Ogólnie przyjmuje się, że $k = 3$ i w tym przypadku wzór 2.11 znajduje swoje teoretyczne uzasadnienie. Ważność tego wzoru została w praktyce rozszerzona bądź przez przyjęcie a priori spełnienia warunku 2.11, jak to czynią pośrednio J. K m i t a i K. B i e n i e k [33] oraz M. Z a k r z e w s k i [64], lub wprost - przez nieuwzględnienie tego warunku jak np. w pracy A. I. K o c z e t o v a i Ju. N. M o r o z o v a [34]. Ten sposób rozszerzenia ważności wzoru 2.9 powoduje, że nieznaną jest w efekcie poziom istotności wynikowej wartości Δ_u . Wydaje się jednak, że z braku dokładniejszego - jest to w rozważanych warunkach najwłaściwszy sposób oceny błędu pomiaru.

O ile funkcja u jest funkcją potęgową (spełniającą warunek 2.6), to przekształcając wzór 2.9 otrzymać można wyrażenie na wielkość błędu względnego δ_u

$$\delta_u = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\beta_i^2 \delta_{x_i}^2)} \quad (2.12)$$

przy czym wartość δ_{x_i} może być zastąpiona przez $\delta_{\bar{x}_i}$.

Dla eliminacji wpływu błędów znikomych przyjęto dopuszczalną zmianę δ_u o 5%. Stąd też sumaryczny błąd pominiętych wpływów cząstkowych winien spełniać warunek

$$0,1\delta_u \geq \sum_{i=1}^k (\beta_i^2 \delta_{x_i}^2). \quad (2.13)$$

We wzorach 2.9+2.13 przyjmuje się, tak jak to miało miejsce uprzednio, że Δ_{x_1} i wartości pochodne określone są: albo a priori przy braku szczegółowych danych, albo przy znajomości rozkładu danej cechy - jako wartość skrajna przy poziomie istotności $\alpha = 0,05$.

2.2. Omówienie wyników

Dla określenia błędu całkowitego konieczna jest szczegółowa analiza błędów poszczególnych wpływów. Wielkości tych wpływów są w dużej mierze zależne od sposobu wykonania modeli, metody i metodyki pomiaru. I tak np., mający zwykle duży wpływ na wielkość błędu całkowitego, błąd grubości modelu w relacjonowanych badaniach wynosił jedynie $\delta_h = 0,75\%$ przy $\alpha = 0,05$. Szczegółowa analiza rozkładu tego błędu pozwoliła określić, że przy zastosowanej metodzie wykonania płyt $\delta_h = \text{ok. } 2 \text{ s}/\bar{x}$. Przeprowadzono także ocenę błędu ciężaru pojemnika ze śrutem. Wpływ tego błędu w przypadku jednoczesnego działania większej liczby pojemników jest oczywiście mały, stwierdzono jednak przy sposobności duży wpływ sposobu przygotowania pojemników na wartość błędu. Otóż - pojemniki, które w trakcie napełniania były dwukrotnie ważone wykazały dwa razy mniejszy wskaźnik zmienności ($v = s/\bar{x}$), niż pojemniki ważone jednorazowo. Także niewielki błąd, bo wynoszący jedynie 1,04%, wykazał współczynnik sprężystości materiału modeli przy w pełni liniowym charakterze wykresu (współczynnik korelacji $r > 0,997$). Stosunkowo największym błędem z grupy błędów zależnych od wykonania modelu, jest błąd naklejenia oznajnika, ale tylko w tym przypadku, gdy kierunki odkształceń głównych odbiegają znaczą-

niej od kierunku naklejenia tensometru. Małe błędy względne (od - 0,3% do + 0,5%) średnich momentów zginających w przekroju przyśrodkowym płyty kwadratowej pozwalają wnosić, że urządzenia do pomiaru momentów, a także stałe materiałowe nie były obciążone błędem systematycznym. Stwierdzono natomiast niewielkie błędy, o charakterze mniej lub bardziej systematycznym, spowodowane niedoskonałością wykonania podpór modelu.

Ogólnie na podstawie przeprowadzonych porównań można uznać poprawność oszacowania błędów wg metod podanych w p. 2.1. Wyjątek stanowi oszacowanie błędu jednorazowo mierzonych rzędnych powierzchni wpływowej momentów zginających. Rzeczywisty błąd jest tu większy od oszacowanego tymi metodami, co wynika między innymi ze struktury wzoru dla obliczenia momentu.

Ostatecznie oszacowano (z szansą błędu większego ok. 1 na 20) błąd całkowity momentu zginającego w punkcie: od obciążenia rozłożonego - na ok. 6%; a od obciążenia skupionego - na ok. 8%. Błąd momentu sumarycznego w przekroju - który to moment wpływa bezpośrednio na ilość zbrojenia - jest o wiele mniejszy, bo wynosi ok. 4%. Błąd pomierzonych kątów obrotu, a pośrednio momentów zamocowania na podporach, wynosi dla różnych schematów obciążenia od ok. 4,5% do ok. 5,5%.

3. NIEKTÓRE ZAGADNIENIA PROJEKTOWANIA STROPÓW PŁASKICH BEZGŁOWICOWYCH

Stropy płaskie bezgłowicowe, niezależnie od techniki wykonania, stanowią graniczny przypadek stropu grzybkowego, gdzie głowica redukuje się do przekroju słupa. Podstawę dla obliczenia tego rodzaju stropów stanowić mogą:

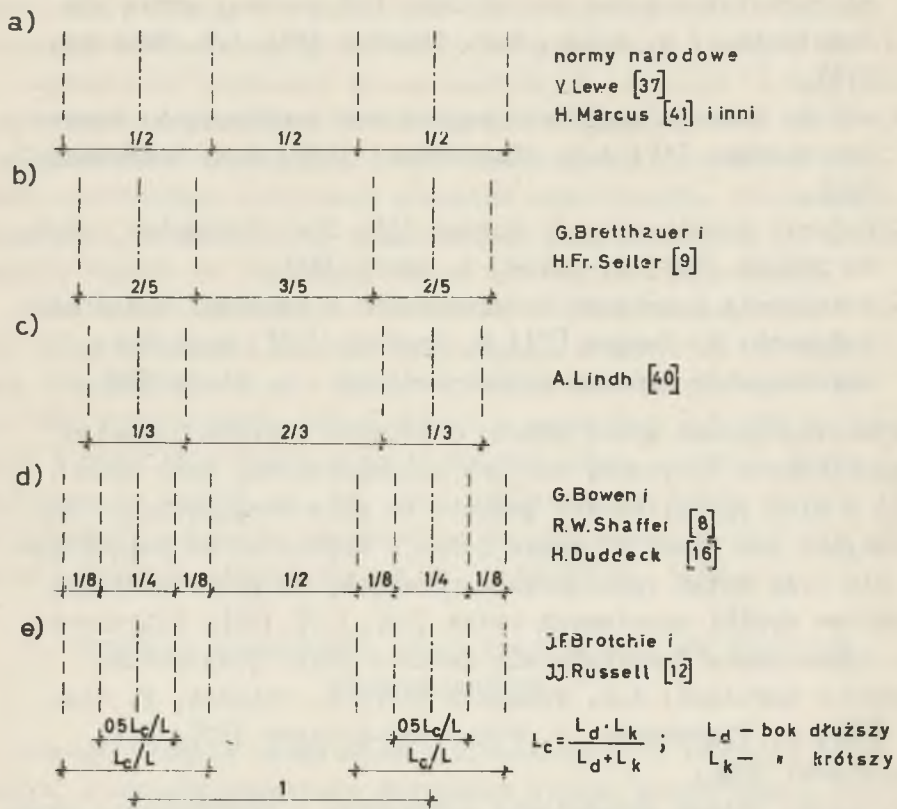
- rozwiązania w postaci szeregów pojedynczych, względnie podwójnych: K. Grein [21]; B.G. Galerkin [wg 55]; V. Lewe [37]; i A. Nádai [46],
- rozwiązanie H. Hertza dla płyty pływającej: J.F. Brotchie [10], względnie rozwiązanie płyty na sprężystym podłożu typu Winklera: W. Müller [45],

- metoda różnic skończonych: A.D. Gluchovskij [20]; I. Hruban, K. Hruban [24]; A.S. Kalmanok [26]; T.Y. Lin, A.C. Scordelis, R. Itaya¹⁾ [38],
- różne mutacje wzoru J.R. Nicholisa na moment globalny w połączeniu z uzyskanymi w różny sposób współczynnikami rozdziału: norma amerykańska [1] i normy przez nią inspirowane; G. Bowen, R.W. Shaffer [8]; J.F. Brotchie [11],
- metoda belkowa względnie metoda ram zastępczych: norma amerykańska [1]; A.D. Gluchovskij [20]; J.B. Yesselman [63],
- badania modelowe: - J. Bednar [4]; S.A. Guralnick, R.W. La Fraugh [22]; T. Javor, D. Tavda [25],
- połączenie rozwiązań teoretycznych z wynikami badań modelowych: F. Berger [5]; H. Duddeck [16], względnie aproksymacja wyników teoretycznych: - A. Lindh [40].

Wyszczególnione wyżej metody i badania stropów płaskich bezgłowicowych dotyczyły stropów wielopolowych, przy czym część z nich ogranicza się jedynie do pola wewnętrznego. Interesujące nas płyty stropowe jedno i dwupolowe ze wspornikami nie były dotąd opracowywane. Pomijamy tu prace podające częściowe wyniki omawianych badań [29], [30], [52]. Kilkakrotnego opracowania doczekały się jedynie płyty jednopolowe wsparte w narożach: A.S. Kalmanok [26]; K. Stiglat, H. Wipfel [54]; S. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger [57]; J.K. Tyszowiecki [60].

Istnieje jednak zagadnienie podstawowe z praktycznego punktu widzenia, niezależne od sposobu określenia momentów zginających w poszczególnych punktach płyty - a dotyczące wszystkich typów płyt płaskich. Jest nim określenie pasm płyty, w których dla poszczególnych przekrojów gęstość zbrojenia przyjmowana jest jako stała. Zajmiemy się teraz tym właśnie zagadnieniem.

¹⁾ W obliczeniach tych zastosowano poprawkę ekstrapolacyjną Richardsona, co pozwoliło uzyskać dokładniejsze wyniki.

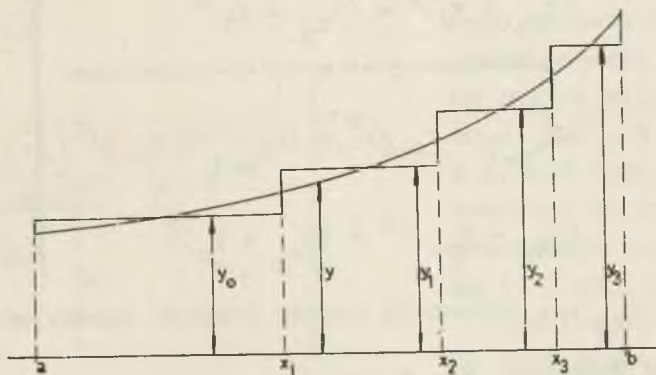


Rys. 3.1. Podział na pasma w przekroju podporowym pola wewnętrznego

3.1. Kryterium podziału płyty na pasma

Tradycyjnie wyróżnia się dwa typy pasm: przysłupowe i międzysłupowe oraz dwa typy przekrojów: podporowy i przęsłowy. Jednakże o ile dla przekroju przęsłowego pola wewnętrznego stropu płaskiego wszyscy badacze są zgodni, że najlepszym jest przyjęcie jednakowej szerokości obu pasm, to odnośnie przekroju podporowego takiego pola – zdania są podzielone. Różne propozycje w tym względzie podano na rys. 3.1. Tak silne zróżnicowanie propozycji dotyczących tego samego zagadnienia (pole wewnętrzne płyty kwadratowej) wypływa z jednej strony z obciążenia wyników badania czy obliczenia szczególnymi warunkami, z drugiej strony – z subiektywnego podejścia do zagadnienia. W przypadku jednak, gdy rozważamy pola skrajne stropu płaskiego bezgłowicowego, gdzie obrazy funkcji momentów różnić się mogą znacznie między sobą (np. z uwagi na zmienną wielkość wspornika), konieczne jest określenie podziału na pasma w sposób możliwie obiektywny. Poniżej przedstawiono propozycję autora w tej kwestii.

Zagadnienie można sformułować następująco. Dana jest funkcja ciągła gładka w przedziale domkniętym $[a, b]$. Funkcję tą



Rys. 3.2. Aproksymacja funkcji ciągłej przez funkcję schodkową

należy zastąpić funkcją schodkową o skończonej ilości podprzedziałów (rys. 3.2), przy czym w ramach każdego podprzedziału powierzchnia podcałkowa obu funkcji powinna być jednokowa. Aby określić optymalną długość podprzedziałów żądamy, aby funkcja

$$\begin{aligned}
 F(x_1, x_2, x_3 \dots x_n) = & \int_a^{x_1} (y - y_0)^2 dx + \int_{x_1}^{x_2} (y - y_1)^2 dx + \\
 & + \int_{x_2}^{x_3} (y - y_2)^2 dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} (y - y_{n-1})^2 dx + \int_{x_n}^b (y - y_n)^2 dx
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

osiągnęła wartość minimalną ze względu na wszystkie ruchome granice podprzedziałów. Rozwiązanie przedstawiamy w postaci układu równań 3.2.

$$\left. \begin{aligned}
 (y_{x_1} - y_0)^2 &= (y_{x_1} - y_1)^2 \\
 (y_{x_2} - y_1)^2 &= (y_{x_2} - y_2)^2 \\
 (y_{x_3} - y_2)^2 &= (y_{x_3} - y_3)^2 \\
 \hline
 (y_{x_{n-1}} - y_{n-2})^2 &= (y_{x_{n-1}} - y_{n-1})^2 \\
 (y_{x_n} - y_{n-1})^2 &= (y_{x_n} - y_n)^2
 \end{aligned} \right\}
 \tag{3.2}$$

gdzie: $y_{x_1}, y_{x_2} \dots$ oznaczają rzędne funkcji aproksymowanej odpowiednio w punktach $x_1, x_2 \dots$

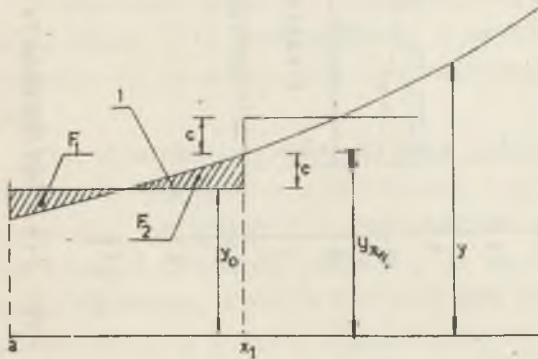
Oczywiście, zgodnie z założeniem, konieczne jest jednoczesne spełnienie drugiego układu, złożonego z $n + 1$ równań.

$$\left. \begin{aligned}
 \int_a^{x_1} y \, dx &= y_0(x_1 - a) \\
 \int_{x_1}^{x_2} y \, dx &= y_1(x_2 - x_1) \\
 \int_{x_2}^{x_3} y \, dx &= y_2(x_3 - x_2) \\
 \hline
 \int_{x_{n-1}}^{x_n} y \, dx &= y_{n-1}(x_n - x_{n-1}) \\
 \int_{x_n}^b y \, dx &= y_n(b - x_n)
 \end{aligned} \right\} (3.3)$$

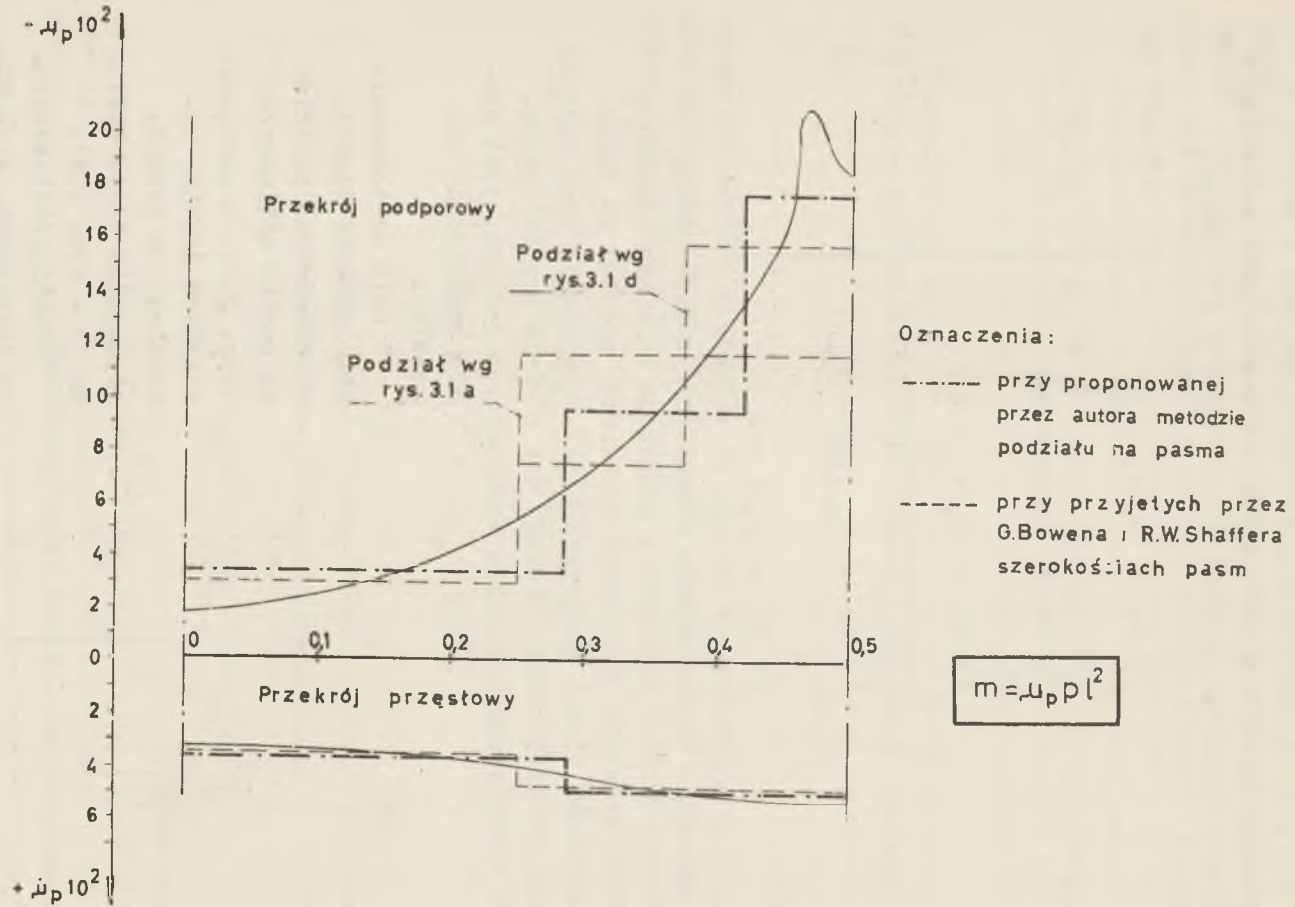
W oparciu o te dwa układy równań (3.2 i 3.3) można dla konkretnej funkcji momentów w przekroju otrzymać optymalny (z punktu widzenia przyjętego kryterium) podział na pasma. Przy większej ilości podprzedziałów rozwiązanie tych układów zaczyna być kłopotliwe. Dlatego też o wiele wygodniejszym, a przy opracowywaniu wyników empirycznych jedynym, jest sposób analityczno-wykreślny.

W celu zastosowania tego sposobu funkcję aproksymowaną nanosimy na papier milimetrowy (rys. 3.3), a następnie w sposób dowolny wykreślamy od granicy przedziału linię poziomą (1 - rys. 3.3).

Granica podprzedziału jest punkt (x_1) , dla którego powierzchnie F_1 i F_2 równoważą się



Rys. 3.3. Metoda analityczno-wykreślna określania szerokości pasm



Rys. 3.4. Aproksymacja funkcją schodkową wyników badań G. Bowena i R.W. Shaffera [8]

$|F_1| = |F_2|$. Po określeniu granicy podprzedziału w punkcie x_1 wartość bezwzględną różnicy $|y_{x_1} - y_0| = c$ odkładamy, w zależności od kształtu funkcji, powyżej lub poniżej funkcji y w punkcie x_1 . Stąd wyprowadzamy następną prostą poziomą i operacja się powtarza. Jest to metoda kolejnych przybliżeń, ciąg postępowania musi się bowiem zamknąć na drugiej granicy przedziału i w ramach określonej ilości podprzedziałów. Dla uzyskania rozwiązania konieczne jest zwykle wykonanie 3÷4 przybliżeń.

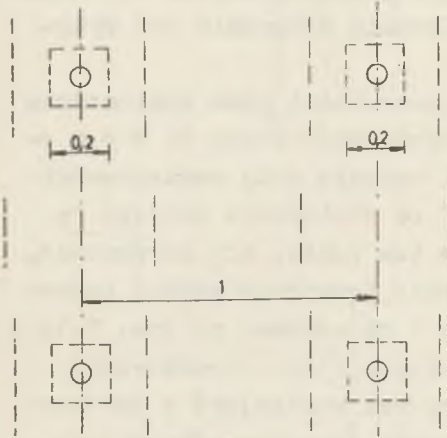
Proponowaną metodę określania szerokości pasm zastosowano tu przykładowo do wyników przeprowadzonego przez G. B o w e n a i R. W. S h a f f e r a [8] badania pola wewnętrznego płyty płaskiej punktowo podpartej od obciążenia stałego - co pokazano na rys. 3.4. Pokazano tam także, dla porównania, kształt funkcji aproksymujących przy przyjęciu stałej szerokości pasm w przekroju przeszłowym i określonej na rys. 3.1a i d szerokości pasm w przekroju podporowym (linie kreskowane). Z porównania tego widać jasno korzyści wynikające z aproksymowania wykresu momentów proponowanym sposobem. Oczywiście sposób ten nie ogranicza się jedynie do stropów płaskich bezgłowicowych, ale może znaleźć także zastosowanie w innych typach konstrukcji (np. w płytach krzyżowo-zbrojonych).

3.2. Średnica podpory a podział płyty na pasma

W stropach płaskich bezgłowicowych średnica podpory nie przekracza 1/10 rozpiętości, a zwykle jest znacznie mniejsza. Pozwala to na szczególne potraktowanie zbrojenia takich stropów.

Jak wiadomo - średnica pola podpory wpływa w sposób decydujący na momenty w najbliższym jej otoczeniu, a w sposób niewielki na momenty w pozostałych partiach płyty stropowej. Przy małej średnicy podpory, co ma miejsce w stropie płaskim bezgłowicowym, wydaje się celowym wyodrębnienie strefy przypodporowej, w której uwzględniałoby się wpływ sposobu podparcia (średnica podpory, pierścień wzmacniający itp.) oraz przy-

jęcie, że na pozostałą część płyty sposób podparcia praktycznie nie wpływa. Jak wykazały badania A. A j d u k i e w i c z a [2] rozmiar strefy przypodporowej określić można jako 0,2 rozpiętości płyty dla średnicy podpory zmiennej w granicach od 0 do 0,1 rozpiętości płyty. Przyjmując taki rozmiar strefy przypodporowej, wydaje się najbardziej racjonalnym odnośnie pozostałej części płyty podzielenie jej zarówno w przekroju przeszłowym jak i podporowym na dwa niezależne pasma w sposób przedstawiony na rys. 3.5, przy wykorzystaniu metody wyłożonej w p. 3.1. Należy przyjąć, że zbrojenie strefy przypodporowej stanowić będzie zbrojenie

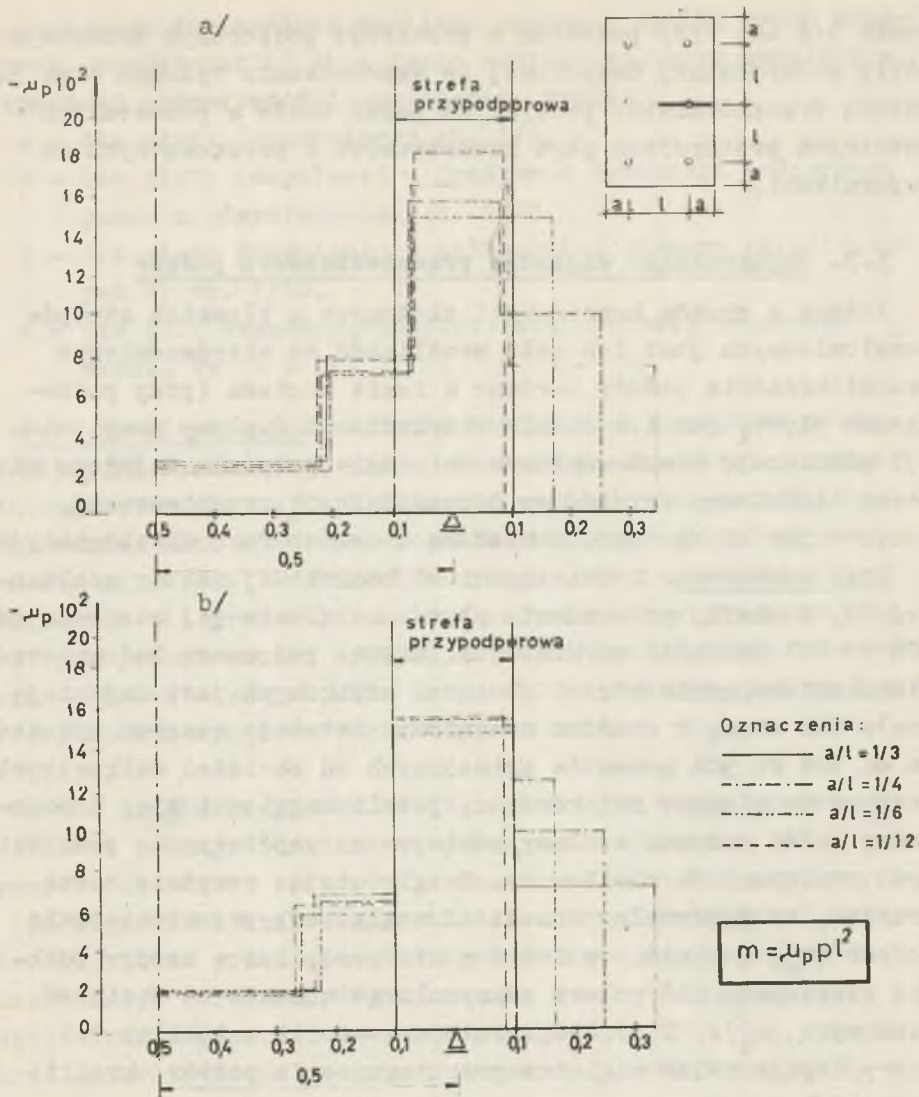


Rys. 3.5. Podział płyty na pasma z uwzględnieniem strefy przypodporowej

nie pasma przysłupowego wzmocnione lokalnie na obszarze strefy przypodporowej.

Przedstawiony wyżej sposób postępowania jest, z praktycznego punktu widzenia, korzystniejszy niż bezpośrednio zastosowanie propozycji zawartych w p. 3.1 mimo, że uzyskuje się wtedy lepsze dopasowanie gęstości zbrojenia do wykresu momentów dla każdego rozważanego oddzielnie przypadku. Tutaj bowiem, eliminując wpływ średnicy podpory na określanie szerokości pasma, ustalić można dla danego typu płyt stałe szerokości tych pasm i stałe wartości współczynników μ_p , a to znacznie upraszcza projektowanie.

Dla zobrazowania różnic pomiędzy ostatnią propozycją podziału na pasma z wyłączeniem strefy przypodporowej a odpowiednim podziałem bez wyłączenia tej strefy, pokazano na ry-



Rys. 3.6. Podział na pasma płyty prostokątnej w przekroju podporowym dla $d/l = 1/20$ (d - średnica podpory)

a) bez wyłączenia strefy przypodporowej, b) z wyłączeniem strefy przypodporowej

sunku 3.6 oba typy podziału w przekroju podporowym środkowym płyty prostokątnej dwupolowej ze wspornikami. Wyłożną w p. 3.1 metodą przeprowadzono podział na pasma także w pozostałych istotnych przekrojach płyt kwadratowych i prostokątnych ze wspornikami.

3.3. Dopuszczalne względne przemieszczenia podpór

Jednym z atutów konstrukcji złożonych z płaskich stropów bezgłowicowych jest ich mała wrażliwość na nierównomierne przemieszczenia podpór zarówno w fazie montażu (przy podnoszeniu płyt), jak i w czasie eksploatacji (wpływy eksploatacji górniczej, nierównomierne osiadanie podpór). Zajmiemy się teraz ilościowym wyrażeniem dopuszczalnych przemieszczeń, rozpatrując osobno fazę montażową a osobno fazę eksploatacyjną.

Faza montażowa. W zależności od konkretnej metody realizacyjnej, w chwili podnoszenia płyty obciążenia jej stanowią od 50% do 70% obciążeń całkowitych (biorąc pod uwagę budownictwo mieszkaniowe, gdzie udział obciążeń użytkowych jest najmniejszy). Tak więc, w stadium montażowym istnieje rezerwa wynosząca od 30% do 50% momentów zginających od obciążeń całkowitych. Rezerwa ta ulegnie zwiększeniu, jeżeli uwzględni się, dopuszczany przez wszystkie normy, zmniejszony współczynnik pewności przy obciążeniach chwilowych. Uwzględniając powyższe można przyjąć, że maksymalny moment od względnego przemieszczenia podpór (m_w) powinien w fazie montażowej, być w każdym punkcie nie większy, niż połowa maksymalnego momentu od obciążeń pionowych (m_q). Stąd, uwzględniając zawarte w tablicy 1.2 wzory, dopuszczalne względne przemieszczenie podpór określić można jako:

$$\Delta w_{dop} = \alpha \cdot q l^4 / E h^3, \quad (3.4)$$

w którym

$$\alpha = \frac{\mu_p}{\mu_w} \cdot \left(\frac{m_w}{m_q}\right)_{dop} = \frac{\mu_p}{\mu_w} \cdot 0,5.$$

Pomijając szczegółową analizę, opartą o wyniki badań modelowych, współczynniki α w fazie montażowej, przy zwykle występującej intensywności obciążenia, wynoszą:

- a - dla płyty jednopolowej ok. $1/6$,
- b - dla płyty dwupolowej w środkowym przekroju podporowym pasma międzysłupowego ok. $1/20$,
- c - dla płyty dwupolowej z wyłączeniem obszaru określonego pod b) ok. $1/10$,
- d - dla pola wewnętrznego płyty wielopolowej oszacować można, że $\alpha = \text{ok. } 1/10$.

Faza eksploatacyjna. Różnice między fazą montażową a eksploatacyjną sprowadzają się w zasadzie do określenia dopuszczalnego stosunku m_w/m_q . Można tu wyróżnić dwa sposoby postępowania: albo wywołane w czasie eksploatacji dodatkowe momenty zginające od nierównomiernego przemieszczenia podpór uwzględnia się przy obliczaniu zbrojenia - i wtedy ograniczenia tych przemieszczeń wpływają jedynie ze względów konstrukcyjno-eksploatacyjnych, albo te dodatkowe momenty powinny być w racjonalnym wymiarze pokryte przez rezerwy tkwiące w konstrukcji.

W tym drugim przypadku należy wziąć pod uwagę zarówno możliwość pewnego obniżenia współczynnika pewności, jak i małe prawdopodobieństwo pełnego wykorzystania obciążeń użytkowych w ich najniekorzystniejszym układzie. Uwzględniając pionowe nierównomierne przemieszczenia podpór spowodowane wpływami eksploatacji górniczej, dopuszcza się powszechnie obniżenie współczynnika pewności do wartości $1,4 \div 1,2$. Stąd też, przy określaniu dopuszczalnych przemieszczeń podpór wywołanych tymi wpływami, wydaje się możliwym przyjęcie dopuszczalnego stosunku $m_w/m_q = 0,3 \div 0,35$. Otrzymuje się wtedy dopuszczalne różnice przemieszczeń podpór spowodowane wpływem eksploatacji górniczej równe mniej więcej $2/3$ dopuszczalnych różnic w fazie montażu. W konsekwencji określić można dopuszczalny promień wygięcia terenu pod wpływem eksploatacji górniczej R_{gr} . W wyniku przeliczeń okazało się, że dla praktycznych przy-

padków, dopuszczalny promień wygięcia terenu jest mniejszy, niż jego wartość graniczna dla IV kategorii górniczej przydatności terenu do zabudowy. Tak więc można stwierdzić, że w porównaniu z innymi typami konstrukcji, płaskie stropy bezgłowicowe są szczególnie mało czułe na przemieszczenia pionowe spowodowane wpływami eksploatacji górniczej i nie wymagają w tym względzie żadnych dodatkowych zabezpieczeń.

Dopuszczalne przemieszczenia przy nierównomiernym osiadaniu podpór w fazie eksploatacji przyjmując można jako równe ok. $\frac{1}{3}$ dopuszczalnych przemieszczeń w fazie montażu.

3.4. Metoda belkowa projektowania sprężonych stropów płaskich

Dla obliczania sprężenia stropów płaskich bezgłowicowych stosuje się tzw. metodę belkową. Polega ona na tym, że strop rozpatruje się niezależnie dla każdego kierunku jako belkę sprężoną. W konsekwencji na całej szerokości płyty kable prowadzone są wg jednej trasy, a różnią pracą pasm przysłupowych i międzysłupowych uwzględnia się przez większą koncentrację kabli w paśmie przysłupowym. Nie pozwala to oczywiście na odpowiednie "dopasowanie" sprężenia do kształtu obwiedni momentów, co znalazło wyraz w wynikach badań [38]. Tym niemniej metoda ta posiada swoje bezsprzeczne atuty, a to - prostotę w projektowaniu i szereg udanych realizacji. Stąd też wydawało się celowym podanie dalej metod pozwalających na przyspieszenie procesu rachunkowego i nieco lepsze "dopasowanie" sprężenia do kształtu obwiedni momentów.

Pominiemy w niniejszym skrócie zagadnienie doboru siły z uwagi na naprężenia dopuszczalne w płycie traktowanej jako belka sprężona, gdyż jest to w zasadzie jedynie rozwinięcie na przypadek szczególny wcześniejszej pracy autora dotyczącej belek ciągłych [50]. Zajmiemy się natomiast zagadnieniem doboru siły z uwzględnieniem warunku dodatkowego, jakim jest likwidacja ugięć od obciążeń stałych. Jak wiadomo bowiem, w ustrojach płytowych większej rozpiętości o grubości płyty decyduje zwykle wielkość dopuszczalnego ugięcia, w tym często ugięcia

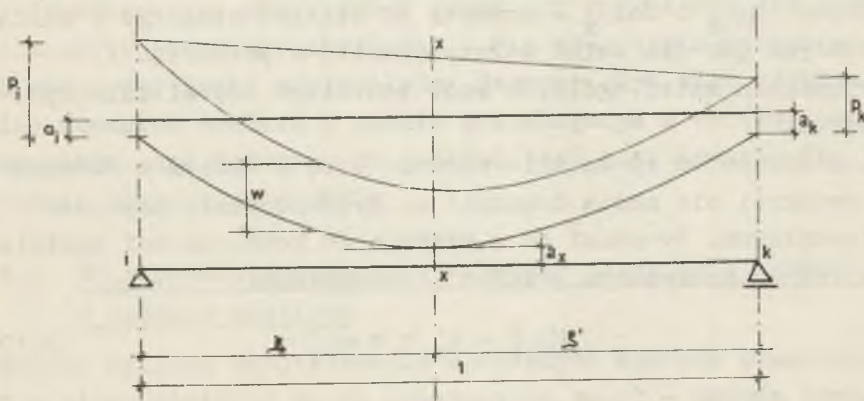
trwałego. Stąd też wysunięta została przez T.Y. L i n a [39] propozycja (nie poparta metodą obliczeniową), aby przez odpowiedni dobór trasy kabli, siły sprężającej i grubości płyty, zlikwidować ugięcia od obciążeń stałych.

Przystępując do obliczenia siły sprężającej przyjmiemy prowadzenie kabli wzdłuż trasy współbieżnej i stałą w obrębie każdego przęsła wielkość siły. Warunek braku ugięć od obciążeń stałych będzie zachowany, o ile w każdym przekroju spełnione będzie równanie

$$|Mg_x + M\Delta g_x| = |S \cdot e_x|, \quad (3.5)$$

gdzie: Mg_x i $M\Delta g_x$ - momenty od ciężaru własnego i obciążeń stałych w przekroju x ; S - siła sprężająca; e_x - mimośród kabla (przed transformacją) w przekroju x (wykluczamy nieprawidłowe usytuowanie kabla).

Spełnienie równania 3.5 jest na całej długości belki niemożliwe z uwagi na konieczność zachowania odpowiednich promieni zgięcia kabli nad podporą. Przyjęto więc do dalszych rozważań jako wystarczające spełnienie tego równania w trzech przekrojach rozważanego przęsła: na podporach "i" i "k" oraz w przekroju przęsłowym x . Równanie 3.5 przy uwzględnieniu



Rys. 3.7. Transformacja liniowa

wpływu transformacji liniowej "w" (rys. 3.7) i przy wykorzystaniu minimalnych otuleń osi kabli (a i a') przekształca się dla przekroju przeszłowego "x" w równanie

$$Mg_x + M\Delta g_x = S \left(\frac{h}{2} - a'_x - w_x \right) \quad (3.6)$$

a dla przekrojów podporowych "i" i "k" odpowiednio w równania

$$- Mg_i - M\Delta g_i = S \left(\frac{h}{2} - a_i - w_i \right) \quad (3.7)$$

$$- Mg_k - M\Delta g_k = S \left(\frac{h}{2} - a_k + w_k \right). \quad (3.8)$$

Zgodnie z rys. 3.7 wpływ transformacji liniowej wyrazi się jako: $w = p_i$ - dla przekroju i; $w = \xi p_i + \xi' p_k$ - dla przekroju x oraz $w = p_k$ - dla przekroju k. Podstawiając powyższe zależności do wzorów 3.6-3.8 oraz rugując z nich p_i i p_k otrzymuje się wzór na najmniejszą siłę zapewniającą w przekrojach "i", "x" i "k" spełnienie warunku 3.5

$$S = \frac{Mg_o_x + M\Delta g_o_x}{\frac{h}{2} - a'_x + \xi \left(\frac{h}{2} - a_i \right) + \xi' \left(\frac{h}{2} - a_k \right)}, \quad (3.9)$$

w którym: Mg_o_x i $M\Delta g_o_x$ - momenty od ciężaru własnego i obciążeń stałych jak dla belki wolnopodpartej w przekroju x. W przypadkach mniej ogólnych wzór ten ulega odpowiednim uproszczeniom.

Niezależnie od spełnienia warunku 3.5, w żadnym z rozważanych przekroi nie można dopuścić do przekroczenia naprężeń dopuszczalnych. Prowadzi to w efekcie do konieczności spełnienia w każdym rozważanym przekroju nierówności

$$M_p \frac{6}{h} + k'_2 b h \leq S \quad (3.10)$$

$$- M_p \frac{6}{h} k'_2 b h \leq S \quad (3.11)$$

ponadto dla strefy przęsłowej

$$\left[(1 - \eta) Mg + M \Delta g \right] \frac{6}{h} + \eta k'_0 b h \leq S \quad (3.12)$$

a dla strefy podporowej

$$\left[(1 - \eta) Mg + M \Delta g \right] \frac{6}{h} + \eta k'_0 b h \leq S, \quad (3.13)$$

w których: M_p, M'_p - maksymalne momenty dodatnie i ujemne od obciążeń zmiennych; k'_0, k'_2 - naprężenia dopuszczalne rozciągające względnie ściskające mniejsze w stanie początkowym i użytkowym; η - współczynnik strat reologicznych.

Należy tu zaznaczyć, że minimalne siły uzyskane w oparciu o warunek likwidacji ugięć od obciążeń stałych są zazwyczaj większe od sił wyznaczonych jedynie z warunku nieprzekroczenia naprężeń dopuszczalnych. W szczególnym przypadku mogą być one dwukrotnie większe. Spełnienie więc postulatu braku ugięć belki zastępczej od obciążeń stałych nie zawsze będzie technicznie i ekonomicznie uzasadnione.

Dla lepszego "dopasowania" sprzężenia do kształtu wykresów momentów wydaje się właściwym, aby niezależnie od większej intensywności sprzężenia pasm przysłupowych, wprowadzić zmienną wartość mimośrodu poszczególnych zespołów kabli. Najbardziej praktycznym sposobem sprzężenia jest określenie dla każdego kierunku dwóch różnych typów tras kabli dla pasma przysłupowego i międzysłupowego, przy czym w przekroju przęsłowym oba typy tras miałyby jednakowy mimośród. O ile przy takim sposobie realizacji sprzężenia wystąpiłyby jeszcze zbyt duże różnice między momentem średnim w paśmie przysłupowym a wartościami maksymalnymi nad podporą, to możliwe jest zastosowanie do zbrojenia zbrojeniem miękkim.

3.5. Projektowanie sprzężonych stropów płaskich w oparciu o badania modelowe

Metoda belkowa projektowania sprzężonych stropów płaskich jest - niezależnie od swych bezspornych zalet - metodą przybliżoną, nieuwzględniającą przestrzennej pracy płyty. Jeżeli

jednak ogólne zagadnienia płyt dwukierunkowo sprężonych traktowanych jako przestrzenne, w szczególności płyt jednopółowych podpartych na obwodzie lub na dwóch przeciwległych krawędziach doczekały się licznych opracowań w pracach: G. F r a n z a [17]; J. G ł o m b a [19]; S. K a u f m a n a i J. G ł o m b a [27], [28]; oraz J.K. T y s z o w i e c k i e g o [58] [60], [62], to jedynie praca J.K. T y s z o w i e c k i e g o [61] odnosi się do płyt punktowo podpartych i to tylko jednopółowych podpartych na narożach.

Zagadnienie sprężenia płyt punktowo podpartych możliwe jest do rozwiązania (w dość ograniczonym zakresie) także przy pomocy programu M.R.B [36]. Przestrzenną pracę dowolnych płyt sprężonych punktowo podpartych (a także o innych warunkach podparcia) można bez trudności uwzględnić opierając projektowanie o badania modelowe. Temu właśnie zagadnieniu poświęcimy poniższe rozważania.

U podstaw proponowanej metody leży przyjęcie niezależnej pracy zgięciowej i tarczowej sprężonej płyty, które to przyjęcie w przypadku niewielkich w stosunku do grubości płyty ugięć, potwierdzone zostało dociekaniem teoretycznymi J.K. T y s z o w i e c k i e g o [59] i badaniami Y. G u y o n a [23]. Przyjmuje się ponadto, że materiał płyty jest w zakresie stosowanych naprężeń jednorodny i liniowo sprężysty.

Uwzględnia się w każdym rozpatrywanym punkcie płyty cztery stany obciążenia (początkowy "0"; bezużytkowy "1" użytkowy: maksymalny "2" i minimalny 2') oraz cztery wielkości momentów zginających: M_g - od ciężaru własnego konstrukcji; $M_{\Delta g}$ - od obciążeń stałych ale naniesionych na konstrukcję po dokonaniu sprężenia; M_p - maksymalny (dodatni) od obciążeń zmiennych; M_p - minimalny (ujemny) od obciążeń zmiennych. Poszczególnym stanom obciążenia przyporządkowane są odpowiednie wielkości sił sprężających ($S_0 = S/\eta$; $S_1 = S_2 = S_2' = S$) oraz naprężeń dopuszczalnych ($k_0, k'_0, k_1, k'_1, k_2, k'_2$). Z uwagi na płaską trasę kabli oraz konieczność uproszczeń, przyjmuje się w każdym rozpatrywanym osobno punkcie, że kąt nachylenia osi kabli do poziomu spełnia warunek $\cos \alpha = 1$. Nie wprowadza się żąd-

nych ograniczeń odnośnie przebiegu trasy kabli, za wyjątkiem ograniczeń konstrukcyjnych.

Obliczenie wielkości sił sprężających polega, w dużym skrócie, na założeniu systemu sprężenia i określeniu przedziału dopuszczalnej siły sprężającej z warunku nieprzekroczenia naprężeń dopuszczalnych w żadnym z rozważanych punktów płyty. Na system sprężenia składają się tu zarówno kształt poszczególnych tras kabli oraz obszary na których poszczególne trasy obowiązują, jak i względne zagęszczenie kabli. Metoda ta jest oczywiście metodą przybliżeń, gdyż dla określenia optymalnego rozwiązania konieczne jest rozważenie wariantów tras i zmiennych obszarów ich działania, przy czym głównym parametrem "dopasowania" sprężenia do warunków pracy płyty jest właśnie zmienny obszar działania poszczególnych tras. W obliczeniach operować będziemy nie tyle bezpośrednio trasą kabla, co oddziaływaniami, poprowadzonego wzdłuż tej trasy, kabla sprężającego.

Zgodnie z założeniem, rozważymy osobno stan tarczowy, a osobno stan giętny pracy płyty. W stanie tarczowym przyjmujemy, że siły sprężające działają w płaszczyźnie środkowej płyty, przy czym są zmienne wzdłuż krawędzi w sposób dowolny. Te zmienne siły S_1 odnosić będziemy do tzw. siły odniesienia S będącej siłą sprężającą w dowolnie obranym punkcie na krawędzi - stąd

$$S_1 = s_1 S,$$

gdzie: s_1 - współczynnik odniesienia. Przyjęty wzdłuż krawędzi układ osiowych sił sprężających powoduje w każdym rozważanym w płycie punkcie (i kierunku) powstanie odpowiedniej siły osiowej. Stosunek tej siły (w rozważanym punkcie i kierunku) do siły odniesienia nazywać będziemy w s p ó ł c z y n - n i k i e m w p ł y w u s i ł y n_s .

W zgięciowej pracy płyty uwzględnić musimy pozostałe wpływy sprężenia w postaci: obciążeń rozłożonych; sił skupionych i momentu krawędziowego. Wpływy te wywołują w każdym punkcie

(i kierunku) określone momenty zginające. Stosunek takiego momentu zginającego (w rozważanym punkcie i kierunku) do siły odniesienia nazywać będziemy *mimośrodowo obliczeniowym* m_s .

Nieprzekroczenie naprężeń dopuszczalnych wymaga, aby w każdym rozważanym punkcie spełnione były następujące warunki: dla strefy przęsłowej

$$\left. \begin{array}{l} \eta(W k'_0 - Mg) \\ W k'_1 - Mg - M \Delta g \\ W k'_2 - Mg - M \Delta g - Mp' \end{array} \right\} \leq S (m_s + n_s \frac{h}{\delta}) \quad (3.14)$$

$$W k'_2 + Mg + M \Delta g + Mp \leq S (-m_s + n_s \frac{h}{\delta}) \quad (3.15)$$

a dla strefy podporowej

$$\left. \begin{array}{l} \eta(W k'_0 + Mg) \\ W k'_1 + Mg + M \Delta g \\ W k'_2 + Mg + M \Delta g + Mp \end{array} \right\} \leq S (-m_s + n_s \frac{h}{\delta}) \quad (3.16)$$

$$W k'_2 - Mg - M \Delta g - Mp' \leq S (m_s + n_s \frac{h}{\delta}) \quad (3.17)$$

gdzie: $W = b h^2/6$.

W płytach rozważanego typu naprężenia ściskające większe są praktycznie zawsze mniejsze od dopuszczalnych, stąd też nie mają one znaczenia przy doborze siły S .

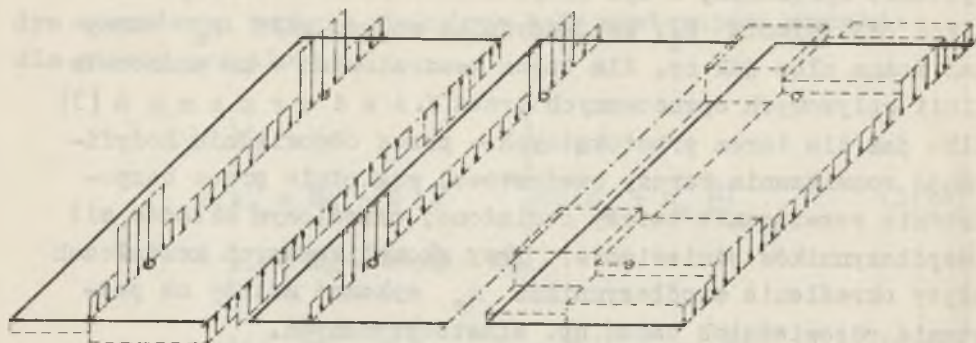
Dla każdego punktu płyty można na podstawie związków 3,14÷17 określić dopuszczalny przedział sił S , przy czym współczynniki m_s i n_s muszą być tak dobrane, aby istniał wspólny dla wszystkich punktów przedział tej siły. Współczynniki m_s i n_s będące, poza poszukiwaną siłą S , jedynymi parametrami zmiennymi, zależą od systemu sprężenia. Właściwy system sprężenia najłatwiej ustalić w oparciu o rozwiązania belkowe, ale

z uwzględnieniem zmiennej wielkości mimośrodowo poszczególnych tras kabli w przekrojach podporowych. Dalsza korekta systemu sprężenia może się odbywać przez odpowiednią zmianę obszarów działania poszczególnych typów tras kabli. Przy przyjętym systemie sprężenia, a tym samym znanym rozkładzie współczynników odniesienia s_i , współczynniki wpływu siły n_s otrzytać można albo jak np. dla tarcz kwadratowych – na podstawie linii wpływowych opracowanych przez F. A n d e r m a n n a [3] albo jak dla tarcz prostokątnych – przez odpowiednią modyfikację rozwiązania tarczy kwadratowej, względnie przez bezpośrednie rozwiązanie tarczy obciążonej określonym układem sił (współczynników odniesienia). Przy skomplikowanych kształtach płyty określenie współczynników n_s wykonać należy na podstawie odpowiednich badań, np. elastooptycznych.

Na współczynnik n_s składają się wpływy oddziaływania kabli w postaci: obciążeń rozłożonych; sił skupionych oraz momentów na krawędzi płyty. Praktyczne obliczenie tych współczynników wykonać można stosunkowo łatwo, na podstawie odpowiednich badań modelowych. Możliwe są tu dwie metody postępowania – pomiar bezpośredni i wykorzystanie powierzchni wpływowych.

Przy pomiarze bezpośrednim obciążenie stanowiące pionowe oddziaływanie kabla (z uwzględnieniem różnej względnej intensywności sprężenia w poszczególnych pasmach) rozbijamy na dwa lub więcej układów, musimy bowiem obciążyć model co najmniej raz obciążeniami oddziałyującymi na płytę od góry i co najmniej raz obciążeniami oddziałyującymi od dołu. Oczywiście wszystkie obciążenia przykładamy z jednej strony, przy czym operację powtarza się dla każdego kierunku oddzielnie. Przykład sposobu postępowania ilustruje rysunek 3.8, przy czym pokazane tam schematy można realizować w całości, albo rozbijając je na podschematy kierując się zasadą, aby w możliwie jak największej ilości punktów wykorzystać cały zakres naprężeń dopuszczalnych materiału modelu.

Realizacja momentów ciągłych przyłożonych wzdłuż krawędzi jest trudna ze względów technicznych i dlatego w tym przypadku właściwszym jest wykorzystanie powierzchni wpływowych.



Oddziaływanie kabli = Obciążenie I + Obciążenie II

Rys. 3.8. Rozłożenie oddziaływania kabli na schematy obciążeń

Przy wykorzystaniu powierzchni wpływowych, współczynniki m_s otrzymuje się drogą odpowiedniego przemnożenia rzędnych powierzchni wpływowych przez oddziaływanie kabli. Należy zaznaczyć, że o ile pierwszy sposób wyznaczania współczynników m_s jest właściwszym w przypadkach gdy przyjęte obciążenia stałe i użytkowe nie mogą ulec zmianie, to drugi pozwala na korektę wykonanych obliczeń w przypadku zmiany obciążeń, bez konieczności ponownych badań modelowych. Ogólnie biorąc - pierwszy sposób jest mniej pracochłonny.

4. USTROJE PŁYTOWO-SŁUPOWE

Jako ustrój płytowo-słupowy traktuje się w niniejszej pracy ustrój złożony z poziomych płyt i pionowych słupów. Tego rodzaju ustroje występują między innymi w budynkach realizowanych metodą podnoszenia stropów bądź metodą podnoszenia całych kondygnacji. Oblicza się je zwykle sprowadzając pracę ustroju przestrzennego do schematu krzyżujących się zastęp-

czych ram płaskich, jak to czynią przykładowo: L. Ju. Gal'perin i współpracownicy [18] oraz A. D. Gluchovskij [20], przy czym poszczególne metody obliczenia różnią się w zasadzie określeniem sztywności rygli i sposobem ich obciążania. Od schematu ramy zastępczej odbiega jedynie metoda J. F. B r o t c h i e [10] uwzględniająca przestrzenny stan pracy płyty i pozwalająca na określenie rozkładu momentu przywęzłowego w płycie, lecz ograniczona z założenia do pól wewnętrznych płyty nieskończonej i opracowana jedynie dla wydzielonego stropu pośredniego.

Z praktycznego punktu widzenia rozwiązanie ustroju płytowo-słupowego sprowadza się do określenia momentów przywęzłowych w płytach i słupach. Wartości uzyskane metodą ram zastępczych mogą odbiegać znacznie od wartości rzeczywistych, szczególnie w węzłach skrajnych ustrojów płytowo-słupowych, gdzie zaznacza się w sposób wyraźny wpływ wielkości wspornika. Zagadnienie to zaostrza się jeszcze bardziej w ustrojach, których wszystkie węzły są węzłami skrajnymi, a takimi właśnie zajmujemy się w niniejszej pracy. Zaszła więc konieczność opracowania metody pozwalającej uwzględnić przestrzenną pracę wielokondygnacyjnego ustroju płytowo-słupowego. Taką właśnie metodę przedstawiono poniżej. Daje się ona bez trudności rozszerzyć na inne ustroje, takie jak stropy grzybkowe, ustroje rusztowo-słupowe itp. pod warunkiem wcześniejszego określenia odpowiednich wyjściowych kątów obrotu.

4.1. Metoda obliczania

Proponowana metoda obliczania ustrojów płytowo-słupowych jest adaptacją metody Crossa dla tych ustrojów, operuje więc aparatem technicznym i pojęciowym tej metody. Jak wiadomo sens fizyczny metody kolejnych przybliżeń polega na kolejnym zwalnianiu fikcyjnie utwierdzonych węzłów ustroju aż do chwili, gdy momenty spowodowane tym utwierdzeniem staną się pomijalne. Zwalnienie utwierdzenia fikcyjnego danego węzła, a zatem pozwolenie na jego obrót, wywołuje w ustroju prętowym powstanie mo-

mentów we wszystkich przekrojach przylegających do tego węzła oraz we wszystkich przekrojach sąsiednich od strony zwalnianego węzła.

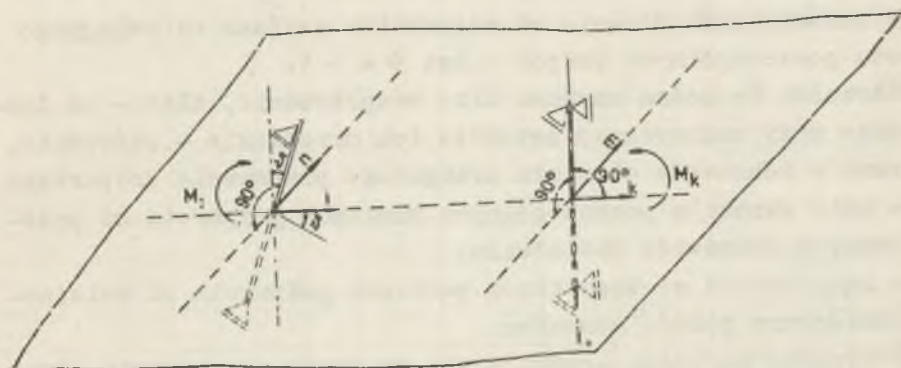
W ustroju płytowo-słupowym zwolnienie fikcyjnego utwierdzenia węzła spowoduje powstanie momentów nie tylko przy zwolnionym węźle oraz przy węzłach sąsiednich od strony węzła zwalnianego, ale także przy wszystkich pozostałych węzłach płyty, do której przynależy ten węzeł. Wobec tego na każdy węzeł płyty przekazują się momenty ze wszystkich jej węzłów. Uwzględniając ten fakt, dalsze rozwiązanie zagadnienia prowadzi się wg znanych sposobów rozwiązań iteracyjnych metody Crossa. Oczywiście proponowany sposób rozwiązania ustroju płytowo-słupowego wymaga wcześniejszego określenia: momentów utwierdzenia, sztywności giętych i przekazów, które to wartości w przypadku rozważanych typów płyt uzyskano w oparciu o wyniki badań modelowych.

1. Założenia. Przyjęto następujące założenia idealizujące pracę poszczególnych elementów ustroju:

- Płyty spełniają warunki płyt cienkich o małych ugięciach.
- Płyty stanowią w swojej płaszczyźnie ciała idealnie sztywne.
- Połączenie słupa z płytą stanowi węzeł idealnie sztywny (bez większych trudności uwzględnić można także węzły przegubowo podparte).
- Długość słupa jest równa osiowemu odstępowi płyt stropowych.
- Momenty utwierdzenia, kąty obrotu itp. traktuje się jako występujące w węźle, tj. w osi podpory na połowie grubości płyty.

2. Określenia. Każdą wielkość określa się i oznacza nie tylko miejscem jej działania (węzeł), ale także kierunkiem działania w przyjętym ortogonalnym układzie odniesienia.

- Sztywność giętna K^1) jest to moment utwierdzenia elementu ustroju wywołany w określonym węźle i kierunku przez obrót tego węzła w rozważanym kierunku o kąt $\phi = +1$ (rys. 4.1). Obrót węzła w rozważanym kierunku nie powoduje obrotu tego węzła w kierunku prostopadłym do rozważanego i na miejsce przy obukierunkowym utwierdzeniu pozostałych węzłów elementu.



Rys. 4.1. Oznaczenia w płycie ustroju płytowo-słupowego

-- Przekaz K_{ki} jest to moment utwierdzenia wywołany w węźle i kierunku "k" przez obrót elementu w węźle i kierunku "i" o kąt $\phi = +1$ (por. rys. 4.1). W ten sposób w płycie o n punktach podparcia uzyskuje się $2n - 1$ przekazów. Jest to zasadnicza różnica między przekazem w ustroju prętowym, gdzie w jednym elemencie ustroju mamy jeden przekaz, a przekazem w płycie punktowo podpartej. Ta różnica rzutuje oczywiście i na sposób iteracji w metodzie Crossa.

- Rozdzielnik "k" jest to stosunek sztywności giętnej elementu ustroju w danym węźle i kierunku do sumy sztywności giętnych dla rozważanego kierunku wszystkich elementów ustroju zbiegających się w tym węźle.

1) Te, jak i dalsze oznaczenia przyjęto za pracą S. Błaszczkowiaka i Z. Kączkowskiego [6].

- Przekaznik "k" jest to stosunek przekazu do sumy sztywności giętych elementów ustroju w węźle i kierunku, w którym dokonano obrotu o $\phi = + 1$.

3. Obliczenia. Przed przystąpieniem do obliczania ustroju płytowo-słupowego konieczne jest określenie wartości wyjściowych dla wszystkich elementów tego ustroju. Są to:

- momenty utwierdzenia we wszystkich węzłach od przewidywanych schematów obciążenia,

- momenty utwierdzenia we wszystkich węzłach od kolejnego obrotu poszczególnych podpór o kąt $\phi = + 1$.

Wartości te można uzyskać albo bezpośrednio, albo - co łatwiejsze przy empirycznej metodzie ich określania - pośrednio, mierząc w schemacie elementu przegubowo przesuwnie podpartego:

- kąty obrotu w poszczególnych punktach podparcia od przewidywanych schematów obciążenia,

- kąty obrotu we wszystkich punktach podparcia od kolejnego obciążenia podpór momentem.

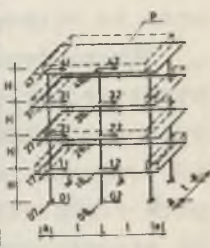
Potrzebne wartości uzyskuje się tu drogą rozwiązania odpowiedniego układu równań. Ten właśnie sposób zastosowano w odniesieniu do rozważanych typów płyt.

Posiadając wyszczególnione wyżej momenty utwierdzenia, obliczyć można rozdzielniki i przekazy, a następnie przystąpić do iteracji. Przebieg iteracji dla ustroju płytowo-słupowego różni się od typowej iteracji dla ustroju prętowego jedynie większą liczbą przekazy i tym, że jednocześnie rozpatruje się dwa ortogonalne kierunki w każdym węźle. Możliwe jest tu wykorzystanie wszelkich znanych uproszczeń stosowanych przy rozwiązywaniu metodą Crossa ustrojów prętowych.

Przykładowo na rysunku 4.2 pokazano tablicę iteracyjną dla ustroju czterokondygnacyjnego o płytach dwupołowych. Podano tam także sprawdzenie iteracji przy pomocy odpowiednio przystosowanej metody Z. K a c z k o w s k i e g o [32]. Podany przykład wskazuje na pełną operatywność proponowanej metody i stosunkowo niewielką jej pracochłonność, jeśli się zważy, że został rozwiązany ustrój przestrzenny o 10 węzłach (po uwzględ-

Poziom	0												1												2											
	I			7			8			7			8			1			7			8														
Kierunek	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8									
Momenty	01-11	07-17	08-08	11-01	11-17	11-21	17-07	17-11	17-27	18-08	18-11	18-28	21-11	21-27	21-31	27-07	27-21	27-37	28-18	28-21	28-33															
Szytywność				727	284	130	284	675	284	768	284	200	284	707	284	130	284	675	284	107	284	768	284	200												
Przekaz				142	+10.8	142	142	+10.8	142	142	-75	142	142	+10.8	142	142	+10.8	142	142	-16.8	142	142	-16.8	142												
Wspornik				100	40	20	40	100	42	16	42	100	37	26	37	100	40	20	40	100	42	16	42	100												
Przeładunek				20	+1.5	20	21	+1.8	21	18.5	-1.0	18.5	20	+1.5	20	21	+1.8	21	18.5	-1.0	18.5	20	+1.5	20												
					-53			+32			+48			-90			-207			-207			-382													
					-1			+76			+64			+3			-16	-12		-32			-14													
					-35			+17			+126			-4			-56	-12		-8			-23	-2												
					-2			+1			+14			+1			-3	-1		-2			-10	-3												
					+1			+2			+2			+1			+1			+1			+1													
	+7	-20	-26	+37	+8	+7	+15	-97	-40	-18	-41	-142	-52	-37	-53	+82	+33	+16	+33	+283	+119	+45	+110	+482												
	+7	-20	-26	0	+15	-46	+31	0	-40	+21	+19	0	-52	+16	-36	0	+40	75	35	0	+98	-175	+77	0	+152	-277										
					-53			+32			+48			-90			-207			-207			-382													
					+7			+15			+16			+33			+16	+33		+283			+45	+110												
					+1			+16			-1			+5			+1	+1		-20			+1	-42												
					+1			+1			+7			-5			-15			-15			-15													
	+7	-20	-26	+15	-47	+31	-40	+21	+19	-52	+17	+36	+40	-74	+34	+98	-176	+77	+152	-276	+124															

Poziom	3												4											
	I			7			8			1			7			8								
Kierunek	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8	1	7	8						
Momenty	1	31-21	21-37	31-41	37-27	37-31	37-47	38-28	38-31	38-48	41-31	41-47	41-48	47-37	47-41	48-38	48-41	47						
Szytywność	707	284	139	284	675	284	107	284	768	284	200	284	429	284	139	301	284	107						
Przekaz				142	+10.8	142	142	+10.8	142	142	-75	142	142	+10.8	142	142	+10.8	142						
Wspornik	100	50	20	40	100	42	16	42	100	37	26	37	100	67	33	100	73	27						
Przeładunek				20	+1.5	20	21	+1.8	21	18.5	-1.0	18.5	33.5	+2.5	-4.0	38.5	+2.5	29.5						
					-53			+152	+64		+32	-76		-90			-207							
					-2			+8			+251	+73		+10	+120		+6							
					+18			+3			+34	+14		+3	+17		-6							
					-3			+1			+5	+2		+1	+2		+1							
					+2			+1			+1	+1		+1	+1		+1							
	+7	-20	-26	+31	+100	-84	-32	-84	-290	-107	-75	-107	+83	+58	+29	-770	+197	+73						
	0	+19	-52	+33	0	-24	+8	+15	3	-18	-13	+32	0	+61	-61	0	+195	-195	0	+275	-275			
					-53			+32			+48			-90			-207							
					+3			+1			+1			+1			+1							
					+18			+3			+14			+1			+2							
					+3			+1			+1			+1			+1							
	+19	-52	+21	-24	+8	+14	-19	-13	+32	+60	-61		+195	-195		+274	-275							



$l = 8.1m$
 $H = 3.0m$
 $a/l = 1/6$
 $h_p = 0.22m$
 $b_p = 0.40m$
 $p = 10.71m^2$

Rys. 4.2. Przykład tablicy iteracyjnej

nieniu redukcji ilości węzłów wynikłej z warunków symetrii ustroju i obciążenia, ustrój posiada bowiem 30 węzłów przestrzennych).

4.2. Obliczenia porównawcze

Przedstawiona wyżej metoda zastosowana została do obliczenia szeregu wybranych ustrojów płytowo słupowych. Były to ustroje czterokondygnacyjne, stanowiące niejako cały budynek oraz ustroje jednokondygnacyjne w postaci wydzielonego stropu pośredniego. Kształt płyt stropowych ograniczono do rozpiętych na siatce kwadratowej płyt jedno i dwupolowych ze wspornikami o kolejno zmiennym wysięgu: $a/l = 1/3; 1/4; 1/6$ i $1/12$. Charakterystykę rozwiązanych ustrojów płytowo-słupowych wraz ze stosowanymi obciążeniami przedstawiono na rys. 4.3.

Dla porównania wyników uzyskanych przy uwzględnieniu przestrzennej pracy ustroju z wynikami rozwiązań przybliżonych, dokonano obliczenia tych wybranych ustrojów, stosując metodę ram zastępczych. W obliczeniach tych potraktowano płytę jako pręt o odpowiedniej sztywności, przy czym płaszczyzny podziału przestrzennego ustroju płytowo-słupowego na odpowiednie ustroje płaskie - zwane dalej prętowymi - przebiegały wzdłuż linii połowiących odległość między słupami. Zastosowano obciążenia analogiczne do obciążeń ustrojów płytowo-słupowych. Dla obciążeń pionowych uwzględniono dwa schematy ich przekazywania:

schemat a: - gdzie na ustrój prętowy przekazuje się obciążenie z powierzchni płyty wydzielonej liniami połowiącymi odległość między punktami podparcia, przy czym na każdy kierunek przekazuje się całość obciążenia;

schemat b: - gdzie na ustrój prętowy przekazuje się obciążenie z powierzchni płyty wydzielonej liniami przechodzącymi przez punkty podparcia, a tworzącymi z krawędziami kąt 45° . Całkowite obciążenie jest tu rozdzielone na dwa kierunki.

Na podstawie przeprowadzonych ogółem 64 iteracji momentów dla ustrojów przestrzennych i 104 iteracji momentów dla ustrojów płaskich można stwierdzić, że pracochłonność rozwiązania

ustrojów przestrzennych nie była wiele większa od pracochłonności rozwiązania ustrojów płaskich. Porównanie wyników tych obliczeń pozwoliło na wyciągnięcie szeregu wniosków zarówno odnośnie pracy ustrojów płytowo-słupowych, jak i możliwości zastępowania w obliczeniach ustrojów przestrzennych przez ustroje płaskie. Poniżej podane w dużym skrócie niektóre z tych wniosków.

Momenty zginające w słupach ustrojów przestrzennych od obciążenia równomiernego wszystkich kondygnacji są zależne od a/l i rosną w miarę zmniejszania wsporników. Jednakże stosunki wzajemne między momentami (w poszczególnych przekrojach słupa przy danym a/l) są praktycznie niezależne od a/l w omawianym przedziale. Stwierdzono także, że istotne dla wymiarowania wartości momentów przywęzłowych w płytach pośrednich nie różnią się między poszczególnymi kondygnacjami (dla danego a/l) więcej niż o 5%. Pozwala to na jednakową konstrukcję wszystkich płyt pośrednich ustroju.

Rozdział momentów w ustroju o płycie dwupolowej pomiędzy słupy środkowe i skrajne nie odpowiada podziałowi ustroju na pasy liniami połowiącymi odległości między słupami. Przy obciążeniach jednostajnie rozłożonych na wszystkich kondygnacjach słupy skrajne przenoszą momenty mniejsze o kilka do kilkunastu procent, niżby to wynikało z tego podziału. Przy obciążeniach rozłożonych w sposób szczególny (np. szachownicowy) rozdział momentów między poszczególne słupy waha się w szerszych granicach.

Momenty przywęzłowe w płycie wydzielonego ustroju stropu pośredniego są zawsze większe, niż odpowiednie momenty w stropie pośrednim ustroju wielokondygnacyjnego. Nadwyżka ta dla obciążeń jednostajnie rozłożonych na wszystkich kondygnacjach wynosi w zależności od a/l - $6\pm 15\%$, a przy obciążeniach szczególnych dających maksymalne momenty ujemne - $1\pm 6\%$. Momenty przywęzłowe w słupach wydzielonego ustroju stropu pośredniego różnią się znacznie od odpowiednich momentów w ustroju wielokondygnacyjnym i nie mogą być, bez znacznej korekty, traktowane jako ich przybliżenie.

Rozwiązania ustroju przestrzennego płytowo-słupowego nie można w sposób zadawalający zastąpić zwykłym rozwiązaniem analogicznego ustroju traktowanego jako prętowy. W ogólnym przypadku powstały w ten sposób błąd może być znaczny, przy czym problem ten z największą ostrością występuje przy obciążeniach rozłożonych w sposób szczególny, np. szachownicowy.

Stwierdzono jednak w pewnych przypadkach, że odpowiednie (korespondujące) wykresy momentów w słupach ustroju przestrzennego i płaskiego można przyjąć w przybliżeniu jako powinowate. Dotyczy to, przy obciążeniach jednostajnie rozłożonych na wszystkich kondygnacjach, wykresów momentów dla danego kierunku niezależnie od a/l , a przy obciążeniach rozłożonych w sposób szczególny - odpowiednich par wykresów (w zależności zarówno od kierunku jak i a/l). Stąd też w szeregu przypadkach istnieje możliwość określania momentów w ustroju płytowo-słupowym przez odpowiednią korektę wyników uzyskanych na podstawie rozwiązania ustroju prętowego. Z dwóch stosowanych w ustrojach prętowych schematów przekazywania obciążenia, tradycyjnie stosowany "schemat a" daje zwykle w stosunku do ustroju przestrzennego wyniki bezpieczne, najczęściej ze znaczną nadwyżką (sięgającą niekiedy do 50%). Widać stąd, że rozwiązanie dokładne, niewiele bardziej pracochłonne, pozwala nie tylko na prawidłowe określenie momentów w ustroju, ale także prowadzi do oszczędniejszej konstrukcji. "Schemat b" przekazywania obciążeń na ustrój prętowy daje w większości przypadków wartości mniejsze, niż to wynika z rozwiązania dokładnego i stosowanie go bez odpowiedniej korekty jest niewskazane. Ogólnie biorąc, gdy nie ma możliwości rozwiązania ustroju płytowo-słupowego w sposób dokładny, można rozwiązać go jako ustrój prętowy, stosując dla zmniejszenia powstałego w ten sposób błędu wskazówki i współczynniki korygujące zawarte w szczegółowej części pracy.

Względnie najdokładniejsze rozwiązanie przybliżone można uzyskać wprowadzając do rozwiązania prętowego momenty utwierdzenia jak dla płyty.

Przy poziomym obciążeniu ustroju płytowo-słupowego o płytach kwadratowych momenty utwierdzenia w fundamencie są o 9÷16% większe od wartości obliczonych dla ustroju prętowego. W pozostałych rozważanych przekrojach różnice między rozwiązaniem płytowo-słupowym a prętowym mają już mniejsze znaczenie.

Momenty w słupie skrajnym ustroju płytowo-słupowego o płytach dwupolowych przy obniżeniu podpór środkowych stanowią od 92% (dla $a/l = 1/3$) do 60% (dla $a/l = 1/12$) wartości momentów obliczonych dla schematu prętowego. Istnieje więc przy dokładnych obliczeniach możliwość uwzględniania znacznego zmniejszenia momentów w słupach budynków o ustroju płytowo-słupowym wznoszonych na terenach eksploatacji górniczej.

B I B L I O G R A F I A

- [1] A.C.I. - Committee 318: Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI+318-63); American Concrete Institute; Detroit, 1963.
- [2] Ajdukiewicz A.: Strefa punktowego podparcia płyty żelbetowej, praca doktorska - Gliwice, 1968.
- [3] Andermann F.: Tarcze prostokątne. Obliczenia statyczne. Arkady, Warszawa, 1966.
- [4] Bednar J.: Modelové meranie napätí bodové podopretých spojitych dosiek. Inżynierskie Stavby, z. 4, 1965.
- [5] Berger F.: Modellversuche an Plattendecken und zylindrischen Shedshalen. Mitteilungen aus dem Institut für Baustatik E.T.H. Zurich Nr 36 S. 45 und 93. 1961.
- [6] Błaszowski S., Kączkowski Z.: Metoda Crossa. PWN, Warszawa, 1959.
- [7] Borcz A.: Wyniki badań modelowych łupiny konoidalnej. Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej. Budownictwo, z. 2(8), 1955.
- [8] Bowen G., Shaffer R.W.: Flat slab solved by model analysis. Journ. A.C.I., nr 6, 1955.

- [9] Bretthauer G., Seiler H.Fr.: Die Pilzdecke ohne verstärkte Säulenköpfe (Flachdecke) bei verschiedenen Randbedingungen. Beton u. Stahlbetonbau, nr 9 i 11, 1966.
- [10] Brotchie J.F.: General method for analysis of flat slabs and plates. Journ. A.C.I., nr 1, 1957.
- [11] Brotchie J.F.: General elastic analysis of flat slabs and plates. Journ. A.C.I. nr 2, 1959.
- [12] Brotchie J.F., Russell J.J.: Flat plate structures - I-elastic-plastic analysis. Journ. A.C.I. nr 8, 1964.
- [13] Ciesielski W., Perliński St.: Technika pomiarów warsztatowych. PWT, Warszawa 1954.
- [14] Denkwicz J.: Technologia gipsowych modeli stropów bezżebrowych - (Sprawozdanie z pracy badawczej) - Bibl. Główna Politechniki Śląskiej 1968.
- [15] Drobot S.: O analizie wymiarowej. Zastosowania Matematyki. z. 4, 1954.
- [16] Duddeck H.: Praktische Berechnung der Pilzdecke ohne Stützenkopfverstärkung (Flachdecke). Beton u. Stahlbetonbau, nr 3, 1963.
- [17] Franz G.: Grundsätzliches zum Vorspannen von Flächentragwerken. Beton u. Stahlbetonbau nr 4, 5 i 6, 1953.
- [18] Gal'perin I.Ju., Zusser A.R., Ioffe M.J., Minc V.M., Sizov A.A.: Opyt proektirovanija i montaża zdaniij metodom pod"ema etażej. Gos. Izd. Lit. po Stroitel. Arch. i Stroit. Mat., Leningrad - Moskwa, 1961.
- [19] Głomb J.: Wstęp do teorii płyty dwukierunkowo sprężonej. Arch. Inż. Łąd. z 4. 1958.
- [20] Gluchovskij A.D.: Źelezobetonnyje bezbaločnye beskapitel'nye perekrytija. Gos. Izd. Lit. po Stroit. i Arch., Moskwa, 1956.
- [21] Grein K.: Pilzdecken. Theorie und Berechnung. W. Ernst u. Sohn. 2 wyd., Berlin 1941.
- [22] Guralnick S.A., La Fraugh R.W.: Laboratory study of a 45-foot square flat plate structure. Journ. A.C.I. nr 9, 1963.
- [23] Guyon Y.: Tests on prestressed slabs. Concrete and Construction Engineering nr 3, 1954.

- [24] Hruban I., Hruban K.: Výpočet hřibových stropů a desek podepřených sloupy bez hlavic. Sborník Vysokého Učení Technického w Brně nr 2-3/1966 i 4/1966.
- [25] Javor T., Tavda O.: Experimentálne riešenie zdvihanych stropov. Pozemni Stavby z 7, 1960.
- [26] Kalmanok A.S.: Stroitel'naja mechanika plastinok. Mašstrojizdat. 1950.
- [27] Kaufman S., Głomb J.: O sprężaniu mostów płytowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 1, 1959.
- [28] Kaufman S., Głomb J.: Sprężenie poprzeczne w kolejowych mostach płytowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 4, 1959.
- [29] Kaufman S., Starosolski W., Ajdukiewicz A., Denkiewicz J.: Powierzchnie wpływowe płyt punktowo podpartych w oparciu o badania modelowe. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo, z. 14, 1964 (streszczenie referatu).
- ✓ [30] Kaufman S., Starosolski W., Ajdukiewicz A., Denkiewicz J.: Analiza modelowa wpływu przenieszczeń pionowych podpór w płytach punktowo podpartych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo, z. 14, 1964 (streszczenie referatu).
- [31] Kazimierzczak R., Wilde P.: Zastosowanie metod tensometrycznych do badania płyt, Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej, Budownictwo z. 4, 1960.
- [32] Kączkowski Z.: Sprawdzenie obliczeń wykonanych metoda Crossa. Inżynieria i Budownictwo, nr 5, 1951.
- [33] Kmita J., Bieniek K.: O niektórych czynnikach wpływających na dokładność badań modelowych. XI Konferencja Naukowa K.N. PZITB i KIL PAN Wrocław - Krynica 1965.
- [34] Koczetov A.I., Morozov Ju.N.: Parallel'naja rabota dinamometrov v primenenii k attestacii ispytatel'nych mašin.
- [35] Kolendowicz T.: Modelowe wyznaczenie wielkości statycznych w układach powierzchniowych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Budownictwo z. 11, 1964.
- [36] Le calcul electronique dans les projets d'autoroutes. Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics nr 233, maj 1967.
- [37] Lewe V.: Pilzdecken und andere trägerlose Eisenbetondecken. Springer, Berlin, 1926.

- [63] Lin T.Y., Scordelis A.C., Itaya R.: Behavior of a continuous concrete slab prestressed in two directions. Institute of Engineering Research University of California. Berkeley, California 1958.
- [39] Lin T.Y.: A new concept for the design of prestressed concrete. Paper nr 1 - Proceedings. Symposium on Prestressed Concrete. Australia 1961.
- [40] Lindh A.: Beräkning av plana pelardäck. Nordisk Betong, z. 3, 1960.
- [41] Marcus H.: Die Theorie elastischer Gewebe, wyd. 2 Berlin 1932.
- [42] Mitzel A., Suwalski J.: Badania modelowe jako podstawa wymiarowania konstrukcji żelbetowych. Inżynieria i Budownictwo nr 2, 1955.
- V [43] Mitzel A., Heilpern B.: Powierzchnie wpływowe płyt skośnych. Zeszyty Naukowe Politechniki Wrocławskiej - Budownictwo z. 6, 1959.
- [44] Mitzel A.: Badania modelowe jako metoda projektowania budowlanych konstrukcji przemysłowych. Inżynieria i Budownictwo, nr 8-9, 1963.
- [45] Müller W.: Zur Theorie der rechteckigen Fundamentplatten und Pilzdecken. Ing. Arch. t. 20, 1952.
- [46] Nádai A.: Über die Biegung durchlaufender Platen. Z. angew. Math. Mech. t. 2, 1922.
- [47] Norma polska PN/N-02050, Metrologia - Nazwy i określenia. Wyd. Norm. Warszawa.
- [48] Obalski J.: Podstawy metrologii. Wydawnictwa Politechniki Warszawskiej. Warszawa, 1966.
- [49] Sadowski A.: Pomiar warsztatowe i ćwiczenia. PWN Warszawa, Kraków, 1963.
- [50] Starosolski W.: Sprężona belka ciągła o zmiennym momencie bezwładności - dobór siły. Arch. Inż. Łąd. z.3, 1959.
- [51] Starosolski W., Ajdukiewicz A., Denkiewicz J.: Współczynnik sprężystości i odkształcenie graniczne przy zginaniu w zależności od inhibitorów i ilości wody zarobowej dla gipsu modelowego. Cement, Wapno, Gips, nr 6, 1965.
- [52] Starosolski W.: Praca płyty kwadratowej punktowo podpartej ze wspornikami na podstawie badań modelowych. XII konferencja Naukowa KN PZITB i KIL PAN Wrocław - Krynica, 1966.

- [53] Starosolski W.: Ajdukiewicz A., Denkwicz J.: Badania własności gipsu jako materiału do modelowania konstrukcji. Arch. Inż. Łąd. z. 1, 1967.
- [54] Stiglat K., Wippel H.: Punktgestützte Rechtenckplatten. Schweizerische Bauzeitung, nr 29, 1962.
- [55] Sztajerman M.J., Iwianski A.M.: Bezbalocznyje pierokrytija Gos. Izdat. Lit. po Stroit. i Arch. Moskwa, 1953.
- [56] Szulc J.: Zastosowanie praw podobieństwa w badniach konstrukcji na modelach. Inż. i Bud. nr 10, 1959.
- [57] Timshenko S., Weinowsky-Krieger S.: Teoria płyt i powłok. tłum. z wyd. II. Arkady - Warszawa, 1962.
- [58] Tyszowiecki J.K.: Ogólne równania prostokątnej płyty sprężonej kablami o trasie zakrzywionej. Czas. Techn. nr 5, 1957.
- [59] Tyszowiecki J.K.: Stan tarczowy i stan giętny płyt wstępnie sprężonych. Zeszyty Naukowe Politechniki Krakowskiej, nr 3, 1961.
- [60] Tyszowiecki J.K.: Zastosowanie metod wariacyjnych do badania stanu giętnego płyt wstępnie sprężonych. Czas. Techn., nr 5, 1961.
- [61] Tyszowiecki J.K.: Problemy statyczne wstępnie sprężonych płyt typu Lift-slab. Czas. Techn. nr 3, 1962.
- [62] Tyszowiecki J.K.: Zasady wymiarowania płyt dwukierunkowo sprężonych. XI Konf. Nauk. KN PZITB i KIN PAN Krynica, 1965.
- [63] Yesselman J.B.: Method for design of flat slabs without drop panels. Journal ACI, nr 2, 1964.
- [64] Zakrzewski M.: Hipoteza złomu kruchego. Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, seria B, nr 94, Wrocław 1958.

ON THE PROBLEM OF FLAT SLABS

S u m m a r y

Flat slabs constitute the basic load carrying element in buildings constructed by the lift-slab method or by the method of lifting whole stories. Contrary to the majority of reports published to date, which dealt mainly with the inner region of a multi-field slab, this paper concerns slabs with small number of fields, particularly one-field or two-field slabs cantilevered over the line of supports.

In the model investigations carried out four different cantilevers were taken into consideration in order to establish their influence on the behaviour of the slab. These investigations made it possible to determine - among others - following quantities:

- the influence surfaces of bending moments and deflections from a point load and from a concentrated moment travelling along the edge,

- bending and twisting moments from different loading systems including independent displacements of supports,

- rotations of the slab at the points of support from uniformly distributed loads, from bending moments concentrated over supports, and from independent displacements of supports.

On the basis of obtained results there have been calculated the envelope lines of bending moments and deflections as well as moments of encastrement at the supports from different loading schemes considering different size of the cantilever. A separate chapter (the second) deals with the estimation of the accuracy of results.

Out of the problems of practical design of flat slabs there have been worked out:

- a method for optimal division of the slab into strips of equal steel percentage,
- an approximate method of design of prestressed flat slabs adopting the beam method; it comprises the design for allowable stresses as well as a "balance design" method considering the condition of no deflection under the dead load,
- a design method of prestressed flat slabs based on model tests.

In chapter 4 a method has been given for calculating buildings of no beam construction taking into account the spatial behaviour of such structures without any simplifications. It is an iterative method based partially on model test results. The structure shown in Fig. 4.3 has been calculated according to this method.

The paper presented constitutes merely an extensive summary of the complete author's report under the same title.

ПРОБЛЕМЫ БЕЗБАЛОЧНЫХ БЕСКАПИТЕЛЬНЫХ ПЕРЕКРЫТИЙ

С о д е р ж а н и е

Безбалочные бескапительные перекрытия это существенный конструктивный элемент зданий возводимых методом подъемных перекрытий или подъемных этажей. В отличие от большинства существующих до сих пор работ, касающихся внутреннего пространства многопанельной плиты, здесь автор занимается плитами с небольшим количеством панелей, а в особенности одно и двухпанельными плитами с перевешенными консолями.

В модельных исследованиях для определения влияния консолей на работу плиты, автор всегда учитывал четыре различные размеры консолей. Эти исследования дали возможность определить между прочими такие величины как:

- поверхности инфлюэнтных линий изгибающих моментов и изгибов от единичной силы, а также от единичного момента перемещающегося вдоль края плиты.

- изгибающие и крутящие моменты от различной системы нагрузок, при этом от независимого смещения опор.

- углы поворота плиты в точках опор от равномерно распределенных нагрузок, от единичных моментов на опорах, а также от независимого перемещения опор.

На основании полученных результатов автор рассчитал обемные эпюры изгибающих моментов и изгибов, а также моменты укрепления плиты на опорах при различных схемах нагрузок с учетом четырех различных размеров консолей. Особый раздел (2-й) вмещает оценку точности полученных результатов.

По вопросам практического проектирования безбалочных бескапительных перекрытий обработано:

- метод, который дает возможность разделить плиту на полосы, в которых находится одинаковый процент армирования.

- приближенное проектирование предварительно напряженных безбалочных бескапитальных перекрытий при использовании балочного метода. Этот метод вмещает проектирование не только на основе допускаемых напряжений, а также на основе исполнения условия, при котором предварительное нагружение исключает изгибы от постоянной нагрузки.

- метод проектирования предварительно напряженных безбалочных бескапитальных перекрытий на основании испытания моделей.

В разделе 4-том представлен метод расчета построек плитово-колонной конструкции. Этот метод перераспределения моментов частично опирается на испытания моделей. Учитывает он пространственную работу конструкции без необходимости введения упрощений. Этим методом исполнено расчет конструкции показанных на рис. 4.3.

Представленная работа является сокращением большой работы автора под тем же заглавием.



ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

ukazują się w następujących seriach:

- A. AUTOMATYKA
- B. BUDOWNICTWO
- Ch. CHEMIA
- E. ELEKTRYKA
- En. ENERGETYKA
- G. GÓRNICCTWO
- IS. INŻYNIERIA SANITARNA
- MF. MATEMATYKA-FIZYKA
- M. MECHANIKA
- NS. NAUKI SPOŁECZNE

Dotychczas ukazały się następujące zeszyty
serii B:

- Budownictwo z. 1, 1956 r., s. 84, zł 13,50
- Budownictwo z. 2, 1957 r., s. 75, zł 14,25
- Budownictwo z. 3, 1960 r., s. 104, zł 28,50
- Budownictwo z. 4, 1961 r., s. 107, zł 18,75
- Budownictwo z. 5, 1962 r., s. 156, zł 12,90
- Budownictwo z. 6, 1962 r., s. 111, zł 8,90
- Budownictwo z. 7, 1961 r., s. 118, zł 9,20
- Budownictwo z. 8, 1962 r., s. 86, zł 6,25
- Budownictwo z. S, 1962 r., s. 128, zł 8,85
- Budownictwo z. 9, 1963 r., s. 80, zł 4,40
- Budownictwo z. 10, 1964 r., s. 81, zł 6,—
- Budownictwo z. 11, 1964 r., s. 78, zł 5,85
- Budownictwo z. 12, 1964 r., s. 90, zł 6,90
- Budownictwo z. 13, 1964 r., s. 143, zł 6,25
- Budownictwo z. 14, 1964 r., s. 262, zł 16,25
- Budownictwo z. 15, 1965 r., s. 111, zł 10,—
- Budownictwo z. 16, 1965 r., s. 136, zł 8,75
- Budownictwo z. 17, 1965 r., s. 91, zł 5,40
- Budownictwo z. 18, 1966 r., s. 110, zł 7,—
- Budownictwo z. 19, 1966 r., s. 95, zł 5,—
- Budownictwo z. 20, 1967 r., s. 224, zł 12,—
- Budownictwo z. 21, 1968 r., s. 125, zł 7,—

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej

P. 3343/68/23