1966

PRACE Instytutu Maszyn Matematycznych PAN

POLITECHNIKA ŚLĄSKA BIBLIOTEKA GŁÓWNA w Gliwicach

P. 2225/66/67

Tom IV Praca B 15 (28)

GŁOWICE Z PODPARCIEM AERODYNAMICZNYM DLA PAMIĘCI BĘBNOWEJ

Stefan PARYI

P R A C E

Instytutu Maszyn Matematycznych

POLITECHNIKA ŚLĄSKA
BIBLIOTEKA GŁÓWNA
w Gliwicach

Tom IV Praca B 15/28/

GŁOWICE Z PODPARCIEM AERODYNAMICZNYM DLA PAMIĘCI BĘBNOWEJ

Stefan PARVI

Warszawa 1966

Copyright © 1965 - by Instytut Maszyn Matematycznych, Warszawa
Poland
Wszelkie prawa zastrzeżone

P. 5767

K o m i t e t R e d a k c y j n y

Leon ŁUKASZEWICZ /redaktor/, Antoni MAZURKIEWICZ,
Tomasz PIETRZYKOWSKI /z-ca redaktora/, Dorota PRAWDZIC,
Zdzisław WRZESZCZ.
Redaktor działowy: Andrzej KOJEMSKI.
Sekretarz redakcji: Romana NITKOWSKA.

Adres redakcji: Warszawa, ul. Koszykowa 79, tel.28-37-29

Instytut Maszyn Matematycznych
Praca B 15/28/
© 1966.07

681.84.083.82:621.374.32

GŁOWICE Z PODPARCIEM AERODYNAMICZNYM DLA PAMIĘCI BĘBNOWEJ

Stefan PARVI

Pracę złożono 21. XII. 1965 r.

Opisano szereg najnowszych rozwiązań konstrukcyjnych głowic magnetycznych z podparciem aerodynamicznym dla pamięci bębnowych, oraz podano zasadę ich pracy i podstawowe zależności ilościowe wiążące parametry głowicy z parametrami bębna. Przedstawiono ponadto metody postępowania przy projektowaniu takich układów w przypadku, gdy ma się do czynienia z wykonanym bębnem lub w czasie opracowywania całego urządzenia.

S P I S T R E Ś C I

str.

1. WYKAZ OZNACZEŃ I SYMBOLI 4
2. WSTĘP 6
3. PRZEGLĄD NAJNOWSZYCH ROZWIĄZAŃ GŁOWIC Z PODPARCIEM AERODYNAMICZNYM 8
3.1. Głowice firmy Bryant 8
3.2. Głowica firmy Vermont Research 10
3.3. Głowice zastosowane w pamięci bębnowej maszyny cyfrowej RAZDAN-3 12
3.4. Głowica typu GL-2 opracowana w IMM 13
4. ZASADY KONSTRUKCJI GŁOWICY Z PODPARCIEM AERODYNAMICZNYM 14
4.1. Ustalenie danych wyjściowych do projektowania 14
4.2. Zasada pracy głowicy - równania podstawowe 15
4.3. Stacjonarna praca układu 23
4.4. Niestacjonarna praca układu 28
4.5. Zasady konstrukcji głowicy - wnioski z rozważań teoretycznych i wyników doświadczeń 38
5. ZAKOŃCZENIE 40
Literatura 41
Summary 42

1. WYKAZ OZNACZEŃ I SYMBOLI

b - szerokość

b_{zred} - szerokość zredukowana

c - stała całkowania

e - podstawa logarytmów naturalnych

h_o - odległość głowicy od wirnika

$h(x,t)$ - odległość dowolnego punktu płaszczyzny stopki od wirnika /mierzona w kierunku osi y/

$k = \frac{1}{\beta}$

l - długość

k_s - sztywność sprężyny zawieszenia

m - masa głowicy

p - ciśnienie pod stopką przy przepływie ustalonym

p_1, p_2 - składowe ciśnienia przy przepływie nieustalonym

P_a - ciśnienie atmosferyczne

t - czas

v_x, v_y, v_z - składowe prędkości obwodowej wirnika

x, y, z - współrzędne prostokątnego układu odniesienia

$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$

$\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$

y_1 - wychylenie głowicy z położenia równowagi

$\dot{y}_1 = \frac{dy_1}{dt}$

$\ddot{y}_1 = \frac{d^2y_1}{dt^2}$

$A(t)$ - poszukiwana funkcja określająca tłumienie ruchu drgającego głowicy

$A_{obl} = \frac{S}{b_{zred}}$ - wielkość obliczana na m.c. ZAM-2

B - współczynnik określający składową siły normalnej przy przepływie nieustalonym

$E(t) = \frac{\partial}{\partial t}\left[h(x, t)\right]$

$F_1(t), F_2(t)$ - funkcje całkowania

H_1 - odległość głowicy od bębna /mierzona w kierunku osi y od punktu na stopce, gdzie ciśnienie uzyskuje wartość maksymalną/

K - liczba Knudsena

M - liczba Macha

R - promień wirnika

Re - liczba Reynoldsa

S - siła normalna do stopki powstająca w czasie przepływu ustalonego

S' - siła normalna do stopki powstająca w czasie przepływu ustalonego, określona z uwzględnieniem szerokości zredukowanej

S_1 - przybliżona wartość siły normalnej do stopki w czasie przepływu ustalonego

S_1' - przybliżona wartość siły normalnej do stopki w czasie przepływu ustalonego z uwzględnieniem szerokości zredukowanej

S_D - siła normalna do stopki przy przepływie nieustalonym

S_{D1}, S_{D2} - składowe siły normalnej przy przepływie nieustalonym

S_{D1}', S_{D2}' - składowe siły normalnej przy przepływie nieustalonym z uwzględnieniem szerokości zredukowanej

S_{sp} - siła wywierana przez sprężynę zawieszenia

St - liczba Strauhala

T_1 - okres drgań

V_o - prędkość obwodowa wirnika

$V_1(x,t)$, $V_2(x,t)$ - funkcje całkowania

X,Y,Z - składowe jednostkowych sił masowych

$\alpha = \sqrt{2R \cdot h_o}$

$\beta = \sqrt{2R[h_o + A(t)\sin\omega \cdot t]}$

ν - kinematyczny współczynnik lepkości

μ - dynamiczny współczynnik lepkości

λ - długość swobodnej drogi cząsteczki powietrza

ρ - gęstość

ω - pulsacja drgań

τ - naprężenia styczne w elemencie powietrza

$\theta = \operatorname{div} v$

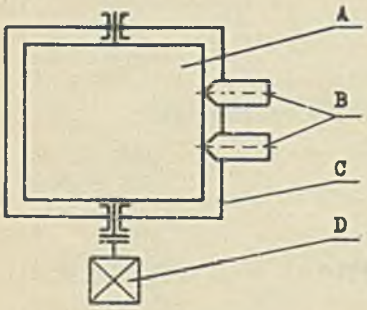
θ_1 - przesunięcie fazowe

2. WSTĘP

W maszynach cyfrowych stosuje się dwie grupy pamięci:

- o p e r a c y j n e o stosunkowo niewielkich pojemnościach i bardzo krótkim czasie dostępu /rzędu μsek/,
- z e w n ę t r z n e o dużych pojemnościach i dłuższym czasie dostępu /rzędu msek/.

Wśród pamięci zewnętrznych dominującą rolę odgrywają pamięci na taśmach i kartach magnetycznych oraz dyskach i bębnach, których wspólną cechą jest to, że informacje zapisane na nośniku magnetycznym przesuwane są w sposób mechaniczny względem układu zapisującoczytającego. W tej grupie pamięci bębnowe historycznie pojawiły się jako pierwsze i w dalszym ciągu są doskonalone i znajdują szerokie zastosowanie głównie w maszynach o średniej wielkości. Rozwój ich idzie obecnie /tak zresztą jak i innych pamięci tej grupy/ w kierunku zwiększenia ilości informacji zapisywanych na jednostce powierzchni, zwiększenia szybkości, podniesienia niezawodności pracy, odporności na zakłócenia itp.

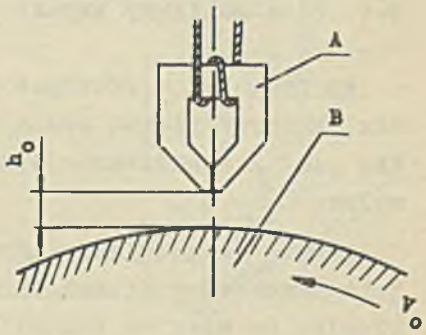


Rys. 1. Schemat bębna pamięci magnetycznej. A - wirnik, B - głowice magnetyczne, C - obudowa, D - silnik napędowy.

Bęben pamięci /rys. 1/ składa się z walcowego wirnika dokładnie ułożyskowanego, pokrytego nośnikiem magnetycznym /tlenkami żelaza lub stopami niklowo-kobaltowymi/, obudowy i silnika napędowego.

W obudowie osadzone są głowice, którymi dokonuje się zapisu i odczytu informacji. Zapis polega na odpowiednim przemagnesowaniu

głowicą nośnika magnetycznego, odczyt zaś na indukowaniu sił elektromotorycznych w uzwojeniu głowicy, wywołanych ruchem namagnesowanego nośnika. Ilość elementarnych informacji, tzw. bitów, jaka może być zapisana na jednostce powierzchni nośnika, zależy od właściwości nośnika, zespołu piszącoo-czytającego, szerokości ścieżki informacji, a w głównej mierze od odległości /h_0/ biegunów głowicy od powierzchni nośnika /rys. 2/.



Rys. 2. Schemat położenia zespołu czytająco-piszącego głowicy względem wirnika.
A - zespół czytająco-piszący,
B - wirnik.

W pierwszym okresie rozwoju pamięci bębnowych głowice były mocowane na stałe w obudowie. Ze względu jednak na niedokładność łożysk, "bicie" wirnika oraz zmiany położenia głowicy w stosunku do powierzchni nośnika /na skutek rozszerzalności cieplnej materiałów/, sposób ten nie pozwalał na bezpieczne ustawienie głowicy bliżej niż w odległości kilkunastu mikronów od powierzchni wirnika. Dalsze zbliżenie okazało się możliwe dopiero po zastosowaniu głowic z podparciem aerodynamicznym. Wykorzystane tu zostało zjawisko powstawania ciśnienia pod płytką /stopką/ umieszczoną w niewielkiej odległości od obracającego się wirnika. Głowice pracujące na tej zasadzie /dokładniejsze omówienie w p. 4/ wykazały następujące zalety: możliwość pracy w odległości kilku mikronów /teoretycznie 0,6 μ, co wynika z liczby Knusdena [12]/, częściową kompensację niedokładności wykonania i pracy wirnika, oraz znaczną odporność na szybkie zmiany temperatury. Zmniejszenie odległości o blisko 10 μ pozwoliło na zwiększenie gęstości zapisu ok. 5 razy w stosunku do bębnów ze stałymi głowicami.

Produkcja na skalę przemysłową pamięci bębnowych z takimi głowicami rozpoczęła się w USA pod koniec ubiegłego dziesięciolecia i jest obecnie rozwijana przez szereg firm tak amerykańskich jak i europejskich.

3. PRZEGLĄD NAJNOWSZYCH ROZWIĄZAŃ GŁOWIC Z PODPARCIEM AERODYNAMICZNYM

3.1. Głowice firmy Bryant

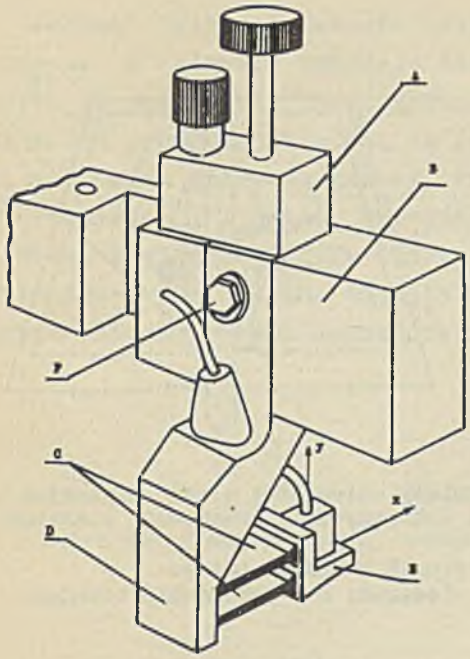
Na rys. 3 i 4 pokazano dwa rozwiązania konstrukcyjne tych głowic, których główną cechą charakterystyczną jest to, że tak stopka, jak i zawieszenie sprężyste stanowią jedną całość wykonaną z mylaru[x/].

Zespół stanowiący głowicę /stopka ze sprężynami i korpusem/ jest zamocowany niezależnie na mostku w formie belki. Dosunięcia głowicy do wirnika dokonuje się po zwolnieniu śruby zaciskającej /F/ dostawnym przyrządem /A/ za pomocą śruby mikrometrycznej. Przy cofaniu śruby mikrometrycznej głowica może odsuwać się od wirnika pod wpływem siły wywieranej przez sprężynę /rys. 4, p. G/ umocowaną wewnątrz belki. Obie głowice /rys. 3 i 4/ są pod tym względem analogicznie rozwiązane. Jednak głowica pokazana na rys. 3 różni się dość znacznie od przedstawionej na rys. 4 zawieszeniem sprężystym. Podczas gdy pierwsza z nich posiada dwie płaskie sprężyny, druga-jedną sprężynę płaską i sprężynę w formie pręta.

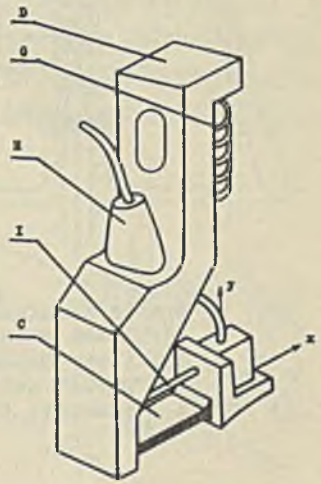
Działanie obu rozwiązań jest różne. Układ zawierający dwie sprężyny posiada jeden stopień swobody i może przesuwać się jedynie w kierunku osi y /rys. 3/. Rozwiązanie natomiast z jedną sprężyną i prętem posiada dwa stopnie swobody; możliwy jest ruch w kierunku osi y i obrót wokół osi x. Głowica pokazana na rys.4 ma więc możliwość ustawiania się równolegle do tworzącej wirnika.

---

x/ Mylar - tworzywo sztuczne o bardzo dobrych właściwościach konstrukcyjnych /politereftalan etylenu/.

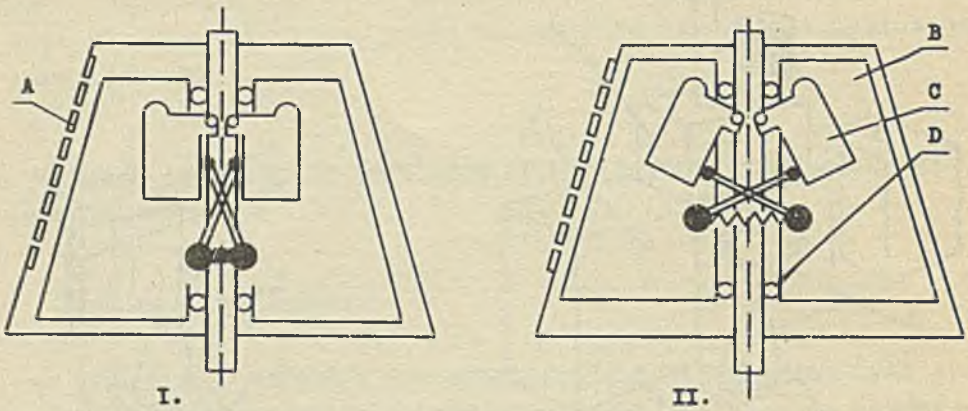


Rys. 3. Głowica firmy Bryant z zawieszeniem na 2 sprężynach płaskich umieszczona na mostku w kształcie belki. A - przyrząd regulacyjny, B - belka, C - sprężyna płaska, D - korpus głowicy, E - stopka, F - śruba zaciskająca.



Rys. 4. Głowica firmy Bryant zawieszona na sprężynie płaskiej i pręcie. D - korpus głowicy, G - sprężyna, H - łączówka, J - pręt sprężysty, C - sprężyna płaska.

Zwiększenia odległości między wirnikiem a głowicami podczas zatrzymywania i rozruchu niezbędnej do prawidłowej pracy bębna dokonuje się przez przesuwanie osiowe stożkowego wirnika względem jego obudowy /rys. 5/. Przebiega to w następujący sposób. Wirnik posiada w swej dolnej części mechanizm odśrodkowy, który steruje jego położeniem. Gdy bęben jest zatrzymany, wirnik znajduje się w dolnym położeniu. Z chwilą włączenia napędu mechanizm odśrodkowy zaczyna działać, unosząc wirnik do góry aż do oparcia o stały zderzak.



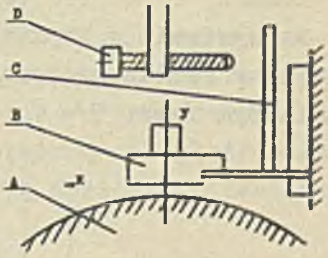
Rys. 5. Zasada działania mechanizmu zmiany odległości między wirnikiem a głowicami w czasie rozruchu i zatrzymywania urządzenia konstrukcji firmy Bryant.
I - wirnik zatrzymany, II - wirnik w czasie pracy.
A - głowica; B - wirnik; C - ciężarek; D - prowadnica toczna.

Rozwiązania konstrukcyjne głowic i bębnów Bryant'a, mimo że robią wrażenie prostych, w czasie wykonania jednak wymagają stosowania specjalnych technologii materiałów, odpowiednich tolerancji wykonania poszczególnych elementów jak i precyzyjnego ustawienia głowicy względem wirnika, co może być jedynie zapewnione przez nielicznych producentów. Dość powiedzieć, że "bicie" wirnika nie przekracza w tego typu konstrukcjach 2 μ, a głowice należy ustawiać w kierunku osi x /rys. 10/ z dokładnością do setnych części milimetra, w kierunku natomiast osi y /z zachowaniem równoległości do tworzącej wirnika/ w odległości 2-3 μ.

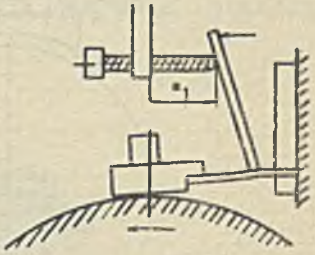
3.2. Głowice firmy Vermont Research

Głowica składa się z płaskiej płytki z zespołami czytająco-piszącymi, zawieszonej na sprężynie stalowej. Posiada ona dwa stopnie swobody, pozwalające na ruch w kierunku osi y oraz obrót wokół osi x. Ten ostatni jednak może odbywać się tylko w bardzo niewielkim zakresie.

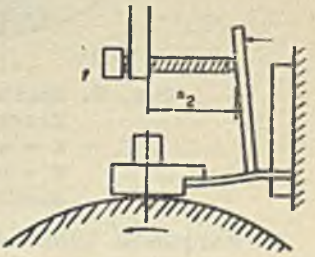
Schemat działania układu został przedstawiony na rys. 6. W położeniu I głowica znajduje się wtedy, gdy wirnik jest zatrzymany, lub zaistniała jakaś sytuacja awaryjna. Gdy wirnik osiągnie założoną prędkość obrotową na ramię dźwigni głowicy działa krzywka sterowana elektromagnesem, która powoduje dosunięcie jej do bęb na /pozycja II/. Zmiany wstępnego położenia zespołu czytająco-piszącego względem wirnika dokonuje się przez pokręcenie śruby regulacyjnej /D/. Płytka zmienia przez to kąt nachylenia, oddalając lub zbliżając zespół magnetyczny od wirnika.



I - bęben zatrzymany, głowice odsunięte,



II - położenie głowicy w czasie pracy /na ramie dźwigni C działa siła dosuwająca głowicę do wirnika/,



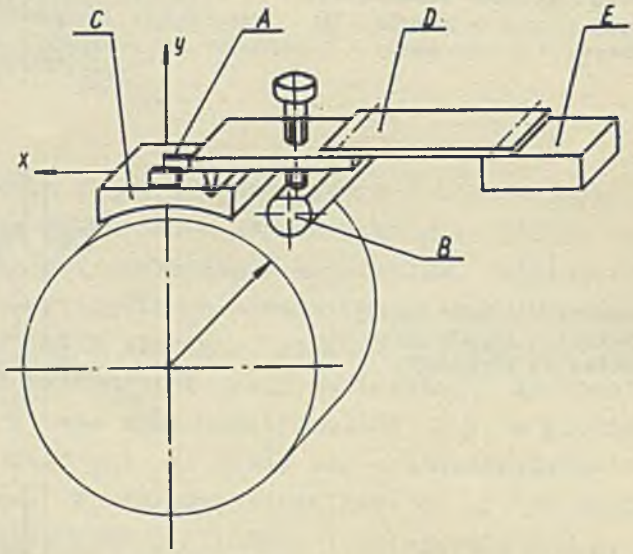
III - zmiana położenia zespołu czytająco-piszącego w czasie regulacji,

Rys. 6. Zasada budowy i działanie mechanizmów: dosuwającego i regulacyjnego głowicy firmy Vermont Research.
A - wirnik, B - głowica, C - dźwignia, D - wkręt regulacyjny.

Wydaje się, że taki układ regulacji mimo swojej prostoty posiada dość zasadniczą wadę. Przy zmianie położenia głowicy pod wpływem śruby regulacyjnej D ulega bowiem przesuwaniu nie tylko punkt na stopce, znajdujący się najbliżej wirnika /h_0/, ale zmieniają się również warunki przepływu powietrza pod płytką, powodując zmianę odległości płytki od bębna. Zakres bezpiecznej regulacji może więc być bardzo niewielki, a dopuszczalne tolerancje wykonania poszczególnych zespołów wąskie.

3.3. Głowice zastosowane w pamięci bębnowej maszyny cyfrowej RAZDAN-3

Na wystawie w Moskwie /INFORGA-65/ pokazano w roku 1965 po raz pierwszy radziecką pamięć bębnową z głowicami z podparciem aerodynamicznym /rys. 7/.



Rys. 7. Schemat głowicy zastosowanej w maszynie cyfrowej RAZDAN-3.
A - zespół czytająco-piszący, B - krzywka, C - stopka, D - sprężyna zawieszenia, E - mostek.

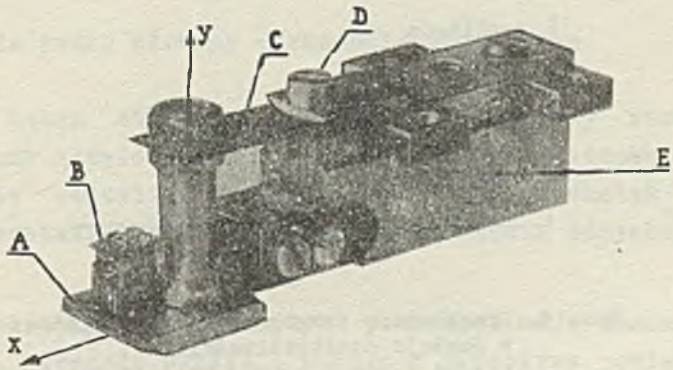
Na korpusie bębna o osi pionowej znajdują się mostki w kształcie prostokątnych belek z osadzonymi na nich głowicami. Każda z nich składa się z pojedynczej sprężyny i płytki, w której w dwóch rzędach osadzone jest 13 zespołów czytająco-piszących. Wszystkie głowice znajdujące się na mostku odsuwane są specjalnym układem

/krzywka, dźwignia i elektromagnes/ na czas rozruchu i zatrzymywania się bębna. Brak jest informacji o sposobach regulowania położenia głowicy w czasie pracy.

3.4. Głowica typu GL-2 opracowana w IMM

Głowica /rys. 8/ została tak zaprojektowana, aby jej elementy mogły być wykonane według zasad klasycznej technologii, są one więc - z wyjątkiem zespołu czytająco-piszącego - metalowe, a połączenia gwintowe. Posiada ona jeden stopień swobody /w kierunku osi y/, oraz ruchy ustawcze: obrót wokół osi x i przesuw w kierunku x /całej głowicy na mostku grzebieniowym/ oraz przesuw z regulacją ciągłą w kierunku y. Gdy prędkość obrotowa wirnika zmaleje poniżej określonej wielkości, lub w razie zaniku napięcia w sieci, głowice odsuwane są na bezpieczną odległość układem krzywkowym, sterowanym elektromagnesem ze sprężyną i tachometrycznym urządzeniem cyfrowym.

Stopka głowicy przez odpowiedni dobór wymiarów i ustawienia jej względem wirnika zapewnia znaczną siłę nośną oraz stabilną pracę na założonej odległości 5-6 μ.



Rys. 8. Głowica typu GL-2 IMM
A - stopka, B - zespół czytająco-piszący, C - sprężyna, D - śruba regulacyjna, E - korpus.

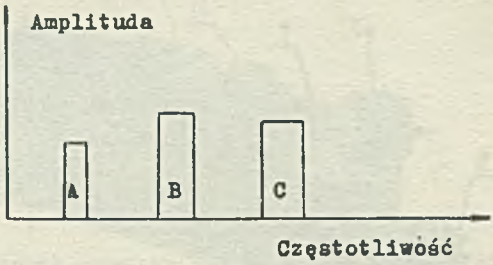
4. ZASADY KONSTRUKCJI GŁOWICY Z PODPARCIEM AERODYNAMICZNYM

4.1. Ustalenie danych wyjściowych do projektowania

Głowicę należy projektować dla określonego bębna pamięci lub grupy bębnów o podobnej budowie i średnicach. Zadanie to jest łatwiejsze, gdy przebiega równolegle z opracowaniem nowej pamięci, istnieje bowiem ścisła zależność między pracą głowicy a parametrami bębna. Należy założyć, że ze względu na współpracę z maszyną cyfrową i możliwości technologiczne określone są pośrednio: średnica bębna R, szybkość obwodowa V_0 i odległość głowicy h_0. Na pracę głowicy wpływają też decydująco zakłócenia, których źródłem są:

- niedokładności wykonania wirnika,
- praca łożysk tocznych,
- silnik napędowy,
- układy zewnętrzne, jak wentylatory i inne.

Aby uniknąć rezonansu głowicy częstotliwość drgań własnych głowicy winna różnić się znacznie od częstotliwości zakłócających. Dla łatwiejszej analizy zakłóceń wygodnie jest wykonać wykres, jak na rys. 9.



Rys. 9. Przykładowy wykres amplitudy zakłóceń w funkcji częstotliwości.
A - od "bicia" bębna, B - silnika napędowego, C - wentylatorów.

Na osi poziomej odłożone są zakresy częstotliwości występowania poszczególnych zakłóceń, a na osi pionowej ich amplitudy. Wykres taki można uzyskać na drodze teoretycznej analizując kon-

strukcję bębna, lub przez pomiar, gdy mamy już do czynienia z gotowym urządzeniem. Ostatecznie więc mamy: /rys. 10/

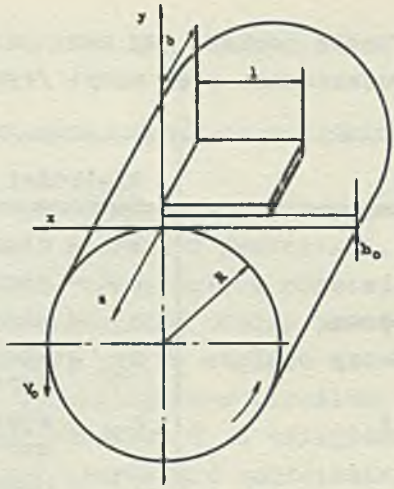
Wielkości założone	Wielkości poszukiwane
układ osi bębna	l - długość stopki
R - promień wirnika	b - szerokość stopki
V_o - szybkość obwodowa	m - masa głowicy
h_o - odległość głowicy od wirnika	S_{sp} - siła wywierana przez sprężyny zawieszenia
f_z - częstotliwości zakłócające	k_s - sprężystość zawieszenia
	f_n - częstotliwość drgań własnych $(f_n \neq f_z)$

Aby znaleźć parametry konstrukcyjne głowicy, należy wyjaśnić zasadę jej pracy i wyprowadzić odpowiednie zależności liczbowe. Działanie głowicy będzie rozpatrywane w przypadku gdy odległość jej od wirnika nie ulega zmianie tzn. h_o = const. /stacjonarna praca układu/ i gdy jest pewną funkcją czasu $h_o = f(t)$ /niestacjonarna praca układu/.

4.2. Zasada pracy głowicy - równania podstawowe

Wirnik bębna obracając się powoduje obwodowy ruch powietrza. Gdy ustawimy głowicę jak na rys. 10, pomiędzy stopką a wirnikiem, utworzy się szczelina w kształcie klina i na skutek lepkości powietrza powstanie pod stopką wzrost ciśnienia odpychający ją od wirnika.

Przy rozpatrywaniu przepływu powietrza mają znaczenie wymiary szczeliny, długość płytki i szybkość przepływu powietrza, które decydują jaką teorię można zastosować do ilościowego opisu tego zjawiska.



Rys. 10. Położenie stopki głowicy względem wirnika.

Parametry pamięci bębnowych mieszczą się w większości przypadków w następujących zakresach:

$$V_o = 600 \div 4.000 \text{ cm/sek}$$
$$h_o = 0{,}0002 \div 0{,}0008 \text{ cm}$$
$$l = 0{,}5 \div 2 \text{ cm}$$
$$R = 5 \div 40 \text{ cm}$$

Oceny zachodzących zjawisk aerodynamicznych dokonuje się określając:

liczbę Macha	$M = \frac{V_o}{V_d}$	V_d – szybkość rozchodzenia się dźwięku
liczbę Knudsena	$K = \frac{\lambda}{h}$ [x/]	λ – długość swobodnej drogi cząsteczki powietrza
liczbę Reynoldsa	$Re = \frac{h_o \cdot V_o}{\gamma}$ [xx/]	γ – kinematyczny współczynnik lepkości powietrza
liczbę Strouhala	$St = \frac{V_o \cdot T_1}{l}$	T_1 – okres drgań głowicy

---

x/ $\lambda = 10^{-6}$ cm
xx/ $\gamma = 0{,}145$ cm^2/sek
} dla powietrza przy 1 atm i 18°C.

Dla podanych zakresów parametrów pamięci bębnowych powyższe liczby charakterystyczne będą mieściły się w następujących przedziałach

a/ $M = 0{,}0175 \div 0{,}175 \ll 1$ – przepływ poddźwiękowy

b/ $K = \frac{1}{200} \div \frac{1}{800} < \frac{1}{100}$ – przepływ dynamiczny ciągły

c/ $Re = 0{,}82 \div 22$ – liczba Reynolds'a niewielka; w układzie decydujący wpływ mają siły lepkości

d/ $St \gg 1$ – liczba Strouhala duża; przepływ można traktować jako quasi-stacjonarny.

Z punktu b/ wynika, że do analizy zagadnienia można stosować równanie płynu lepkiego ściśliwego – Navier'a Stokes'a.

Ma ono postać:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \gamma \Delta v_x + \frac{\gamma}{3}\cdot\frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \frac{dv_y}{dt} &= Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \gamma \Delta v_y + \frac{\gamma}{3}\cdot\frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \frac{dv_z}{dt} &= Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \gamma \Delta v_z + \frac{\gamma}{3}\cdot\frac{\partial \theta}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad /1/$$

gdzie: v_x, v_y, v_z – składowe prędkości,

X, Y, Z – składowe jednostkowych sił masowych,

γ – kinematyczny współczynnik lepkości,

θ – $\operatorname{div} v = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$,

ρ – gęstość powietrza.

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z}$$

$$\frac{dv_z}{dt} = \frac{\partial z_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$\Delta v_x = \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}$$

$$\Delta v_y = \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2}$$

$$\Delta v_z = \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}$$

Aby rozwiązać układ równań /1/ można w przypadku podanych zakresów pracy głowicy wprowadzić założenia upraszczające:

a/ powietrze jest nieściśliwe /z przeprowadzonych doświadczeń wynika, że maksymalne przyrosty ciśnienia występujące pod płytką są dużo mniejsze od ciśnienia atmosferycznego/ $\Delta p_{max} \ll p_a$, oraz liczba Macha $\ll 1$ /p. a// wtedy ρ = const. Wówczas

$$\frac{\gamma}{\zeta}\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{\gamma}{\zeta}\frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{\gamma}{\zeta}\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0$$

b/ siły bezwładności są małe w porównaniu z siłami lepkości i można je pominąć /na podstawie oszacowania liczby Reynoldsa i liczby Strouhala/

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{dv_y}{dt} = \frac{dv_z}{dt} = 0$$

c/ siły masowe są małe w porównaniu z siłami lepkości i można je pominąć /gęstość powietrza jest mała/

$$X = Y = Z = 0$$

d/ zmiany ciśnienia w kierunku osi x zachodzą równomiernie w całej grubości warstw /tak jak w warstwie przyściennej/

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0$$

Po wprowadzeniu założeń upraszczających do równań /1/ otrzymujemy:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \gamma\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}\right)$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \gamma\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}\right)$$

Ponieważ

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2}$$

oraz

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \gg \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}$$

i podstawiając $\gamma = \frac{\mu}{\rho}$

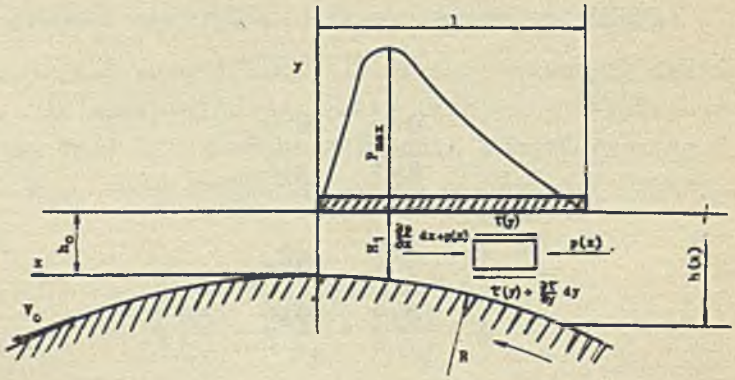
gdzie: μ – dynamiczny współczynnik lepkości

otrzymujemy po odrzuceniu wyrazów wyższego rzędu:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \mu \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} \end{aligned}\right\} \qquad /2/$$

Wprowadzając dodatkowe założenie /dla zależności /2//, że szczelina posiada dostatecznie dużą szerokość pozwalającą na pominięcie zakłóceń w pobliżu bocznych krawędzi /$v_2 = 0$/, traktujemy przepływ jako płaski i otrzymujemy rozkład ciśnienia w kierunku osi x /rys. 11/:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \qquad /3/$$



Rys. 11. Rozkład sił działających na element gazu i rozkład ciśnienia pod płytką.

Po dwukrotnym scałkowaniu względem y otrzymujemy:

$$\mu\, v_x = \frac{\partial p}{\partial x}\frac{y^2}{2} + V_1(x,t)y + V_2(x,t) \qquad /4/$$

Funkcje całkowania $V_1(x,t)$ i $V_2(x,t)$ określamy z warunków:

a/ gdy $y = h(x,t)$ to $v_x = 0$ dla $V_0 > 0$

b/ gdy $y = 0$ to $v_x = V_0$ dla $V_0 > 0$

$$V_2(x,t) = \mu\, V_0 \qquad \text{/z warunku b//}$$

$$V_1(x,t) = \frac{-\frac{\partial p}{\partial x}\frac{[h(x,t)]^2}{2} - \mu\, V_0}{h(x,t)} \qquad \text{/z warunku a//}$$

Podstawiając do zależności /4/ otrzymujemy:

$$v_x = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\, y\left[y - h(x,t)\right] + V_0\left[1 - \frac{y}{h(x,t)}\right] \qquad /5/$$

Przepływ pod płytką musi spełniać równanie ciągłości, które w ogólnej formie ma postać [1]:

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial(v_x\cdot\rho)}{\partial x} + \frac{\partial(v_y\cdot\rho)}{\partial y} + \frac{\partial(v_z\cdot\rho)}{\partial z} = 0 \qquad /6/$$

Ponieważ przepływ jest płaski /z założenia/ $\frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$, a powietrze nieściśliwe $\left(\frac{d\rho}{dt} = 0\right)$, otrzymujemy:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \qquad /7/$$

całkując natomiast względem y

$$\int_0^{h(x,t)} d(v_y) = -\int_0^{h(x,t)} \frac{\partial v_x}{\partial x}\cdot dy \qquad /8/$$

Kiedy przepływ jest ustalony lewa strona zależności /8/ równa się zero /dla $R \gg 1$/, co oznacza, że w każdym punkcie warstwy pionowa składowa prędkości równa się zero. W przypadku przepływu nieustalonego, kiedy płytka wykonuje ruchy drgające wokół pewnego położenia równowagi lewa strona równania przybiera wartość [13]:

$$\int_0^{h(x,t)} d(v_y) = \frac{\partial}{\partial t} h(x,t) \qquad /9/$$

podstawiając zależność /9/ do równania /8/ otrzymujemy:

$$\int_0^{h(x,t)} \frac{\partial(v_x)dy}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial t}\left[h(x,t)\right] \qquad /10/$$

Wartość v_x jest określona zależnością /5/. Podstawiając ją do równania /10/, przeprowadzając całkowanie względem y i przekształcając otrzymujemy:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[- \frac{1}{12\,\mu} \frac{\partial p}{\partial x} h^3(x,t) + \frac{V_o h(x,t)}{2}\right] = - \frac{\partial}{\partial t}\left[h(x,t)\right] \qquad /11/$$

albo po dalszych przekształceniach w postaci:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h^3(x,t)}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}\right] = 6\, V_o \frac{\partial}{\partial x}\left[h(x,t)\right] + \frac{12\partial}{\partial t}\left[h(x,t)\right] \qquad /12/$$

Wyprowadzona zależność /12/ nosi nazwę równania Reynolds'a dla przepływu płaskiego nieustalonego, gazu lepkiego nieściśliwego. Upraszcza się ono znacznie przy założeniu, że przepływ jest ustalony, płytka znajduje się w stałej odległości od bębna. W pierwszej kolejności rozpatrzony zostanie więc przypadek ruchu ustalonego, nazwanego dalej "stacjonarną pracą układu".

4.3. Stacjonarna praca układu

Wyprowadzoną zależność /12/ można napisać teraz w postaci:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[h^3(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right] = 6\,V_0\,\mu\frac{\partial}{\partial x}\left[h(x)\right] \qquad /13/$$

Po scałkowaniu względem x i przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\,V_0\,\mu\left[h(x) + c\right]}{h^3(x)}$$

Z warunku

$\frac{dp}{dx} = 0$ wynika, że $c = -H_1$ dla $h(x) = H_1$ /rys. 11/

wtedy wyrażenie na $\frac{dp}{dx}$ będzie miało postać:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\,V_0\,\mu\left[h(x) - H_1\right]}{h^3(x)} \qquad /14/$$

Ciśnienie można obliczyć całkując zależność /14/ względem x. Wtedy:

$$p = 6\,V_0\,\mu\int\frac{dx}{h^2(x)} - 6\,V_0H_1\,\mu\int\frac{dx}{h^3(x)} + c_1 \qquad /15/$$

Przybliżone równanie szczeliny otrzymuje się, zastępując okrąg o promieniu R parabolą o promieniu krzywizny R w punkcie styczności $(x = 0,\quad y = 0)$:

$$h(x) = h_0 + \frac{x^2}{2R} = \left(\alpha^2 + x^2\right)\frac{1}{2R}$$

gdzie

$$\alpha^2 = 2Rh_0$$

Po podstawieniu do wzoru /15/ i przeprowadzeniu całkowania otrzymujemy:

$$p = \frac{12R^3 V_o \mu}{2}\left\{\frac{1}{R}\left[\frac{x}{x^2+\alpha^2} + \frac{1}{\alpha}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{\alpha}\right] + \right.$$

$$\left. - H_1\left[\frac{x}{(x^2+\alpha^2)^2} + \frac{3x}{2\alpha^2(x^2+\alpha^2)} + \frac{3}{2\alpha^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{\alpha}\right]\right\} + c \qquad /16/$$

Gdy założymy, że $p = 0$ dla $x = 0$ i $x = -l$ wtedy $c = 0$ i z zależności /16/ otrzymujemy:

$$H_1 = \frac{\dfrac{1}{l^2+\alpha^2} + \dfrac{1}{\alpha}\,\mathrm{arc\,tg}\,\dfrac{l}{\alpha}}{R\left[\dfrac{l}{(l^2+\alpha^2)^2} + \dfrac{3\,l}{2\alpha^2(l^2+\alpha^2)} + \dfrac{3}{2\alpha^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\dfrac{l}{\alpha}\right]}$$

Z zależności /16/ można uzyskać rozkład nadciśnienia pod płytką w płaszczyźnie x, y. Całkując ją natomiast w granicach od $-l$ do 0 można określić wielkość siły S normalnej do płytki

$$S = b\int_{-l}^{0} p\,dx$$

gdzie b – szerokość płytki.

Po przeprowadzeniu całkowania i przekształceniach otrzymujemy:

$$S = -\frac{12R^3 V_o \mu\, l\, b}{\alpha^3}\left\{\frac{1}{R}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\alpha} - H_1\left[\frac{l}{2\alpha(l^2+\alpha^2)} + \frac{3}{2\alpha^2}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\alpha}\right]\right\} \qquad /17/$$

Przybliżoną wartość siły można uzyskać, rozwijając człony zależności /17/ na szeregi i podstawiając:

$$k = \frac{l}{\alpha}$$

$$\text{arc tg } k = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{k} + \frac{1}{3k^3} - \ldots$$

$$\frac{l}{l^2 + \alpha^2} = \frac{k}{k^2 + 1} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k^3} + \frac{1}{k^5} - \ldots$$

Po podstawieniu i przekształceniach otrzymujemy:

$$S \approx \frac{12R^2V_0\,\mu b}{l^2}\,k^3\,\frac{\frac{\pi}{2} - \frac{3}{2k^2} + \frac{4}{3k^3} + \frac{5\pi}{2k^4}}{\frac{3\pi}{2}k - \frac{8}{5k^4}} \qquad /18/$$

a po odrzuceniu wyrazów wyższego rzędu /dla $k \gg 1$/:

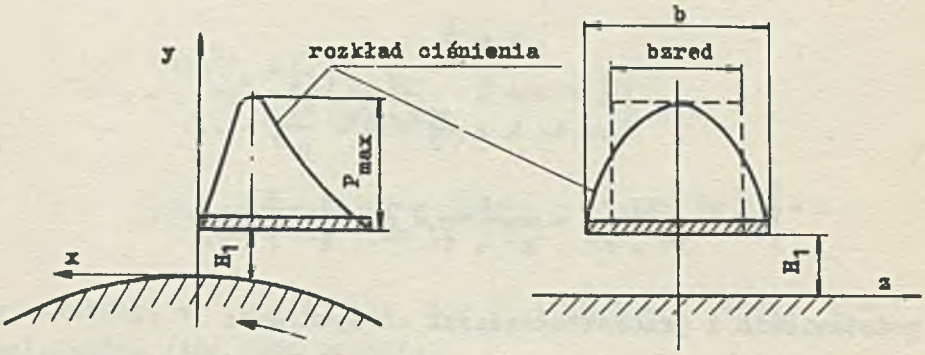
$$S_1 = \frac{12R^2V_0\,\mu b}{l^2} \cdot \frac{(k^2 - 3)}{3} \qquad /19/$$

Ponieważ $k^2 = \frac{l^2}{\alpha^2} = \frac{l^2}{2Rh_0}$ wyrażenie /19/ można przedstawić w postaci:

$$S_1 = \frac{2RV_0\,\mu b}{l^2\,h_0}\left(l^2 - 6\,Rh_0\right)$$

Wartości siły S i S_1 zostały obliczone przy założeniu, że nie było spadków ciśnienia przy krawędziach bocznych. Rzeczywistą wartość siły można uzyskać, wprowadzając pojęcie szerokości zredukowanej i definiując ją w następujący sposób /rys. 12/:

$$b_{zred} = \frac{\int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} p\,db}{p_{max}}$$



Rys. 12. Szkic wyjaśniający pojęcie szerokości zredukowanej.

Wielkość zredukowaną można uzyskać na drodze doświadczalnej przez pomiary ciśnień pod płytkami i całkowanie graficzne wykresów.

Otrzymamy więc następujące wyrażenie na wielkość siły działającej na płytkę:

$$S' = \frac{-12R^3 V_o \mu l \cdot b_{zred}}{\alpha^3}\left\{\frac{1}{R}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\alpha} - H_1\left[\frac{l}{2\alpha(l^2+\alpha^2)} + \frac{3}{2\alpha^2}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\alpha}\right]\right\} \qquad /20/$$

oraz

$$S_1' = \frac{2RV_o \mu \cdot b_{zred}}{l^2 h_o}\left(l^2 - 6Rh_o\right) \qquad /21/$$

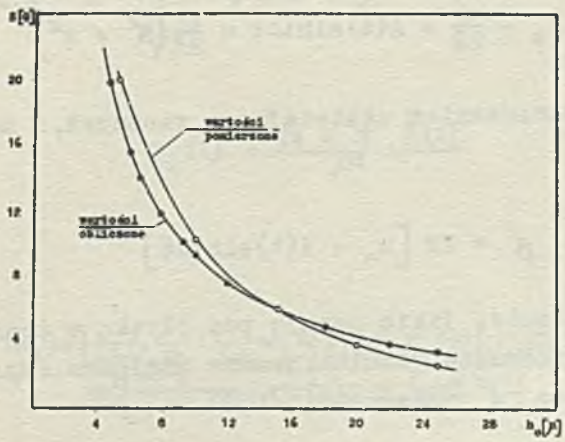
Dla łatwiejszego korzystania zależność /20/ została obliczona i stabelaryzowana na maszynie cyfrowej ZAM-2, przy czym za zmienne parametry przyjęto h_o, R, l, natomiast obliczano wartość A_{obl}

$$A_{obl} = \frac{S'}{b_{zred}} \qquad /22/$$

Poniżej przedstawiono fragment tabeli dla wartości:

$l = 1{,}3$ cm
$V_o = 2000$ cm/sek
$\mu = 2 \cdot 10^{-10}$ kGsek/cm^2

h_o [μ]	R = 14 cm	R = 16 cm	R = 18 cm
	A_{obl} [G/cm]	A_{obl} [G/cm]	A_{obl} [G/cm]
4	27,4597	31,2951	35,1111
6	18,1337	20,6401	23,1275
8	13,4721	15,3145	17,1379
10	10,6775	12,1222	13,5474
12	8,8156	9,9957	11,1571
14	7,7869	8,4784	9,4516
16	6,4913	7,3417	8,1745
18	5,7176	6,4588	7,1827
20	5,0994	5,7535	6,3907



Rys. 13. Porównanie siły aerodynamicznej uzyskanej z zależności /20/ z wielkościami otrzymanymi na drodze doświadczalnej. Głowica o parametrach: $l = 1{,}3$cm, $b = 1{,}1$ cm, $b_{zred} = 0{,}86$ cm

Po wprowadzeniu szerokości zredukowanej uzyskano dużą zgodność obliczeń z danymi doświadczalnymi /rys. 13, [6] /. Wobec tego przy obliczaniu siły, która ma być równoważona napięciem sprężyny zawieszenia, można korzystać z zależności /20/. Dobór innych parametrów będzie możliwy po rozpatrzeniu nieustalonej pracy układu.

4.4. Niestacjonarna praca układu

Przypadek niestacjonarny zachodzi wtedy, gdy płytka zmienia swoje położenie względem powierzchni wirnika /rys. 14/. Mamy do czynienia wtedy z przepływem nieustalonym pod płytką, który został opisany równaniem /12/

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{h^3(x,t)}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\right] = 6V_o\frac{\partial}{\partial x}\left[h(x,t)\right] + \frac{12\partial}{\partial t}\left[h(x,t)\right] \qquad /12/$$

Zakładając, że ruch głowicy około punktu równowagi określony jest przez funkcje w postaci $A(t)\sin\omega t$ gdzie $A(t) < h_o \ll R$ otrzymujemy po podstawieniu do równania statycznego szczeliny /p. 3.3./:

$$h(x,t) = h_o + \frac{x^2}{2R} + A(t)\sin\omega t = \frac{1}{2R}\left(\beta^2 + x^2\right)$$

gdzie β^2 jest oznaczeniem ułatwiającym rachunek, o następującej wartości

$$\beta^2 = 2R\left[h_o + A(t)\sin\omega t\right]$$

Wielkości ciśnienia, jakie panują pod płytką w czasie ruchu głowicy, znajdujemy wykonując różniczkowanie względem czasu i podwójne całkowanie względem x zależności /12/

$$p = 6V_o\,\mu\int\frac{dx}{h^2(x,t)} + 12\int\frac{\int\frac{\partial}{\partial t}\left[h(x,t)\right]dx}{h^3(x,t)}dx + F_1(t)\int\frac{dx}{h^3(x,t)} + F_2(t) \qquad /23/$$

Ponieważ:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[h(x,t)\right] = \dot{A}(t)\sin\omega t + A(t)\omega\cos\omega t = E(t) \qquad /24/$$

zależność /23/ można przekształcić:

$$p = 6V_o\,\mu\int\frac{dx}{h^2(x,t)} + 12\,\mu\,E(t)\int\frac{x\,dx}{h^3(x,t)} + F_1(t)\int\frac{dx}{h^3(x,t)} + F_2(t)$$

$$p = 6V_o\,\mu\,4R^2\left[\frac{x}{2\beta^2(x^2+\beta^2)} + \frac{1}{2\beta^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{\beta}\right] + 12\,\mu\,E(t)\left[-\frac{2R^3}{(x^2+\beta^2)^2}\right] +$$

$$+ F_1(t)\cdot 8R^3\left[\frac{x}{4\beta^2(x^2+\beta^2)^2} + \frac{3\,x}{8\beta^4(x^2+\beta^2)} + \frac{3}{8\beta^5}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{\beta}\right] + F_2(t) \qquad /25/$$

Funkcje $F_1(t)$ i $F_2(t)$ wyznaczamy z warunków brzegowych

a/ gdy $x = 0$ to $p = 0$

b/ gdy $x = -1$ to $p = 0$

/na przedniej i tylnej krawędzi płytki nadciśnienie równa się zero/

Z warunku a/

$$F_2(t) = \frac{24\,\mu\,R^3\,E(t)}{\beta^4} \qquad /26/$$

Z warunku b/

$$F_1(t) = \frac{-24V_o\,\mu R^2\left[\frac{1}{2\beta^2(1^2+\beta^2)} + \frac{1}{2\beta^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{1}{\beta}\right] - 24\,\mu R^3 E(t)\frac{1}{(1^2+\beta^2)^2} + \frac{24\,\mu R^3 E(t)}{\beta^4}}{8R^3\left[\frac{1}{4\beta^2(1^2+\beta^2)^2} + \frac{3\,1}{8\beta^4(1^2+\beta^2)} + \frac{3}{8\beta^5}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{1}{\beta}\right]} \qquad /27/$$

Podstawiając zależności /26/ i /27/ do /25/ i oddzielając człony zawierające $E(t)$ od pozostałych otrzymujemy:

$$p = p_1 + p_2$$

gdzie:

$$p_1 = 12V_o\,\mu R^2\left\{\left[\frac{x}{\beta^2(x^2+\beta^2)} + \frac{1}{\beta^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{\beta}\right] + \right. \qquad /28/$$

$$\left. - \frac{\left(\frac{1}{l^2+\beta^2} + \frac{1}{\beta}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}\right)\left[\frac{x}{4\beta^2(x^2+\beta^2)} + \frac{3x}{8\beta^4(x^2+\beta^2)} + \frac{3}{8\beta^5}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{\beta}\right]}{\frac{1}{4(l^2+\beta^2)^2} + \frac{3\,l}{8\beta^2(l^2+\beta^2)} + \frac{3}{8\beta^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}}\right\}$$

$$p_2 = 24\,\mu\,R^3 z(t)\left\{\frac{1}{\beta^4} - \frac{1}{(x^2+\beta^2)^2} + \right. \qquad /29/$$

$$\left. + \frac{\left[\frac{1}{\beta^4} - \frac{1}{(l^2+\beta^2)^2}\right]\cdot\left[\frac{x}{4\beta^2(x^2+\beta^2)} + \frac{3x}{8\beta^4(x^2+\beta^2)} + \frac{3}{8\beta^5}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{x}{\beta}\right]}{\frac{1}{4\beta^2(l^2+\beta^2)^2} + \frac{3\,l}{8\beta^4(l^2+\beta^2)} + \frac{3}{8\beta^5}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}}\right.$$

Wielkość siły dynamicznej S_D otrzymuje się całkując zależność /28/ i /29/ względem x

$$S_D = S_{D1} + S_{D2}$$

$$S_{D1} = b\int_{-l}^{o} p_1\,dx$$

$$S_{D2} = b\int_{-l}^{o} p_2\,dx$$

Po przeprowadzeniu całkowania otrzymujemy:

$$S_{D1} = \frac{-12R^3V_o\,\mu lb}{\beta^3}\left\{\frac{1}{R}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta} - \frac{\left[\frac{1}{l^2+\beta^2} + \frac{1}{\beta}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}\right]\left[\frac{l}{2\beta(\beta^2+l^2)} + \frac{3}{2\beta^2}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}\right]}{R\left[\frac{1}{(l^2+\beta^2)^2} + \frac{3l}{2\beta^2(l^2+\beta^2)} + \frac{3}{2\beta^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}\right]}\right\} \qquad /30/$$

$$S_{D2} = 24\,\mu R^3 E(t)\,b\left\{\frac{1}{\beta^4} - \frac{1}{2\beta^2(l^2+\beta^2)} - \frac{1}{2\beta^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta} + \right.$$

$$\left. - \frac{\left[\frac{1}{\beta^4} - \frac{1}{(l^2+\beta^2)^2}\right]\left[\frac{l^2}{2\beta^2(l^2+\beta^2)} + \frac{3}{2}\frac{l}{\beta^3}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}\right]}{4\beta^2\left[\frac{1}{4\beta^2(l^2+\beta^2)^2} + \frac{3l}{8\beta^4(l^2+\beta^2)} + \frac{3}{8\beta^5}\,\mathrm{arc\,tg}\,\frac{l}{\beta}\right]}\right\} \qquad /31/$$

Przybliżoną wartość S_{D1} i S_{D2} otrzymujemy rozkładając poszczególne człony zależności /30/ i /31/ na szeregi, analogicznie jak w przypadku stacjonarnej pracy układu. Po przeprowadzeniu rachunku przy założeniu:

$$\frac{l}{\beta} \gg 1$$

i odrzuceniu wyrazów wyższego rzędu otrzymujemy:

$$S_{D1} = -\frac{12R^2 V_0\,\mu b}{l^2}\cdot\frac{\left(\frac{l^2}{\beta^2} - 3\right)}{3} \qquad /32/$$

$$S_{D2} = -\frac{19\,\mu R^3 E(t)\,b}{\beta^3}\ ^{*)} \qquad /33/$$

Wprowadzając pojęcie szerokości zredukowanej, otrzymujemy:

$$S'_{D1} = -\frac{12R^2 V_0\,\mu b_{zred}}{l^2}\cdot\frac{\frac{l^2}{\beta^2} - 3}{3}\ ^{**)} \qquad /34/$$

---

*/ zależność /33/ została wyprowadzona przy dodatkowym założeniu że $l \cong 1$ cm.

**/ w czasie ruchu głowicy b_{zred} jest pewną funkcją czasu; dla uproszczenia przyjęto, że zmiany stąd wynikające są niewielkie i mogą być w dalszych rozważaniach pominięte.

$$S'_{D2} = -\frac{19\,\mu\,R^3 E(t)\,b_{zred}}{\beta^3} \qquad /35/$$

Mając zależności /34/ i /35/, można przystąpić do ułożenia równania ruchu głowicy /rys. 14/. Będzie ono miało następującą postać:

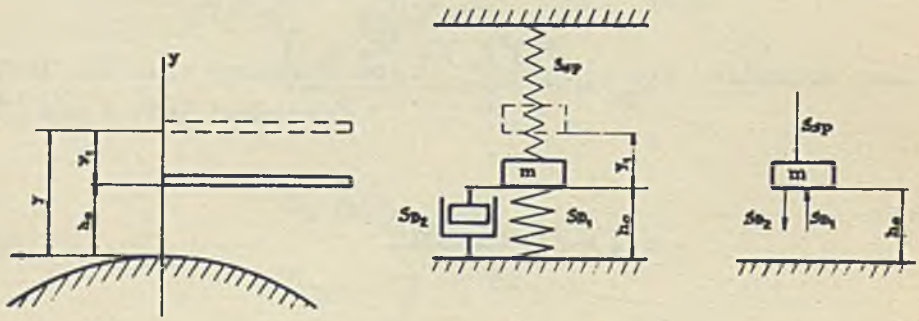
$$m\ddot{y} = S'_{D1} - S'_{D2} - S_{sp}$$

gdzie:

S_{sp} - siła wywierana przez sprężynę $/S_{sp} = S' + k_s y_1/$

k_s - sztywność sprężyny zawieszenia

y_1 - wychylenie głowicy z położenia równowagi /rys. 14/



Rys. 14. Rozkład sił działających na głowicę przy pionowym układzie osi bębna.
I - położenie płytki w stosunku do wirnika, II - schemat zastępczy głowicy, III - uproszczony schemat zastępczy głowicy

Dla uproszczenia zagadnienia można przyjąć, że:

a/ drgania wokół położenia h_o są małe,
b/ siła S_{D1} zmienia się liniowo w funkcji wychylenia wokół położenia h_o.

Wychodząc z założenia a/ można napisać:

$$S_{D1} = \frac{S'}{y} h_o = \frac{S'}{h_o + y_1} h_o = \frac{S'}{1 + \frac{y_1}{h_o}} \cong S'\left(1 - \frac{y_1}{h_o} + \ldots\right) \qquad /37/$$

Biorąc dwa pierwsze wyrazy szeregu

$$S_{D1} \cong \left(S' - \frac{S'}{h_o} \cdot y_1\right)$$

i podstawiając do zależności /36/, otrzymujemy:

$$m\ddot{y} = -\frac{S'}{h_o} \cdot y_1 - S'_{D2} - k_s y_1,$$

a ponieważ

$$y = y_1 + h_o$$
$$\dot{y} = \dot{y}_1$$
$$\ddot{y} = \ddot{y}_1$$

więc

$$m\ddot{y}_1 = -\frac{S'}{h_o} \cdot y_1 - S'_{D2} - k_s y_1 \qquad /38/$$

gdzie

$$S'_{D2} = -\frac{19\,\mu\, R^3\, E(t)\, b_{zred}}{\beta^3}$$

Ponieważ

$$\beta^2 = 2R\left[h_o + A(t)\sin(\omega t)\right] = 2\,R \cdot y$$

$$E(t) = \dot{y} = \dot{A}(t)\sin(\omega t) + A(t)\omega\cos(\omega t)$$

otrzymujemy:

$$S'_{D2} = -\frac{19\,\mu\,R^3 \cdot b_{zred} \cdot \dot{y}}{[2R \cdot y]^{\frac{3}{2}}} \qquad /39/$$

Rozwijając mianownik zależności /39/ na szereg i odrzucając człony wyższego rzędu mamy:

$$S'_{D2} = -\frac{6{,}7\,\mu \cdot R^{\frac{3}{2}} \cdot b_{zred}}{h_o^{\frac{3}{2}}} \cdot \dot{y}_1 \qquad /40/$$

lub zapisując w ogólnej postaci

$$S'_{D2} \approx -B \cdot \dot{y}_1 \qquad /41/$$

gdzie

$$B = \frac{5{,}7\,\mu\,R^{\frac{3}{2}} \cdot b_{zred}}{h_o^{\frac{3}{2}}} \qquad /42/$$

Podstawiając do równania /38/, otrzymujemy równanie różniczkowe ruchu drgającego tłumionego, o oporach ruchu proporcjonalnych do prędkości:

$$m\ddot{y}_1 + B \cdot \dot{y}_1 + \left(\frac{S'}{h_o} + k_s\right) \cdot y_1 = 0 \qquad /43/$$

Biorąc pod uwagę, że równanie charakterystyczne równania /43/ jest następujące [8]:

$$mr^2 + Br + \left(\frac{S'}{h_o} + k_s\right) = 0 \qquad /44/$$

a z powodu małych oporów ruchu

$$B^2 - 4m\left(\frac{S'}{h_o} + k_s\right) < 0$$

rozwiązanie ogólne równania /43/ będzie miało postać:

$$y = A \cdot e^{-\frac{B}{2m} \cdot t} \sin\left[\frac{\sqrt{4m\left(\frac{S'}{h_o} + k_s\right) - B^2}}{2m} \cdot t + \theta_1\right] \qquad /45/$$

gdzie:

$\frac{B}{2m} = \varphi$ jest współczynnikiem tłumienia drgań /46/

$\frac{\sqrt{4m\left(\frac{S'}{h_o} + k_s\right) - B^2}}{2m} = \omega$ – pulsacja drgań /47/

θ_1 – przesunięcie fazowe

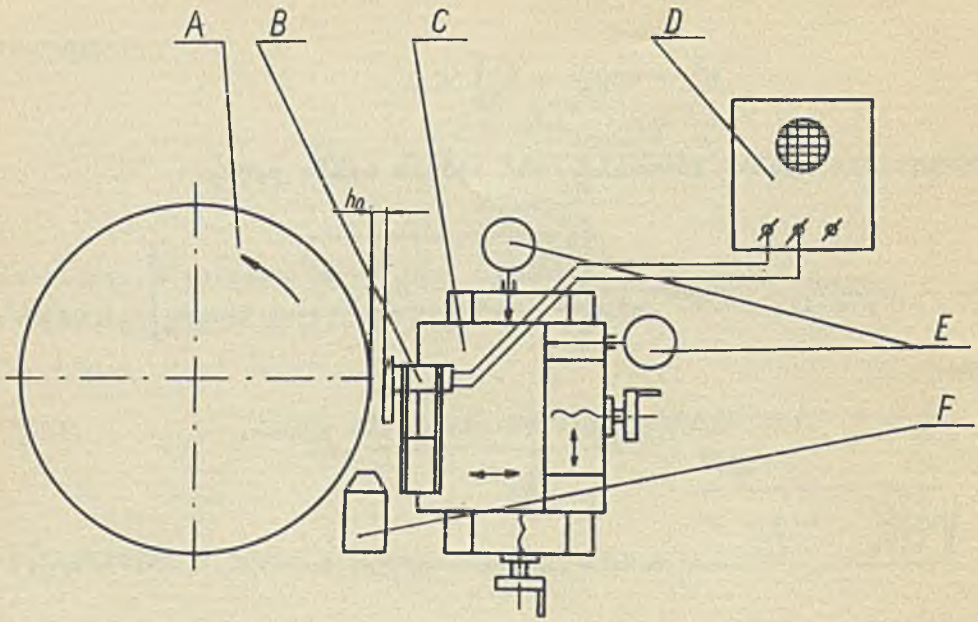
$A \cdot e^{-\frac{B}{2m} \cdot t} = A(t)$ – poszukiwana funkcja określająca tłumienie ruchu drgającego głowicy /48/

Okres drgań będzie więc:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4\pi m}{\sqrt{4m\left(\frac{S'}{h_o} + k_s\right) - B^2}} \qquad /49/$$

W czasie wyprowadzenia zależności /45/ dokonano szeregu uproszczeń. Aby sprawdzić, czy nie zniekształciły one w jakiś sposób istoty zjawiska, modele głowicy poddane zostały wszechstronnym badaniom dynamicznym. Do pomiarów użyto aparatury jak na rysunku 15.

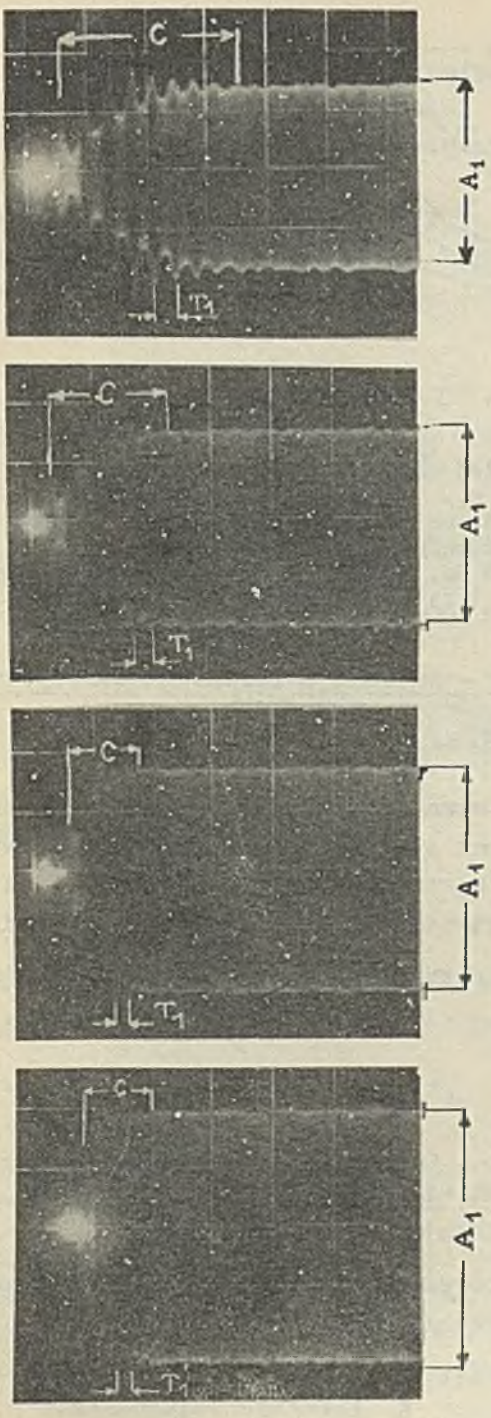
Głowica poprzez zawieszenie sprężyste umocowana była na dokładnym suporcie krzyżowym. Po uruchomieniu wirnika i ustawieniu odległości h_o, głowicę odsuwano dodatkowo elektromagnesem ze sprężyną o wielkość y_1, a następnie zwalniano. Zmiana położenia względem wirnika była rejestrowana przez zespół czytająco-piszący, umieszczony w głowicy i podawana na oscylograf z aparatem fotograficznym. Uzyskane w ten sposób przebiegi pokazano na rysunku 16.



Rys. 15. Szkic rozmieszczenia aparatury do badań dynamicznych głowicy. A - wirnik, B - głowica, C - suport krzyżowy, D - oscylograf, E - czujniki, F - mikroskop.

Ponieważ sygnał z zespołu czytająco-piszącego nie zmienia się liniowo ze zmianą odległości, przebiegi /zmiany amplitudy/ na zdjęciach są też w kierunku pionowym nieliniowe. Z porównania okresów drgań obliczonych i pomierzonych wynika, że rozważania teoretyczne dają wynik różniący się nie więcej niż 30%, przy czym obliczone punkty leżą powyżej pomierzonych dla odległości h_0 większych od 10 μ, wyniki natomiast dla odległości h_0 6 ÷ 10 μ różnią się od siebie bardzo nieznacznie /rys. 17/.

Porównanie liczbowe tłumienia ruchu głowicy z rozważań teoretycznych i doświadczeń napotyka duże trudności, które wynikają z tego, że rozważania teoretyczne zostały przeprowadzone przy założeniu małych drgań, odczytanie natomiast zdjęć w obszarze małych przebiegów może być wykonane jedynie z dużym błędem. Jak widać jednak z rys. 16 charakter przebiegów jest zgodny z zależnością /45/. Przeprowadzone badania potwierdziły także zgodność z rozważaniami teoretycznymi wpływu parametrów głowicy /gabaryty, masa, odległość h_0/ na jej zachowanie po wytrąceniu jej z położenia równowagi.



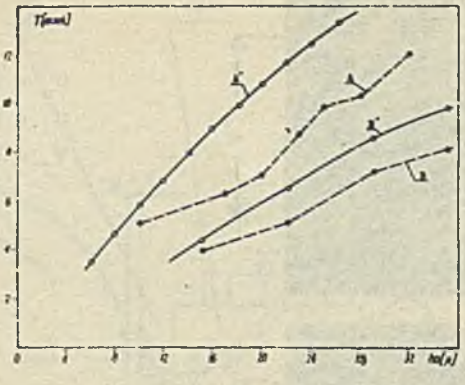
h_o = 35 μ
C = 66 msek
T_1 = 8 msek

h_o = 29 μ
C = 44 msek
T_1 = 7,1 msek

h_o = 22 μ
C = 26 msek
T_1 = 5 msek

h_o = 15 μ
C = 24 msek
T_1 = 3,9 msek

Rys. 16. Przebiegi ruchu głowicy względem wirnika bębna. A_1 - odpowiada odległość h_o, C - czas trwania zakłócenia, T_1 - okres drgań. Zdjęcia zostały wykonane dla głowicy o parametrach: m = 7,25 g, l = 0,7 cm, b = 3,5 cm.



Rys. 17. Okresy drgań o małej amplitudzie głowicy bębnowej w funkcji odległości h_o. AB - wielkości pomierzone, A'B' - wielkości obliczone z zależności /49/. Wykresy AA' sporządzono dla głowicy o parametrach: m = 6,8 g l = 1,9 cm b = 1,78 cm, wykresy BB' natomiast dla głowicy /rys. 16/ m = 7,25 g l = 0,7 cm b = 3,5 cm.

4.5. Zasady konstrukcji głowicy - wnioski z rozważań teoretycznych i wyników doświadczeń

Przeprowadzone w punkcie 4 rozważania wyjaśniły zjawiska zachodzące w czasie pracy głowicy oraz pozwoliły na wyznaczenie pewnych zależności ilościowych między jej parametrami a parametrami wirnika. Poniżej krótko omówione będą zasadnicze etapy projektowania.

Pierwszą czynnością jest ustalenie danych wyjściowych /p. 4.4/.

Należy założyć:

- układ osi bębna,
- R promień wirnika,
- V_o szybkość obwodową,
- h_o odległość głowicy od wirnika,
- f_z częstotliwości zakłócające /wg. rys. 9/,

/które to wielkości wynikają pośrednio z ogólnych założeń współpracy bębna pamięci z maszyną cyfrową/.

Wielkości poszukiwane natomiast to:

l - długość stopki,
b - szerokość stopki,

m - masa głowicy,
S' - siła wywierana przez sprężyny zawieszenia,
k_s - sprężystość zawieszenia,
f_n - częstotliwość drgań własnych.

Dobranie gabarytów głowicy /l, b/ oraz masy /m/ dokonuje się metodą kolejnych przybliżeń. Po wstępnym zaprojektowaniu głowicy przyjmuje się wymiary l, b do obliczenia siły S' /zależność 20/.

$$S' = \frac{-12R^3 V_0 \mu l b_{zred}}{\alpha^3} \left\{ \frac{1}{R} \operatorname{arc\,tg} \frac{l}{\alpha} - H_1 \left[\frac{l}{2\alpha(l^2+\alpha^2)} + \frac{3}{2\alpha^2} \operatorname{arc\,tg} \frac{l}{\alpha} \right] \right\}$$

a następnie oblicza okres drgań własnych T_1 zakładając masę /m/ i sztywność sprężyny zawieszenia k_s /na podstawie wstępnego rysunku konstrukcyjnego/ z zależności /49/

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{4m}{\sqrt{4m\left(\frac{S'}{h_0} + k_s\right) - B^2}}$$

Ponieważ:

$$f_n = \frac{1}{T_1}$$

częstotliwość drgań własnych założonego układu jest znana. Aby głowica pracowała poprawnie musi być spełniony warunek:

$$f_n \neq f_z$$

przy czym na ogół jest korzystniej, aby $f_n > f_z$, wtedy bowiem w czasie rozruchu urządzenia głowica nie wchodzi w rezonans z bębnem.

Gdy obliczona wielkość f_n jest nieodpowiednia należy powtórzyć rachunek zmieniając odpowiednio l, b, m oraz k_s. Niekiedy szczególnie jest ważne, żeby głowica po zbliżeniu do wirnika szybko osiągnęła stabilne położenie pracy /odległość h_0/. Z zależności /46/ po podstawieniu wartości B wynika, że współczynnik tłumie-

nia φ jest funkcją promienia bębna /R/, odległości /h_0/, szerokości stopki /b/, masy głowicy /m/ i dynamicznego współczynnika lepkości μ /dla $l \sim 1$ cm/

$$\varphi = \frac{6{,}7\,\mu \cdot R^{\frac{3}{2}} \cdot b_{zred}}{2m \cdot h_0^{\frac{3}{2}}}$$

Ponieważ wartości R i h_0 były z góry założone, a dynamiczny współczynnik lepkości μ jest też parametrem wynikającym z warunków pracy bębna, na wielkość współczynnika tłumienia można wpływać tylko przez zmianę szerokości stopki b i masę głowicy m. Zależność /46/ nie uwzględnia wpływu długości stopki l ponieważ została wyprowadzona w wyniku szeregu uproszczeń przy założeniu $l \sim 1$ cm. Z doświadczeń wynika, że istotnie wpływ długości stopki l na wielkość współczynnika tłumienia jest niewielki przy długościach powyżej 1 cm, natomiast staje się wyraźny przy skracaniu płytki poniżej 0,4 cm /dla R = 14 cm/, co staje się zrozumiałe po rozpatrzeniu zależności /16/ /rozkład ciśnienia pod płytką/. Zmiana jednak masy i szerokości stopki wpływa na wielkość okresu T_1, co należy uwzględniać przy prowadzeniu obliczeń, odpowiednio je korygując.

5. ZAKOŃCZENIE

Zwiększenie pojemności pamięci bębnowych uzyskuje się głównie na drodze zbliżenia głowicy do nośnika magnetycznego. Głowice sztywno mocowane w korpusie bębna pozwalały jedynie na zbliżenie do kilkunastu mikronów. Dalszy postęp okazał się możliwy dopiero po zastosowaniu głowic z podparciem aerodynamicznym. Wykazały one takie zalety, jak: możliwość pracy w odległości kilku mikronów częściową kompensację niedokładności wykonania i nierównej pracy bębna, znaczną odporność na szybkie zmiany temperatury.

Istnieje szereg rozwiązań konstrukcyjnych głowic poszczególnych firm, a ich opracowanie dostosowane jest do możliwości technicznych producentów. Najbardziej doskonałe technologicznie wydają się głowice firmy Bryant /rys. 3 i 4/, wykonane z mylaru i stanowiące jedną całość z zawieszeniem sprężystym.

Prowadzone od kilku lat prace w IMM pozwoliły na zaprojektowanie głowicy dla określonego typu pamięci oraz powiązanie parametrów bębna i głowicy w zależności ilościowe, umożliwiające łatwe projektowanie głowicy dla bębnów o różnych wielkościach i dla określonych warunków pracy.

Literatura

1. ARŻANIKOW N.S., MALCEW W.N.: Aerodynamika, PWN, Warszawa, 1959.
2. BUKOWSKI I.: Mechanika płynów, PWN, Warszawa, 1956.
3. BRONSZTEJN I., SIEMIENDIAJEW K.: Poradnik encyklopedyczny matematyka, PWN, Warszawa, 1959.
4. FULLER P.D.: Teoria i praktyka smarowania, PWT, Warszawa, 1960.
5. MAC DUFF I., CURRERI I.R.: Drgania w technice, PWT, Warszawa, 1960.
6. PARVI S.: Głowice magnetyczne sztywno zamocowane i z podparciem aerodynamicznym dla pamięci bębnowej, Prace IMM, 1964.
7. PRANDTL L.: Dynamika przepływów, PWN, Warszawa 1959.
8. POGORZELSKI W.: Analiza matematyczna, Czytelnik, Warszawa, 1949.
9. TRYLIŃSKI W.: Zegary i zegarki mechaniczne, WPW, Warszawa 1960.
10. GROSS W. A.: Gas Film Lubrication, John Wiley and Sons Inc., New York, 1962.
11. Gas Film Lubrication Study, IBM Journal, 1959:3.
12. STREETER V. L.: Handbook of Fluid Dynamics, Mc Graw-Hill, Book Inc. New York 1961.
13. TIPEI N.: Ecuatile, lubricatiei cu gaze, Comunicările Acad. R. P. R., 1954:4.
14. Bryant Computer Products, Prospekt.
15. Vermont Research, Prospekt.
16. Głowica typu GL-2 - dokumentacja IMM.

FLYING HEADS FOR MAGNETIC DRUM MEMORIES

Summary

The first part of the paper contains certain constructional solutions of flying heads for magnetic drum memories manufactured, among others, by Bryant, Vermont Research, and in the Soviet Union for Razdan-3 digital computers. A constructional solution of the head GL-2, elaborated in the Institute of Mathematical Machines, Warsaw, is also presented.

The second part of the paper gives the principle of the function of the head, based on the Navier-Stokes equation. Given appropriate quantitative dependences between the parameters of the head and the drum parameters. Methods of designing such sets are presented. Theoretical considerations and experiments, carried out in the Institute of Mathematical Machines, proved their good accordance.

BIBLIOTEKA GŁÓWNA
Politechniki Śląskiej
P 2225/66/67

Cena zł. 17.–

B 15(28)

W.D.N. — Zam. 707/0/66. Nakł. 360 egz.