ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1982

Seria: AUTOMATYKA z. 65 Nr kol. 738

Andrzej BIAŁAS

Instytut Systemów Sterowania - Sosnowiec

MNOGOŚCIOWA METODA ANALIZY AUTOMATÓW ASYNCHRONICZNYCH UWZGLĘDNIAJĄCA OPÓŹNIENIA I SKUTKI OPÓŹNIEŃ SYGNAŁÓW

Streszczenie. Praca przedstawia mnogościową metodę analizy automatów asynchronicznych uwzględniającą wnoszone przez nie opóźnienia i deformacje sygnałów. Metoda zwana parametryczną operuje tzw. uogólnioną funkcją przenoszenia, której operatory charakterystyczne oraz hazardowe w pełni opisują zachowanie układu. Praca zawiera skondensowany wykład podstaw metody zilustrowany przykładami.

1. WPROWADZENIE

Środki matematyczne, na których oparte są znane metody analizy dynamicznej automatów asynchronicznych, nie uwzględniają bezpośrednio opóźnień wnoszonych przez układy rzeczywiste, a tym samym nie uwzględniają w oryginalnej formie tych podstawowych wielkości, które decydują o bogactwie zjawisk dynamicznych. W pracy zaproponowano odmienne podejście do zagadnień dynamicznych oparte na metodzie parametrycznej wyrosłej na gruncie mnogościowej teorii automatów [12]. Metoda parametryczna umożliwia:

- precyzyjny zapis analityczny dowolnego sygnału logicznego z uwzględnieniem opóźnień i impulsów hazardowych,
- śledzenie procesu formowania sygnału wyjściowego w automacie rzeczywistym,
- analizę zjawisk hazardowych, ich lokalizację i eliminację, na drodze doboru opóźnień wewnątrzukładowych,
- precyzyjny opis zachowania się automatu z uwzględnieniem stanów wymuszeń, pamięci, generacji i quasi-wymuszeń.

Podstawą mnogościowej teorii automatów [12] jest algebra $K^{(2)}$ której elementami są słowa, czyli uporządkowane ciągi zero-jedynkowe. Automaty opisywane są przez tzw. funkcje przenoszenia, które odwzorowują zbiory słów wejściowych w słowa wyjściowe. Słowa składają się z liter, którym w interpretacji czasowej odpowiadają takty. Litera to uporządkowana para, którą stanowią liczba całkowita, czyli nośnik litery oraz liczba ze zbioru $\{0,1\}$ czyli wartość logiczna litery. Zbiór tak zdefiniowanych liter nazywany jest alfabetem $Z^{(2)}$, zaś język nad tym alfabetem oznaczany jest przez $\tilde{L}$. Zbiór wszystkich słów zbudowany na danym zbiorze nośników nazywany jest

...nikiem V. W klasycznej metodzie mnogościowej wyróżnia się więc dwa ty... liter:

$$<i,1> = [i] \quad \text{oraz} \quad <i,0> = [\bar{i}]$$

...zie i - nośnik litery.

W metodzie parametrycznej [1] obok liter jednorodnych definiowanych podobnie wyróżnia się litery niejednorodne, posiadające dowolną liczbę przedziałów czasowych, przy czym każde dwa sąsiednie mają przyporządkowaną inną wartość logiczną. Opóźnienia wszystkich przejść 0-1, 1-0 mierzone względem początku taktu oznaczamy parametrem opóźnienia t_j. W ten sposób w ramach litery (taktu) powstają podlitery (podtakty) - zerowe oraz jedynkowe. ...prowadzenie liter tego typu pozwala na analityczny opis nowej klasy sygnałów, zawierających opóźnione zbocza oraz dowolną liczbę impulsów hazardowych, co jest równoznaczne z możliwością wykorzystania metody parametrycznej w analizie dynamicznej układów cyfrowych. Klasyczna metoda mnogościowa [12] opisuje w pełni logikę automatu, zaś metoda parametryczna umożliwia dodatkowo opis zjawisk związanych z opóźnieniami sygnałów, które występują w układach rzeczywistych.

2. OPIS PARAMETRYCZNY METODY

Metoda parametryczna zbudowana na bazie mnogościowej teorii automatów [12] nie narusza wprowadzonego tam układu pojęć podstawowych, a jedynie modyfikuje ich znaczenie.

Treścią tego rozdziału jest krótka i zwięzła prezentacja metody parametrycznej, przy czym układ opisu wzorowany jest na pracy [12].

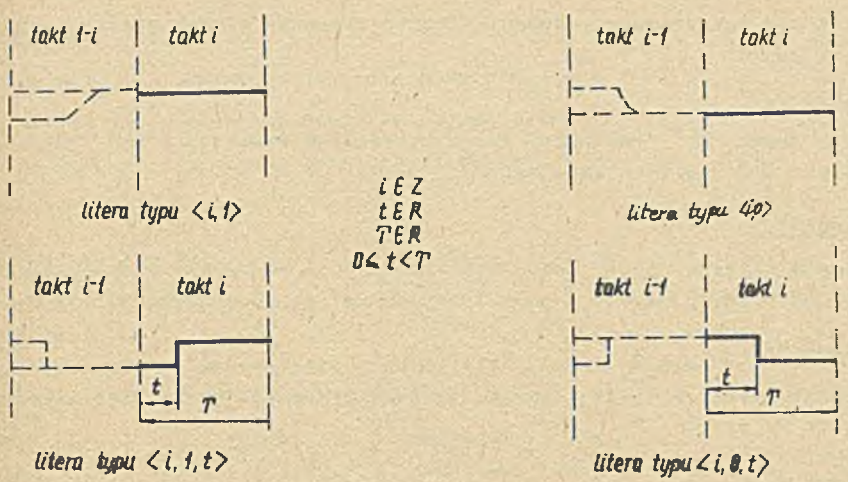
Dowolnie zdeformowany sygnał logiczny można wyrazić za pomocą czterech następujących typów liter (rys. 1):

a) poziom jedynka logiczna: $[i] = <i,1>$; takt taki występuje, gdy poziom jedynki zaczął się w takcie i-1 lub wcześniej;
i - nośnik litery (liczba całkowita: $i \in Z$),

b) poziom zero logiczne: $[\bar{i}] = <i,0>$; takt taki występuje, gdy poziom zera zaczął się w takcie i-1 lub wcześniej,

c) zbocze typu 0-1: $[i]^{t} = <i,1,t>$, gdzie $i \in Z$, $0 \leq t < T$,
T - długość taktu, t - opóźnienie zbocza względem początku taktu, $t \in R$, $T \in R$; takt taki oznacza początek obszaru jedynki (koniec obszaru zera),

d) zbocze typu 1-0: $[\bar{i}]_{t} = <i,0,t>$, gdzie i,t,T jw.; takt taki oznacza koniec obszaru jedynki a zarazem początek obszaru zera.



Rys. 1. Podstawowe typy liter

Definicja 2.1

Alfabetem $B^{(2)}$ nazywano sumę zbiorów

$$B^{(2)} = B_1^{(2)} \cup B_2^{(2)},$$

przy czym:

$B_1^{(2)} = Z \times \{0,1\}$ określa litery typu $<i,0>$, $<i,1>$, zaś

$B_2^{(2)} = Z \times \{0,1\} \times R$ " " " $<i,1,t>$, $<i,0,t>$,

gdzie:

Z – zbiór liczb całkowitych

R – zbiór liczb rzeczywistych

x – symbol produktu kartezjańskiego.

Definicja 2.2

Niech f będzie wzajemnie jednoznacznym odwzorowaniem dowolnego podzbioru T zbioru liczb całkowitych Z $(T \subset Z)$ w zbiór

$$T_1 \times \{0,1\} \cup T_2 \times \{0,1\} \times R,$$

czyli

$$T \xrightarrow{f} T_1 \times \{0,1\} \cup T_2 \times \{0,1\} \times R,$$

przy czym

$$T_1 \cup T_2 = T, \quad T_1 \cap T_2 = \Lambda \quad (\Lambda \text{ – zbiór pusty}).$$

Tak otrzymany zbiór liter nazywamy słowem.

Słowo nie zawierające żadnego elementu nazywamy słowem pustym i oznaczamy przez Λ.

Definicja 2.3

Przez język $\overset{\infty}{L}{}^{p}$ rozumiemy zbiór wszystkich dopuszczalnych słów nad alfabetem $B^{(2)}$, w tym także słowo Λ.

Definicja 2.4

Negacją litery $\langle i,0\rangle$ jest litera $\langle i,1\rangle$ i odwrotnie.
Negacją litery $\langle i,0,t\rangle$ jest litera $\langle i,1,t\rangle$ i odwrotnie.

Definicja 2.5

Negacją słowa W jest słowo $\overline{W}$, złożone z negacji wszystkich liter słowa W.

Definicja 2.6

Słowo W_1 jest równe słowu W_2; co zapisujemy $W_1 = W_2$ wtedy i tylko wtedy, gdy są to zbiory tych samych liter.

Definicja 2.7

Operatorem typu p nazywamy taki operator, że w słowie pW znajdują się wszystkie litery typu $\langle i,1\rangle$ oraz podlitery jedynkowe liter typu $\langle i,0,t\rangle$, $\langle i,1,t\rangle$ słowa W. Operatorem typu n nazywamy taki operator, że w słowie nW znajdują się wszystkie litery typu $\langle i,0\rangle$ oraz podlitery zerowe liter typu $\langle i,0,t\rangle$, $\langle i,1,t\rangle$ słowa W.

Zwróćmy uwagę, że dla opisu każdej z podliter litery używamy tego samego symbolu, który określa rodzaj i opóźnienie zbocza.

Wniosek 2.1

Każde słowo $W \in \overset{\infty}{L}{}^{p}$ można przedstawić

$$W = pW \cup nW, \qquad \text{przy czym} \qquad pW \cap nW = \Lambda$$

Twierdzenie 2.1

$W_1,\ W_2,\ W \in \overset{\infty}{L}{}^{p}$; prawdziwe są następujące tożsamości:

a) $p\overline{W} = \overline{nW}$ $\qquad n\overline{W} = \overline{pW}$

b) $\overline{pW_1 \overset{\cup}{\cap} pW_2} = \overline{pW}_1 \overset{\cap}{\cup} \overline{pW}_2$ $\qquad \overline{nW_1 \overset{\cup}{\cap} nW_2} = \overline{nW}_1 \overset{\cap}{\cup} \overline{nW}_2$

c) $p(nW) = \Lambda$ $\qquad n(pW) = \Lambda$

d) $p(pW) = pW$ $\qquad n(nW) = nW$

e) $p(\overline{nW}) = \overline{nW}$ $\qquad n(\overline{pW}) = \overline{pW}$

Definicja 2.8

$dW = pW \cap \overline{nW}^{\tau}$ nazywamy pochodną dodatnią słowa W,

$\bar{d}W = nW \cap \overline{pW}^{\tau}$ nazywamy pochodną ujemną słowa,

$DW = dW \cup \bar{d}W$ nazywamy pochodną słowa W,

gdzie $\tau \in R_+$, $\tau \to 0$.

Definicja 2.9

Symbolem $1(W)$ oznaczamy słowo: $1(W) = pW \cup \overline{nW}$ (wszystkie litery słowa $1(W)$ są typu $\langle i,1 \rangle$).
Symbolem $0(W)$ oznaczamy słowo: $0(W) = nW \cup \overline{pW}$ (wszystkie litery słowa $0(W)$ są typu $\langle i,0 \rangle$).

Słowo $[\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots]$ oznaczamy przez $\overset{\infty}{1}$.
Słowo $[\ldots, -\bar{2}, -\bar{1}, \bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \ldots]$ oznaczamy przez $\overset{\infty}{0}$.

Definicja 2.10

Algebrą $K^{(2p)}$ nazywamy system:

$$K^{(2p)} = \langle \overset{\infty}{L}{}^{p}, +, \cdot, {}^{-}, \overset{\infty}{0}, \overset{\infty}{1} \rangle$$

gdzie:

$\overset{\infty}{L}{}^{p}$ – język nad alfabetem $B^{(2)}$,

$-$ – jest symbolem negacji,

$+, \cdot$ – są działaniami zdefiniowanymi w następujący sposób:

Niech $W_1, W_2 \in \overset{\infty}{L}{}^{p}$, wtedy:

$$W_1 + W_2 = pW_1 \cup pW_2 \cup nW_1 \cap nW_2$$

$$W_1 \cdot W_2 = pW_1 \cap pW_2 \cup nW_1 \cup nW_2$$

Można wykazać, że różnica między $K^{(2)}$ oraz $K^{(2p)}$ tkwi jedynie w odmiennych definicjach języków $\overset{\infty}{L}$ oraz $\overset{\infty}{L}{}^{p}$. Dla działań wprowadzonych przez algebrę $K^{(2p)}$ zachodzi:

Twierdzenie 2.2

Dla $A, B, C \in \overset{\infty}{L}{}^{p}$ obowiązują zależności:

a) $(A+B)+C = A+(B+C) = A+B+C$

$(A.B).C = A.(B.C) = A.B.C$

b) $A + B = B+A$

$A \cdot B = B.A$

c) $\bigvee_{\overset{\infty}{0}} \bigwedge_{A} \quad A + \overset{\infty}{0} = \overset{\infty}{0} + A = A$

$\bigvee_{\overset{\infty}{1}} \bigwedge_{A} \quad A \cdot \overset{\infty}{1} = \overset{\infty}{1} \cdot A = A$

d) $A + B \,.\, C = (A + B) \,.\, (A + C)$

$A\,(B+C) = A.B + A.C$

e) $\bigwedge_{A} \bigvee_{\bar{A}} \quad A + \bar{A} = 1(A); \quad 1(A) \subset \overset{\infty}{1}$

$A \,.\, \bar{A} = 0(A); \quad 0(A) \subset \overset{\infty}{0}$

ponadto zachodzą tożsamości:

f) $\overline{A \,.\, B} = \bar{A} + \bar{B}$

$\overline{A + B} = \bar{A} \,.\, \bar{B}$ Prawa de Morgana

g) $A + A = A$

$A \,.\, A = A$

h) $A + 1(C) = 1(C)$

$A.0(C) = 0(C)$, jeśli zbiór nośników słowa A jest zawarty w zbiorze nośników słowa C.

Twierdzenie 2.3

Niech $A, B \in V$, V – słownik

$$A + B = pA \cup pB \cup \bar{C} = nA \cup nB \cup C$$

$$A \,.\, B = pA \cap pB \cup \bar{C} = nA \cup nB \cap C$$

gdzie: C jest dopełnieniem jedynkowym, zaś $\bar{C}$ – dopełnieniem zerowym [12], przy czym w metodzie parametrycznej dopełnienia zawierają również podlitery.

Przyjmijmy następujące oznaczenia minimum oraz maksimum dwóch liczb a i b:

$$\min(a,b) = mab,$$
$$\max(a,b) = Mab.$$

Dla uproszczenia zapisu liter opuszczane będą nawiasy [,] , ilekroć nie zajdzie obawa niejednoznaczności. Wykonywanie działań na słowach zostaje sprowadzone do ich wykonywania na literach wg następujących zasad:

Twierdzenie 2.4

$i \in Z$, $\quad a,b,c,d \in R$

a) $\bar{i} + \bar{i} = \bar{i} \qquad \bar{i} \,.\, \bar{i} = \bar{i}$

b) $\bar{i} + \overset{a}{i} = \overset{a}{\bar{i}} \qquad \bar{i} \,.\, \overset{a}{i} = \bar{i}$

c) $\bar{i} + i_b = i_b \qquad \bar{i} \,.\, i_b = \bar{i}$

d) $\bar{i} + i = i$ $\qquad$ $\bar{i} \cdot i = i$

e) $i + \overset{a}{i} = i$ $\qquad$ $i \cdot \overset{a}{i} = \overset{a}{i}$

f) $i + \underset{b}{i} = i$ $\qquad$ $i \cdot \underset{b}{i} = \underset{b}{i}$

g) $i + i = i$ $\qquad$ $i \cdot i = i$

h) $\overset{a}{i} + \underset{b}{i} = \begin{cases} i\,; & a \leq b \\ \overset{a}{i} + \underset{b}{i}\,; & a > b \end{cases}$ $\qquad$ $\overset{a}{i} \cdot \underset{b}{i} = \begin{cases} \bar{i}\,; & a \geq b \\ \overset{a}{i} \cdot \underset{b}{i}\,; & a < b \end{cases}$

i) $\overset{a}{i} + \overset{c}{i} = \overset{mac}{i}$ $\qquad$ $\overset{a}{i} \cdot \overset{c}{i} = \overset{Mac}{i}$

j) $\underset{b}{i} + \underset{d}{i} = \underset{Mbd}{i}$ $\qquad$ $\underset{b}{i} \cdot \underset{d}{i} = \underset{mbd}{i}$

Dowód twierdzenia zawarty jest w pracy [1].

Przy wykonywaniu operacji na słowach przesuniętych wzajemnie w czasie istnieje możliwość powstawania niepożądanych impulsów. Sytuacja taka ma miejsce często w automatach rzeczywistych i wiąże się z występowaniem hazardów. Dodatnie impulsy hazardowe pojawiają się przy mnożeniu słów wszędzie tam, gdzie zbocze opadające jest bardziej opóźnione od narastającego, natomiast ujemnie impulsy powstają przy dodawaniu słów, gdy zbocze opadające jest wcześniejsze od narastającego. Metoda parametryczna dopuszcza istnienie taktów (liter) złożonych, zawierających dowolną liczbę przejść 0-1, 1-0, co zapisujemy:

$a_1\ a_2\ a_3 \ldots a_n \ldots$ opóźnienia kolejnych zboczy narastających,

$b_1\ b_2\ b_3 \ldots b_m \ldots$ opóźnienia kolejnych zboczy opadających,

gdzie m, n różnią się o 0 lub 1.

Każdy z taktów złożonych można zapisać przy użyciu czterech podstawowych typów liter oraz operacji sumy i iloczynu słów.

Impuls pojedynczy oznaczamy przez $\overset{a}{\underset{b}{i}}$, przy czym zachodzi:

$a > b$ – dla impulsu ujemnego,

$a < b$ – dla impulsu dodatniego.

Twierdzenie 2.5

Impuls dodatni $\overset{a}{\underset{b}{i}}$ $(a < b)$ można wyrazić przez

$$\overset{a}{\underset{b}{i}} = \overset{a}{i} \cdot \underset{b}{i} \qquad \text{i na odwrót.}$$

Twierdzenie 2.6

Impuls ujemny $\overset{a}{\underset{b}{i}}$ $(a > b)$ można wyrazić przez

$$\overset{a}{\underset{b}{i}} = \overset{a}{i} + \underset{b}{i} \quad \text{i na odwrót.}$$

Twierdzenie 2.7

Zanegowanie impulsu wyraża się w zapisie zamianą miejscami a z b:

$$\overline{\overset{a}{\underset{b}{i}}} = \overset{b}{\underset{a}{i}}$$

Twierdzenie 2.8

Niech $W_1, W_2 \in \overset{\infty}{L}{}^{p}$, $a,b \in R$:

a) $\left[W_1 \cdot W_2\right]^{(a)} = W_1^{(a)} \cdot W_2^{(a)}$

b) $\left[W_1 + W_2\right]^{(a)} = W_1^{(a)} + W_2^{(a)}$

c) $\left[\overline{W_1}\right]^{(a)} = \overline{W_1^{(a)}}$

d) $\left[W_1^{(a)}\right]^{(b)} = \left[W_1^{(b)}\right]^{(a)} = W_1^{(a+b)}$

Notacja opóźnień słów wprowadzona w Twierdzeniu 2.8 będzie stosowana w dalszej części opracowania.

Symbol + w wyrażeniu a+b oznacza dodawanie arytmetyczne.

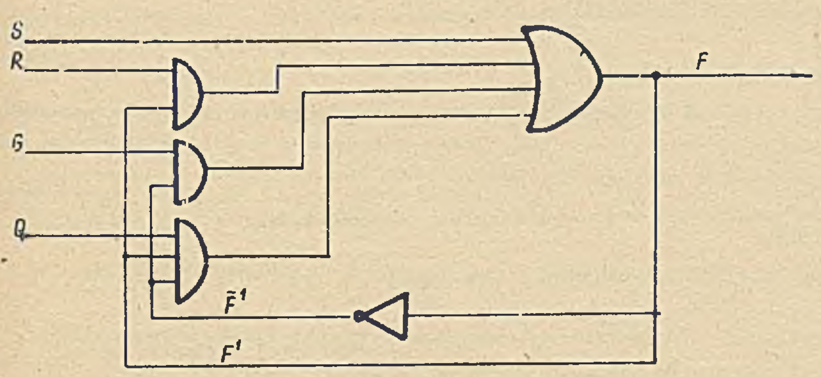
3. Uogólniona funkcja przenoszenia i jej operatory charakterystyczne [2]

Definicja 3.1

Funkcję postaci $F = S + R.F^1 + G.\overline{F}^1 + Q.F^1.\overline{F}^1$ nazywamy uogólnioną funkcją przenoszenia z dominacją ustawiania, przy czym odpowiednie wyrażenia mnogościowe noszą nazwy:

S – człon ustawiający,
R – człon pamiętający,
G – człon generujący,
Q – człon quasi – wymuszenia zerowego.

Tak określony automat jest modelem układu rzeczywistego z dominacją ustawienia (rys. 2):



Rys. 2. Automat odpowiadający uogólnionej funkcji przenoszenia z dominacją ustawiania

Definicja 3.2

Niech:

$$F = S + R.F^1 + G.\bar{F}^1 + Q.F^1.\bar{F}^1$$

Operatorem zerowania nazywamy operator r taki, że:

$$rF = \overline{nS} \cap \overline{nR} \cap \overline{nG} \cap \overline{nQ}$$

Operatorem ustawiania nazywamy operator s taki, że:

$$sF = pS$$

Operatorem pamięci nazywamy operator m taki, że:

$$mF = \overline{nS} \cap pR \cap \overline{nG}$$

Operatorem generacji nazywamy operator g taki, że:

$$gF = \overline{nS} \cap \overline{nR} \cap pG$$

Operatorem quasi-wymuszenia zera nazywamy operator q taki, że:

$$qF = \overline{nS} \cap \overline{nR} \cap \overline{nG} \cap pQ$$

Operatorem quasi-wymuszenia jedynki nazywamy operator mg taki, że:

$$mgF = \overline{nS} \cap pR \cap pG$$

Analogicznie można zdefiniować uogólnioną funkcję przenoszenia z dominacją zerowania oraz jej operatory charakterystyczne.

4. Opis zjawisk hazardowych [2]

Definicja 4.1

Operatorem Δ wyszukującym w słowie W impulsy dodatnie nazywamy operator, który przyjmuje wartość jeden w takcie z impulsem dodatnim, zaś zero w takcie bez takiego impulsu.

Definicja 4.2

Idealizacjami operatorów r, s, m, mg, q są odpowiednio: R_i, S_i, M_i, MG_i, Q_i.

Idealizacja polega tu na przyjęciu zerowych opóźnień dla słowa i zapisaniu go zgodnie z wymogami klasycznej metody mnogościowej.

Definicja 4.3

Operatorem hazardu krytycznego ustawiającego nazywamy operator H_s taki, że:

$$H_sF = R_i^1 F\cap M_iF\cap\Delta(sF)$$
$$\cup R_i^2 F\cap M_i^1 F\cap M_i F\cap \Delta(sF)\cup\ldots\cup$$
$$\cup R_i^n F\cap M_i^{n-1} F\cap M_i^{n-2} F\cap\ldots\cap M_i^1 F\cap M_iF\cap \Delta(sF)$$

gdzie n - maksymalna liczba przyległych taktów pamięci.

Definicja 4.4

Operatorem hazardu krytycznego zerującego nazywamy operator H_R taki, że:

$$H_R F = S_i^1 F\cap M_i F\cap \Delta(rF)\cup$$
$$\cup S_i^2 F\cap M_i^1 F\cap M_iF\cap \Delta(rF)\cup\ldots\ldots\cup$$
$$\cup S_i^n F\cap M_i^{n-1} F\cap M_i^{n-2} F\cap\ldots\ldots\cap M_i^1 F\cap M_i F\cap \Delta(rF)$$

gdzie n - maksymalna liczba przyległych taktów pamięci.

Oprócz hazardów zdeterminowanych H_S, H_R istnieją przypadki hazardów krytycznych, które mogą być przyczyną przekłamań. Wykrywa je operator hazardu nieokreślonego H_{IND}.

Definicja 4.5

Operatorem hazardu krytycznego nieokreślonego nazywamy operator H_{IND} taki, że:

$$H_{IND}\, F = \left[\Delta(gF \cup mgF \cup qF) \cup Q_i^1\, F \cup G_i^1 F \cup MG_i^1 F\right] \cap M_i F$$

Definicja 4.6

Operatorem hazardu przejściowego nazywamy operator H_{ST} taki, że:

$$H_{ST}\, F = \Delta\,(sF \cup rF \cup gF \cup qF \cup mgF) \cap C\,(M_i F)$$

gdzie C – dopełnienie jedynkowe.

Rzeczywiste przebiegi hazardów $H_S F$ oraz $H_R F$ oznaczamy przez $h_s F, h_r F$. Wyznaczamy je z zależności:

$$h_r F = H_R F \cap \delta(rF)$$

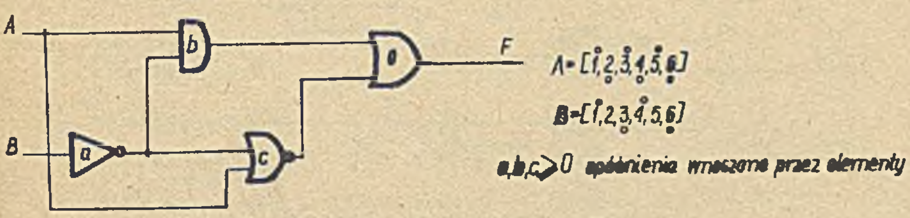
$$h_s F = H_S F \cap \delta(sF)$$

gdzie operator δ wybiera z danego przebiegu wyłącznie impulsy.

5. Analiza wybranych automatów

Przykład 5.1.

Zbadać możliwość wystąpienia impulsów pasożytniczych na wyjściu komparatora przy danych przebiegach wejściowych (rys. 3):



Rys. 3. Automat do przykładu 5.1

a) wyznaczamy funkcję przenoszenia komparatora:

$$F = \left[A \cdot \overline{B}^{(a)}\right]^{(b)} + \overline{\left[\overline{B}^{(a)} + A\right]^{(c)}} = A^{(b)} \cdot \overline{B}^{(a+b)} + B^{(a+c)} \cdot \overline{A}^{(c)} =$$

$$= pA^{(b)} \cap \overline{nB}^{(a+b)} \cup pB^{(a+c)} \cap \overline{nA}^{(c)} \cup \overline{C}$$

b) obliczamy słowo wyjściowe wstawiajac A i B do F:

$$F = \left[\overset{b}{1}, \underset{b}{2}, \overset{b}{3}, \underset{b}{4}, \overset{b}{5}, \underset{b}{6}\right] \cap \left[\underset{a+b}{1}, \overset{a+b}{3}, \underset{a+b}{4}, \overset{a+b}{6}\right] \cup \left[\overset{a+c}{1}, 2, \underset{a+c}{3}, \overset{a+c}{4}, 5, \underset{a+c}{6}\right]$$

$$\cap \left[\underset{c}{1}, \overset{c}{2}, \underset{c}{3}, \overset{c}{4}, \underset{c}{5}, \overset{c}{6}\right] \cup \bar{C} = \left[\overset{b}{p1} \cap p\, \underset{a+b}{1}, \overset{a+b}{3}, \underset{b}{4}\right] \cup \left[\overset{c}{2}, \underset{c}{3}, \overset{a+c}{4}, \underset{c}{5}, \overset{c}{p6} \cap \underset{a+c}{6}\right] \cup \bar{C} =$$

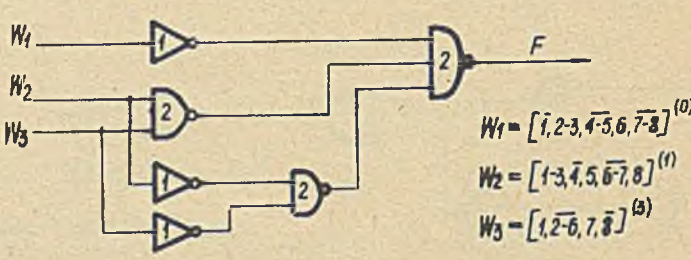
$$= \left[\overset{b}{1} \cdot \underset{a+b}{1}, \overset{c}{2}, \overset{a+b}{3} + \underset{c}{3}, \overset{a+c}{4} + \underset{b}{4}, \underset{c}{5}, \overset{c}{6} \cdot \underset{a+c}{6}\right]$$

c) wnioski dotyczące impulsów pasożytniczych

Takt	Warunek wystąpienia impulsu pasożytniczego	Rodzaj impulsu
1	$a > 0$	dodatni
3	$c < a+b$	ujemny
4	$b < a+c$	ujemny
6	$d > 0$	dodatni

Przykład 5.2

Dany jest automat, którego schemat podano na rys. 4. Wartości opóźnień wpisano w symbole elementów (patrz przykład 4.3, s. 71 pracy [12]). Dla danych słów wejściowych W_1, W_2, W_3 obliczyć F układu idealnego oraz rzeczywistego.



Rys. 4. Automat do przykładu 5.2

a) Traktując układ jako idealny wyznaczamy jego funkcję przenoszenia F_{id} przy użyciu metody klasycznej:

$$F_{id} = \overline{\overline{W}_1 \cdot \overline{W_2 \cdot W_3} \cdot \overline{\overline{W}_2 \cdot \overline{W}_3}} = W_1 + W_2 \cdot W_3 + \overline{W}_2 \cdot \overline{W}_3 =$$

$$= pW_1 \cup pW_2 \cap pW_3 \cup nW_2 \cap nW_3 \cup \bar{C}$$

b) Obliczamy za pomocą metody klasycznej słowo wyjściowe F_{id}:

$$F_{id} = [2-3,6] \cup [1-3,5,8] \cap [1,7] \cup [4,6-7] \cap [2-6,8] \cup \bar{C} =$$

$$= [2-3,6] \cup [1] \cup [4,6] \cup \bar{C} = [1-4,6] \cup \bar{C} = [1-4,\bar{5},6,\overline{7-8}]$$

c) Funkcję przeniesienia układu rzeczywistego otrzymujemy przez wpisanie znanych opóźnień sygnałów do funkcji F_{id}:

$$F = pW_1^{(3)} \cup pW_2^{(4)} \cap pW_3^{(4)} \cup \overline{nW}_2^{(5)} \cap \overline{nW}_3^{(5)} \cup \bar{C}$$

d) Słowa wejściowe zapisujemy zgodnie z wymogami metody parametrycznej:

$$W_1 = [\bar{1}, \overset{\bullet}{2}, 3, \underset{\bullet}{4}, \bar{5}, \overset{\circ}{6}, \underset{\circ}{7}, \bar{8}], \qquad W_2 = [1-3, \underset{|}{4}, \overset{1}{5}, \underset{|}{6}, \bar{7}, \overset{1}{8}]$$

$$W_3 = [1, \underset{3}{2}, \overline{3-6}, 7, \overset{3}{\underset{5}{8}}]$$

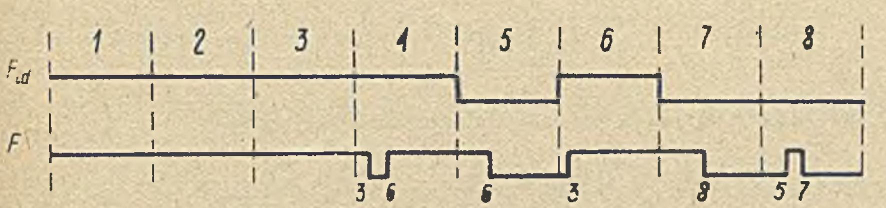
e) Obliczamy słowo wyjściowe automatu rzeczywistego:

$$F = [\overset{3}{2}, 3, \underset{3}{4}, \overset{3}{6}, \underset{3}{7}] \cup [1-3, \underset{5}{4}, \overset{5}{5}, \underset{5}{6}, \overset{5}{8}] \cap [1, \underset{7}{2}, \overset{7}{7}, \underset{7}{8}] \cup [\overset{6}{4}, \underset{6}{5}, \overset{6}{6}, 7, \underset{6}{8}] \cap$$

$$\cap [\overset{8}{2}, 3-6, \underset{8}{7}, \overset{8}{8}] \cup \bar{C} = [\overset{3}{2}, 3, \underset{3}{4}, \overset{3}{6}, \underset{3}{7}] \cup [1, \underset{7}{2}, \overset{5}{p8} \cap \underset{7}{p8}] \cup [\overset{\circ}{4}, \underset{6}{5}, \overset{6}{6}, \underset{8}{7}] \cup \bar{C} =$$

$$= [1, 2, 3, \underset{3}{4} + \overset{6}{4}, \underset{6}{5}, \overset{3}{6}, \underset{8}{7}, \overset{5}{8}, \underset{7}{8}] = [1-3, \overset{6}{\underset{3}{4}}, \underset{6}{5}, \overset{3}{6}, \underset{8}{7}, \overset{5}{\underset{7}{8}}]$$

f) Przedstawiamy oba słowa w sposób pokazany na rys. 5.



Rys. 5. Słowo wyidealizowane i rzeczywiste z przykładu 5.2

Przykład 5.3

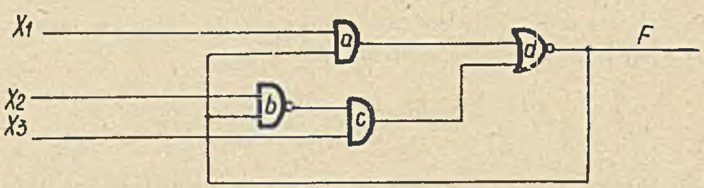
Dokonać analizy układu podanego na rys. 6 przy zadanych słowach wejściowych [10]:

Przyjmijmy bez szkody dla całości analizy, że opóźnienia spełniają warunek a,b,c $\geq$ 0, d=0.

$$X_1 = [0011\ \ 0010\ \ 1000] = [\overline{1-2}, \overset{\circ}{3}, 4, \underset{\circ}{5}, \overline{6}, \overset{\circ}{7}, \underset{\circ}{8}, \overset{\circ}{9}, \underset{\circ}{10}, \overline{11-12}]$$

$$X_2 = [1000\ \ 1111\ \ 0110] = [1, \underset{\circ}{2}, \overline{3-4}, \overset{\circ}{5}, 6-8, \underset{\circ}{9}, \overset{\bullet}{10}, 11, \underset{\circ}{12}]$$

$$X_3 = [1110\ \ 1111\ \ 101\emptyset] = [1-3, \underset{\circ}{4}, \overset{\circ}{5}, 6-9, \underset{\circ}{10}, \overset{\circ}{11}, \underset{\circ}{12}\emptyset]$$



Rys. 6. Automat do przykładu 5.3

a) Wyznaczamy uogólnioną funkcję przenoszenia układu:

$$F = \overline{X_1^{(a)}\ F^{1(a)} + (\overline{X^{(b)} \cdot F^{1(b)}} + X_3}\,)^{(c)} =$$

$$= (\overline{X}_1^{(a)} + \overline{F}^{1(a)}) \cdot (X_2^{(b+c)} \cdot F^{1(b+c)} + \overline{X}_3^{(c)}) =$$

$$= \overline{X}_1^{(a)} . \overline{X}_3^{(c)} + \overline{X}_1^{(a)} . X_2^{(b+c)} . F^{1(b+c)} + \overline{X}_3^{(c)} . \overline{F}^{1(a)} + \overline{X}_2^{(b+c)} . F^{1(b+c)} . \overline{F}^{1(a)}$$

$S = \overline{X}_1^{(a)} . \overline{X}_3^{(c)}$ $\qquad pS = \overline{nX}_1^{(a)} \cap \overline{nX}_3^{(c)}$ $\qquad \overline{nS} = pX_1^{(a)} \cup pX_3^{(c)}$

$R = \overline{X}_1^{(a)} . X_2^{(b+c)}$ $\qquad pR = n\overline{X}_1^{(a)} \cap pX_2^{(b+c)}$ $\qquad \overline{nR} = pX_1^{(a)} \cup \overline{nX}_2^{(b+c)}$

$G = \overline{X}_3^{(c)}$ $\qquad pG = \overline{nX}_2^{(c)}$ $\qquad \overline{nG} = pX_3^{(c)}$

$Q = X_2^{(b+c)}$ $\qquad pQ = pX_2^{(b+c)}$ $\qquad \overline{nQ} = \overline{nX}_2^{(b+c)}$

b) Wyznaczamy wartości operatorów charakterystycznych:

$$sF = pS = [1-2, \underset{a}{3}, \overset{a}{5}, 6, \underset{a}{7}, \overset{a}{8}, \underset{a}{9}, \overset{a}{10}, 11-12] \cap [\overset{c}{4}, \underset{c}{5}, \overset{c}{10}, \underset{c}{11}, \overset{c}{12}\,\Phi] =$$

$$= [\overset{a}{p5} \cap \underset{o}{p5}, \overset{Mac}{10}, \underset{c}{11}, \overset{c}{12}\,\emptyset]$$

$$rF = \overline{nS} \cap \overline{nR} \cap \overline{nG} \cap \overline{nQ} = (pX_1^{(a)} \cup pX_3^{(c)}) \cap (pX_1^{(a)}\ \overline{nX}_2^{(b+c)}) \cap pX_3^{(c)} \cap \overline{nX}_2^{(b+c)} =$$

$$= (pX_1^{(a)} \cup \overline{nX}_2^{(b+c)}) \cap pX_3^{(c)} \cap \overline{nX}_2^{(b+c)} = \overline{nX}_2^{(b+c)} \cap pX_3^{(c)} =$$

$$= \left[\overset{b+c}{2},\ 3\text{-}4,\ \underset{b+c}{5},\ \overset{b+c}{9},\ \underset{b+c}{10},\ \overset{b+c}{12}\right] \cap \left[1\text{-}3,\ \underset{c}{4},\ \overset{c}{5},\ 6\text{-}9,\ \underset{c}{10},\ \overset{c}{11},\ \underset{o}{12}\ \emptyset\right] =$$

$$= \left[\overset{b+c}{2},\ 3,\ \underset{c}{4},\ \overset{c}{p5} \cap \underset{b+c}{p5},\ \overset{b+c}{9},\ \underset{c}{10}\right]$$

$$mF = nS \cap pR \cap \overline{nG} = (pX_1^{(a)} \cup pX_3^{(c)}) \cap \overline{nX}_1^{(a)} \cap pX_2^{(b+c)} \cap pX_3^{(c)} =$$

$$= \overline{nX}_1^{(a)} \cap pX_2^{(b+o)} \cap pX_3^{(c)} =$$

$$= \left[1\text{-}2,\ \underset{a}{3},\ \overset{a}{5},\ o,\ \underset{a}{7},\ \overset{a}{8},\ \underset{a}{9},\ \overset{a}{10},\ 11\text{-}12\right] \cap \left[1,\ \underset{b+c}{2},\ \overset{b+c}{5},\ 6\text{-}8,\ \underset{b+c}{9},\right.$$

$$\left.\overset{b+c}{10},\ 11,\ \underset{b+c}{12}\right] \cap$$

$$\cap \left[1\text{-}3,\ \underset{c}{4},\ \overset{c}{5},\ 6\text{-}9,\ \underset{c}{10},\ \overset{c}{11},\ \underset{c}{12}\ \emptyset\right] = \left[1,\ \underset{b+c}{2},\ \overset{M(a,b+c)}{5},\ 6,\ \underset{a}{7},\ \overset{a}{8},\ \underset{m(a,b+c)}{9}\right.$$

$$\left.\overset{c}{11},\ \underset{o}{12}\ \emptyset\right]$$

$$gF = \overline{nS} \cap \overline{nR} \cap \overline{pG} = (pX_1^{(a)} \cap pX_3^{(c)}) \cap (pX_1^{(a)} \cup \overline{nX}_2^{(b+c)}) \cap \overline{nX}_3^{(c)} =$$

$$= \overline{pX}_1^{(a)} \cap \overline{nX}_3^{(c)} = \left[\overset{a}{3},\ 4,\ \underset{a}{5},\ \overset{a}{7},\ \underset{a}{8},\ \overset{a}{9},\ \underset{a}{10}\right] \cap \left[\overset{c}{4},\ \underset{c}{5},\ \overset{c}{10},\ \underset{c}{11},\ \overset{c}{12}\ \emptyset\right] =$$

$$= \left[\overset{c}{4},\ \underset{mac}{5},\ \overset{c}{p10} \cap \underset{a}{p10}\right]$$

$$mgF = \overline{nS} \cap pR \cap pG = (pX_1^{(a)} \cup pX_3^{(c)}) \cap \overline{nX}_1^{(a)} \cap pX_2^{(b+c)} \cap \overline{nX}_3^{(c)} = \Lambda$$

$$qF = \overline{nS} \cap \overline{nR} \cap \overline{nG} \cap pQ = pX_1^{(a)} \cap pX_2^{(b+c)} \cap pX_3^{(c)} = \left[\overset{a}{3},\ 4,\ \underset{a}{5},\ \overset{a}{7},\ \underset{a}{8},\ \overset{a}{9},\ \underset{a}{10}\right] \cap$$

$$\cap \left[1,\ \underset{b+c}{2},\ \overset{b+c}{5},\ 6\text{-}8,\ \underset{b+c}{9},\ \overset{b+c}{10},\ 11,\ \underset{b+c}{12}\right] \cap \left[1\text{-}3,\ \underset{c}{4},\ \overset{c}{5},\ 6\text{-}9,\ \underset{c}{10},\ \overset{c}{11},\ \underset{c}{12}\ \emptyset\right] =$$

$$= \left[\overset{b+c}{p5} \cap \underset{a}{p5},\ \overset{a}{7},\ \underset{a}{8},\ \overset{a}{p9} \cap \underset{b+c}{p9},\ \overset{b+c}{p10} \cap \underset{mac}{p10}\right]$$

c) Wyznaczamy wartości operatorów hazardowych:

$$R_1F = [2,3,9] \qquad MG_1F = \Lambda$$
$$S_1F = [10,\ 12\emptyset] \qquad Q_1F = [7]$$
$$M_1F = [1,5,6,8,11,12\emptyset] \qquad G_1F = [4]$$
$$\Delta(sF) = [5] \qquad \Delta(rF) = [5]$$

Obliczamy $H_S F$ oraz $H_R F$ pamiętając, że istnieją dwa przyległe takty pamięci (takt 5 i 6).

$$H_S F = R_1^1F \cap M_1F \cap \Delta(sF) \cup R_1^2F \cap M_1^1F \cap M_1F \cap \Delta(sF) = [3,4,10] \cap [1,5,6,8,11,12\emptyset]$$
$$\cap [5] \cup [4,5,11] \cap [1,2,6,7,9,12,13\emptyset] \cap [1,5,6,8,11,12\emptyset] \cap [5] = \Lambda$$

$$H_R F = S_1^1F \cap M_1F \cap \Delta(rF) \cup S_1^2F \cap M_1^1F \cap M_1F \cap \Delta(rF) = [11,13\emptyset] \cap$$
$$\cap [1,5,6,8,11,12\emptyset] \cap [5] \cup [12,14\emptyset] \cap [1,2,6,7,9,12,13\emptyset] \cap [1,5,6,8,11,12\emptyset] \cap [5] = \Lambda$$

$$H_{IND}F = [\Delta(gF \cup mgF \cup qF) \cup Q_1^1F \cup G_1^1F \cup MG_1^1F] \cap M_1F =$$
$$= \{[5,9,10] \cup [8] \cup [5]\} \cap [1,5,6,8,11,12\emptyset] = [5,8]$$

$$H_{ST}F = \Delta(sF \cup rF \cup gF \cup qF \cup mgF) \cap (M_1F) = [5,9,10] \cap [2-4,7,9-10,12\emptyset] = [9,10]$$

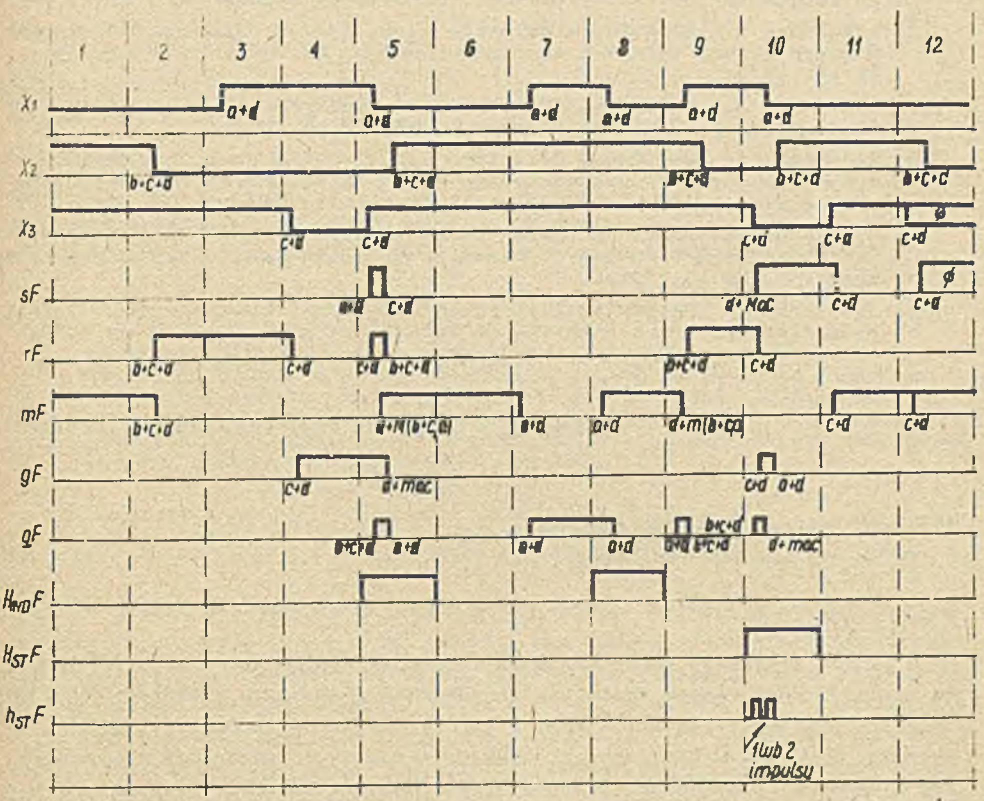
$$H_{st}F = H_{ST}F \cap \delta(sF \cup rF \cup gF \cup mgF \cup qF) = [10]\left[\overset{a}{p5} \cap \underset{c}{p5} \cup \overset{c}{p5} \cap \underset{b+c}{p5},\ \overset{b+c}{p5} \cap \underset{a}{p5},\right.$$
$$\left.\overset{a}{p9} \cap \underset{b+c}{p9},\ \overset{c}{p10} \cap \underset{a}{p10} \cup \overset{b+c}{p10} \cap \underset{mac}{p10}\right] = \left[\overset{c}{p10} \cap \underset{a}{p10} \cup p10 \cap \underset{mac}{p10}\right]$$

d) Interpretacja graficzna otrzymanych wyników (rys. 7).

6. Uwagi końcowe

Proponowana metoda daje możliwość precyzyjnej analizy dowolnego automatu asynchronicznego, zarówno pod kątem stanu automatu, jak również zjawisk hazardowych. Metoda parametryczna posiada istotną własność wykrywania tylko tych hazardów, które rzeczywiście występują przy założonej klasie słów (ciągów wektorów) wejściowych.

Prezentowana metoda będzie systematycznie rozwijana i udoskonalana. Przewiduje się również w najbliższym czasie opracowanie jej implementacji komputerowej w celu stworzenia systemu wspomagania prac projektowych.



Rys. 7. Przebiegi czasowe sygnałów z przykładu 5.3

LITERATURA

[1] Białas A.: Mnogościowa metoda analizy układów kombinacyjnych uwzględniająca opóźnienia i deformacje sygnałów logicznych - metoda parametryczna. Komunikaty Naukowe ISS, nr 71, 1981.

[2] Białas A.: Funkcja przenoszenia a problemy analizy i syntezy automatu sekwencyjnego. Komunikaty Naukowe ISS, Nr 72, 1981.

[3] Badura D., Hławiczka A.: Równoległa detekcja hazardów krytycznych za pomocą mnogościowego ujęcia algebry wielowartościowej. Komunikaty Naukowe ISS, Nr 31, 1978.

[4] Badura D., Hławiczka A.: Parallel Detection of Critical Hazards in Lopp Gate-type Asynchronous Sequential Switching Circuit, Komunikaty Naukowe ISS, Nr 34, 1979.

[5] Breuer M.A., Harrison R.L.: Procedures for Eliminating Static and Dynamic Hazards in Test Generation. IEEE Transaction on Computers.October 1974, vol. C-23, No 10.

[6] Fantuzzi G.: An Algebraic Model for the Analysis of Logical Circuits, IEEE Transaction on Computer, June 1974, vol. C-23, No 6.

[7] Hławiczka A.: A new Approach to Analysis of Steady - State Hazards in Sequential Switching circuit. Komunikaty Naukowe ISS, Nr 2, 1977.

[8] Hławiczka A.: Równoległa detekcja i lokalizacja hazardów krytycznych w bezpętlowych układach asynchronicznych. Komunikaty Naukowe ISS, Nr 12, 1978.

[9] Hławiczka A., Badura D.: Multi-valued Algebra to Diagnostic of Critical Hazards. Komunikaty Naukowe ISS, Nr 25, 1978.

[10] Hławiczka A., Kołodziej J., Stoch S.: Równoległa analiza układów asynchronicznych z uwzględnieniem detekcji hazardów krytycznych, hazardów przejściowych i oscylacji. Komunikaty Naukowe ISS Nr 36,1979.

[11] Hławiczka A.; Badura D.: Równoległa analiza hazardów krytycznych w pętlowych asynchronicznych układach przełączających. Komunikaty Naukowe ISS, Nr 60, 1980.

[12] Kossowski W.: Metoda analizy sygnałów i układów logicznych w ujęciu mnogościowym. Prace Naukowe ISS Seria: Monografia, Katowice 1978.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Andrzej Grzywak

МЕТОД АНАЛИЗА АСИНХРОННЫХ АВТОМАТОВ С УЧЕТОМ ЗАПАЗДЫВАНИЯ СИГНАЛОВ И ЕГО СВОЙСТВА

Р е з ю м е

В работе предложен новый метод анализа асинхронных автоматов, основанный на использованию теории множеств, учитывающий деформацию и запаздывание сигналов в реальных звеньях. Метод, в работе названный параметрическим, использует обобщенную передаточную функцию автомата с учетом характеристических и азартных операторов. Теоретические выкладки иллюстрированные многими конкретными примерами.

A SET THEORY METHOD OF ASYNCHRONOUS AUTOMATA ANALYSIS CONSIDERING THE SIGNAL DELAYS AND DELAY CONSEQUENCES

S u m m a r y

The paper presents a new method of analysis of asynchronous automata, based on the set theory. The method takes into consideration signal delays and deformations in real circuit. The method - called parametrical - is based on the concept of generalized transmission function as well as of characteristic and hazard operators, that can fully describe automata. The theoretical basis of the parametrical method is illustrated by some examples.