ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1982

Seria: AUTOMATYKA z. 65 Nr kol. 738

Ryszard GESSING

Politechnika Śląska

DWUPOZIOMOWE HIERARCHICZNE STEROWANIE STATYSTYCZNIE OPTYMALNYM ROZDZIAŁEM ZASOBÓW[1)]

Część I. PODSTAWOWE PROBLEMY W PRZYPADKU SYSTEMÓW STATYCZNYCH

Streszczenie. W części I pracy rozpatrywana jest dwupoziomowa struktura sterowania optymalnym rozdziałem zasobów w dużym systemie statycznym, przy niepełnej informacji. Zakłada się, że poszczególne punkty decyzyjne wyższego i niższego poziomu posiadają różną informację. Przedstawia się metodę wyznaczania optymalnych strategii sterowania dla poszczególnych punktów decyzyjnych, dla których uśredniony wskaźnik jakości całego systemu przyjmuje minimalną wartość. Pokazuje się mianowicie, że dla rozpatrywanego przypadku możliwa jest dekompozycja obliczeń i realizacji sterowania.

1. WSTĘP

W literaturze można znaleźć wiele pozycji dotyczących optymalizacji sterowania realizowanego w strukturze hierarchicznej, a także metod dekompozycji i koordynacji, przy czym w wielu pracach stosowane jest podejście deterministyczne [2,6]. W przypadku niepełnej informacji stosowane jest także podejście probabilistyczne [4,5].

W niniejszej pracy, podobnie jak w [4], autor zakłada, że punkty decyzyjne wyższego i niższego poziomu posiadają różną informację. Punkt decyzyjny wyższego poziomu posiada informację, która jest istotna dla całego systemu, a punkty decyzyjne niższego poziomu - bardziej szczegółową informację, która jest istotna dla poszczególnych podsystemów. O ile praca [4] dotyczy zagadnienia stochastycznie optymalnego rozdziału zasobów w systemie statycznym, to w pracy [5] przedstawiona jest pierwotna, niedoskonała jeszcze wersja metody dla systemów dynamicznych.

W części I niniejszej pracy ograniczono się do przypadku, gdy system jest statyczny i dzieli się zasoby, których wartość średnia jest równa zadanej wartości $\bar{q}$.

[1)] Praca wykonana w ramach kierunku 01 Problemu Rządowego PR-7, koordynowanego przez Instytut Inżynierii Środowiska Politechniki Warszawskiej. Wygłoszona w postaci referatu na Seminarium Instytutu Automatyki Politechniki Śląskiej.

W części II pracy rozważany jest przypadek liniowego systemu i kwadratowego wskaźnika jakości dla problemu podobnego jak w części I. Rozpatruje się tam również przypadek dynamicznego rozdziału zasobów w systemie statycznym, przy czym dynamika wynika z pojemności magazynu.

Do rozwiązywania rozpatrywanych problemów stosowana jest metoda programowania dynamicznego w wersji stochastycznej.

2. Opis problemu pierwotnego

Będziemy rozważać system statyczny złożony z M podsystemów, z których każdy opisywany jest równaniem

$$y^i = f^i(u^i, w^i), \quad i = 1,2,\ldots,M \tag{1}$$

gdzie: y^i, u^i, w^i oznaczają odpowiednio wektory wyjścia sterowania i zakłócenia i-tego podsystemu, a f^i – określone funkcje swoich argumentów.

Pierwotny wskaźnik jakości wyrażający straty w całym systemie, które chcielibyśmy minimalizować, ma postać

$$I = \sum_{i=1}^{M} L^{*i}(y^i, u^i, z^{*i}) \tag{2}$$

gdzie: L^{*i} – określone funkcje skalarne swoich argumentów, a z^{*i} – wektory zmiennych losowych, które mogą reprezentować na przykład zapotrzebowania na zasoby w i-tym podsystemie.

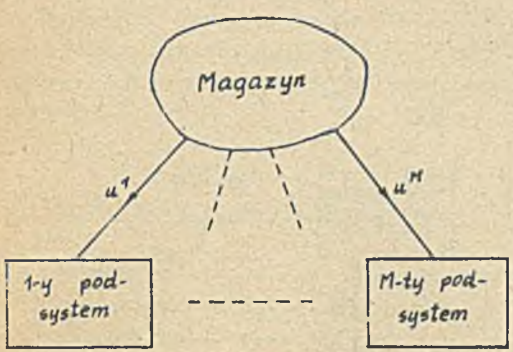
Podstawiając (1) do (2) możemy pierwotny wskaźnik jakości przedstawić w postaci

$$I = \sum_{i=1}^{M} L^i(u^i, z^i) \tag{3}$$

gdzie: L^i – funkcje skalarne powstające w oczywisty sposób z funkcji L^{*i} i f^i, a $z^i = \left[z^{*iT}, w^{iT}\right]^T$. Zakładamy, że wielkości u^i nie mają wpływu na zmienne losowe z^j, $i \neq j, i,j = 1,2,\ldots,M$.

Zakładamy dalej, że zasoby wielkości sterujących u^i są ograniczone. Niechaj wektor $\bar{q}$ określa ograniczenie przydziału zasobów dla całego systemu. Chcielibyśmy, aby sumaryczny przydział zasobów $\sum_{i=1}^{M} u^i$ dla całego systemu był równy $\bar{q}$. Rozpatrywanie wielkości u^i oraz $\bar{q}$ w postaci wektorów oznacza, że prezentowana teoria może być stosowana w przypadku, gdy dzielone zasoby mają kilka składników reprezentowanych przez składowe tych wektorów. Można zauważyć, że nie ma istotnej różnicy w rozważaniach pomiędzy przypadkiem, gdy u^i jest wektorem i skalarem.

Zakładamy, że zasoby znajdują się w jednym lub kilku magazynach, przy czym transport zasobów pomiędzy magazynami i również do poszczególnych podsystemów odbywa się bez ograniczeń (rys. I.1). Oznacza to, że nie nakłada się żadnych dodatkowych ograniczeń na wielkości u^i.



Rys. I.1. Struktura przepływu zasobów w przypadku jednego magazynu

Rozwiązanie problemu pierwotnego, polegające na znalezieniu sterowań u^i, dla których pierwotny wskaźnik jakości przyjmuje minimalną wartość i spełnione są ograniczenia, jest w przypadku niepełnej informacji niemożliwe.

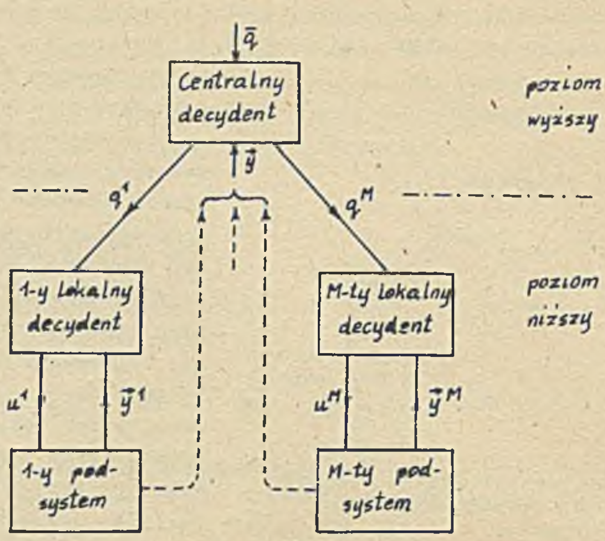
Sformułowanie problemu wtórnego, który będzie możliwy do rozwiązania, zależeć będzie zarówno od dostępnej informacji, jak i od zaproponowanej struktury układu sterowania.

3. Struktura systemu sterowania i dostępna informacja

Zakładamy, że decyzje o rozdziale zasobów będą podejmowane na dwóch poziomach. W punkcie decyzyjnym wyższego poziomu będą podejmowane decyzje o wstępnym rozdziale zasobów pomiędzy poszczególne podsystemy, a w punktach decyzyjnych niższego poziomu - decyzje o ostatecznym przydziale zasobów dla każdego z M podsystemów (rys. I.2).

Zakładamy, że w każdym punkcie decyzyjnym informacja o systemie składa się z dwóch składników. Pierwszy wynika z doświadczeń w przeszłości i jest dany w postaci odpowiednich rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych losowych, drugi - wynika z pomiarów wykonywanych w systemie. Zakładamy więc, że z każdym punktem decyzyjnym niższego poziomu dla i-tego podsystemu związany jest wektor bieżącej informacji $\bar{y}^i$, którego składowe mogą wynikać z pomiarów. Z punktem decyzyjnym wyższego poziomu związany jest wektor $\bar{y}$. Wektory $\bar{y}^i$ zawierają bardziej szczegółową informację dotyczącą i-tego podsystemu, a wektor $\bar{y}$ - zawiera informację istotną dla całego systemu i nie zawiera pewnych składowych występujących w wektorach $\bar{y}^i$, które to składowe tworzą wektor oznaczony przez $\bar{y}^i$.

Zakładamy, że wzajemne relacje pomiędzy wektorami $\bar{y}$ i $\bar{y}^i$, $i = 1,2,..,M$ są takie, że znajomość wartości składowych wektora $\bar{y}^i$ wystarcza do jednoznacznego określenia wartości tych składowych wektora $\bar{y}$, które niosą informacje o wielkościach $\bar{y}^i, z^i$ i mają bezpośrednio istotne znaczenie dla sterowania i-tym podsystemem. Takie bezpośrednio istotne znaczenie ma-



Rys. I.2. Struktura układu sterowania i przepływu informacji

ją te składowe wektora $\bar{y}$, od których zależą warunkowe rozkładu zmiennych losowych $\bar{y}^i$, z^i (podług których przeprowadzana jest operacja uśredniania warunkowego na niższym poziomie bezpośrednio przed operacją minimalizacji względem u^i, przy rozwiązywaniu problemu)[2]. Zakładamy również, że składowe wektorów $\bar{y}, \bar{y}^i$, $i = 1,2,\ldots,M$ wybrane są w ten sposób, że możliwe jest określenie funkcji warunkowego rozkładu prawdopodobieństwa, potrzebnych do wykonania występujących dalej operacji uśredniania. I jeszcze zakładamy, że decyzje u^i, $i = 1,2,\ldots,M$ nie mają wpływu na wektory $\bar{y}, \bar{y}^i$, $i = 1,2,\ldots,M$.

Oznaczamy przez q^i wstępny przedział zasobów przyznanych i-temu podsystemowi przez punkt decyzyjny wyższego poziomu. Wielkość q^i stanowi ocenę wielkości u^i przy decyzjach optymalnych, wyznaczoną przy wykorzystaniu informacji wyższego poziomu. Rodzaj stosowanej oceny powinien być w zasadzie dostosowany do postaci funkcji występujących we wskaźniku jakości (3). Ponieważ takie dostosowanie jest trudne, w dalszych rozważaniach będziemy stosowali najczęściej używaną ocenę w postaci warunkowej wartości oczekiwanej. Zakładamy zatem, że

$$q^i = E_{|\bar{y}}\, u^i, \qquad i = 1,2,\ldots,M, \tag{4}$$

gdzie $E_{|\bar{y}}$ oznacza operację warunkowego uśredniania przy zadanym $\bar{y}$.

[2] Patrz również punkt 5 niniejszej pracy.

Decyzje o wielkościach q^i są wypracowywane na wyższym poziomie. Wielkości te odgrywają rolę zmiennych koordynujących. Decyzje o ostatecznym przydziale zasobów u^i są wypracowywane w punktach decyzyjnych niższego poziomu. Ograniczenie (4) pozostawia pewną swobodę w wyborze decyzji u^i punktom decyzyjnym niższego poziomu, które od wyższego poziomu otrzymują wytyczne w postaci wielkości q^i. Dzięki tej "swobodzie" punkty decyzyjne niższego poziomu mogą lepiej wykorzystać swoją bardziej szczegółową informację.

4. Sformułowanie problemu wtórnego

Niechaj $\bar{Y}^i$, $\bar{Y}$, Q^i, U^i oznaczają zbiory odpowiednio wektorów $\bar{y}^i, \bar{y}, q^i$, u^i. Zakładamy, że zbiór U^i jest zbiorem wypukłym oraz $Q^i \subset U^i \subset R^r$, gdzie r oznacza wymiar wektorów q^i i u^i.
Przez dopuszczalne strategie sterowania i-tego, i = 1,2,...,M, punktu decyzyjnego niższego poziomu oraz punktu decyzyjnego wyższego poziomu będziemy rozumieć odpowiednio zbiory funkcji $u^i = a^i(\bar{y}^i q^i)$ oraz $q^i = b^i(\bar{y})$, $i = 1,2,\dots,M$, z których każda odwzorowuje odpowiedni zbiór $\bar{Y}^i \times Q^i$ oraz $\bar{Y}$ na odpowiednie zbiory U^i oraz Q^i. Zakładamy przy tym, że funkcje te spełniają ograniczenia

$$b^i(\bar{y}) = E_{|\bar{y}}\, a^i\left[\bar{y}^i, b^i(\bar{y})\right], \quad i = 1,2,\dots,M, \tag{5}$$

$$\sum_{i=1}^{M} b^i(\bar{y}) = \bar{q}, \tag{6}$$

oraz że wtórny wskaźnik jakości o postaci

$$\bar{I}(a,b) = E\sum_{i=1}^{M} L^i\left\{a^i\left[\bar{y}^i, b^i(\bar{y})\right],\ z^i\right\}, \tag{7}$$

gdzie $a = \left\{a^1, a^2, \dots, a^M\right\}$, $b = \left\{b^1, b^2, \dots, b^M\right\}$, przyjmuje dla tych funkcji określoną wartość. Ograniczenie (5) będziemy nazywać ograniczeniem elastycznym.

Problem 1 - wtórny

Dla opisanego wyżej systemu, założonej struktury układu sterowania i dostępnej informacji, wśród dopuszczalnych strategii sterowania należy znaleźć strategie optymalne $u^i = a^{i0}(\bar{y}^i, q^i)$ oraz $q^i = b^{i0}(\bar{y})$, i = 1,2,...,M, dla których wtórny wskaźnik jakości (7) przyjmuje minimalną wartość, czyli

$$\bar{I}(a^o, b^o) = \min_{a,b} \bar{I}(a,b) \tag{8}$$

gdzie: $a^o = \left\{a^{10}, a^{20}, \dots, a^{M0}\right\}$, $b^o = \left\{b^{10}, b^{20}, \dots, b^{M0}\right\}$.

Ze sformułowania problemu wtórnego widać, że wyniki rozwiązania tego problemu mogą być stosowane w przypadkach, kiedy w systemie możliwe jest generowanie dostatecznie licznego zbioru realizacji zmiennych losowych (a zatem i decyzji sterujących), dla którego uzasadniono jest stosowanie miary jakości w postaci wartości oczekiwanej (7). Może to mieć miejsce np. wtedy, gdy w systemie powtarza się wielokrotnie potrzeba rozdziału zasobów o wielkości $\bar{q}$.

Należy podkreślić, że przy podejmowaniu decyzji, wynikających ze stosowania strategii optymalnych, w magazynach systemu powinna się znajdować ilość zasobów większa niż $\bar{q}$, która pokryje ewentualnie zwiększone zapotrzebowanie na zasoby. Dla poszczególnych realizacji decyzji może być bowiem $\sum_{i=1}^{M} u_i > \bar{q}$, gdyż sformułowanie problemu wtórnego zapewnia, że tylko $E_{|\bar{y}} \sum_{i=1}^{M} u^i = \bar{q}$. Potrzeba zwiększenia zapasów w magazynie wynikająca z występujących w systemie trudnych do przewidzenia zakłóceń jest znana i stosowana w praktyce.

5. Problem uproszczony i jego rozwiązanie

Niechaj y i w oznaczają wektory zmiennych losowych o określonych wymiarach, a u jest wektorem reprezentującym zmienną decyzyjną. Niechaj Y, W i R^r oznaczają zbiory wartości, które mogą przyjmować te wektory, zatem $y \in Y$, $w \in W$ i $u \in R^r$, gdzie r określa wymiar wektora u. Niechaj $l(y,u,w)$ oznacza zadaną funkcję skalarną wektorów y,u,w. Wprowadzamy także wektor $q \in R^r$ oraz wektor trzeciej zmiennej losowej x. Zakładamy, że zmienne losowe x i y są niezależne od decyzji u, natomiast zmienna w może zależeć od u. Oznaczmy przez $\bar{y}$ wektor zawierający wielkości występujące w y i nie występujące w x. Oznaczamy przez x^* wektor zawierający te składowe wektora x, które niosą informację o wielkościach $\bar{y}$ i w zawartą w x, czyli dla których $p(\bar{y},w|x^*) = p(\bar{y},w|x)$, gdzie $p(\bar{y},w|x^*)$ i $p(\bar{y},w|x)$ oznaczają funkcje warunkowych rozkładów prawdopodobieństwa odpowiednio przy zadanym x^* i x. Zakładamy, że wzajemna relacja pomiędzy wektorami x i y jest taka, że znajomość y wystarcza do określenia tych składowych wektora x, które niosą informację o zmiennych y i w, czyli składowych występujących w x^*. Zakładamy, że odpowiednie funkcje rozkładu prawdopodobieństwa wymienionych zmiennych losowych są dane.

Niechaj dopuszczalne strategie sterowania będą funkcjami $u = a(y,q)$ odwzorowującymi $Y \times R^r$ w R^r, spełniającymi ograniczenie elastyczne[3)]

$$E_{|x} = a(y,q) = q, \tag{9}$$

[3)] Ograniczenie elastyczne (9) odpowiada ograniczeniu (5), w którym podstawiono zamiast $b_i(\bar{y})$ - odpowiednio q^i. Zatem wielkościom y,x,q ze wzoru (9) odpowiadają wielkości $\bar{y},\bar{y}^u,q^i$.

dla których wtórny wskaźnik jakości o postaci

$$\bar{l}(a,q) = E\, l\,\left[y,a(y,q),\, w\right] \tag{10}$$

przyjmuje określoną wartość. Należy zaznaczyć, że rozważane tutaj strategie zależą także od wielkości x^*, czyli należałoby pisać $u = a(y,x^*,q)$. Ponieważ jednak z założenia znajomość y wystarcza do wyznaczenia x^*,więc piszemy często $u = a(y,q)$.

Problem 2 - uproszczony

Wśród dopuszczalnych strategii sterowania należy znaleźć strategię optymalną, $u = a^{o}(y,q)$, która dla danego $q \in R^r$ minimalizuje wartość wtórnego wskaźnika (10), czyli dla której

$$\bar{I}(a^{o},q) = \underset{a}{\mathrm{Min}}\, \bar{I}(a,q) \tag{11}$$

Będziemy mówić, że występujące w pewnym wyrażeniu (np. w (13)) operacje są wykonalne, jeżeli w wyniku wykonania każdej z operacji w odpowiedniej kolejności otrzymamy określony wynik. Bez większych trudności można udowodnić poniższy lemat.

Lemat 1 - podstawowy

Załóżmy, że występujące w równaniu (13) operacje są wykonalne. Wtedy poszukiwana w problemie 2 strategia optymalna $u = a^{o}(y,q)$ wynika z rozwiązania zagadnienia minimalizacji w wyrażeniu

$$\bar{I}(a^{o},x,q) = \underset{a}{\mathrm{Min}}\, E_{|x}\, l\left[y,a(y,q),w\right] \tag{12}$$

przy ograniczeniu (9). Prawdziwe przy tym jest równanie

$$\underset{a}{\mathrm{Min}}\, E\, l\left[y,a(y,q),w\right] = E\, \underset{a}{\min}\, E_{|x}\, l\left[y,a(y,q),w\right] \tag{13}$$

Problem minimalizacji funkcjonału (12) przy ograniczeniu (9) jest tzw. problemem izoperymetrycznym [7]. Zatem wprowadzając r-wymiarowy wektor mnożników Lagrange'a λ możemy problem minimalizacji funkcjonału (12) przy ograniczeniu (9) sprowadzić do problemu minimalizacji funkcjonału

$$\bar{l}(a,x,q,\lambda) = E_{|x}\, l\left[y,a(y,q),w\right] + \lambda^{T}\left[E_{\,|x}a(y,q)-q\right] \tag{14}$$

bez ograniczeń. Spełnienie ograniczenia (9) zapewnia się przez odpowiedni dobór stałego mnożnika λ. Do rozwiązania problemu minimalizacji funkcjonału (14) ze względu na funkcję a można wykorzystać lemat 1 z pracy [3, s. 450] lub równoważny lemat 3.2 z pracy [1, s. 261]. Mamy zatem

$$\underset{a}{\mathrm{Min}}\ \bar{I}(a,x,q,\lambda) = \underset{a}{\mathrm{Min}}\ E_{|x}\left\{l\left[y,a(y,q),w\right] + \lambda^T\left[a(y,q)-q\right]\right\} =$$

$$= E_{|x}\ \underset{u}{\mathrm{Min}}\ E_{|y}\left\{l(y,u,w) + \lambda^T(u-q)\right\} \tag{15}$$

Zatem trudniejszy problem minimalizacji względem funkcji a w wyrażeniu (14) został sprowadzony do łatwiejszego problemu minimalizacji względem zmiennej u w wyrażeniu (15). Wprowadzając oznaczenie

$$l^*(y,u,\lambda) = E_{|y}\ l(y,u,w) + \lambda^T u \tag{16}$$

otrzymujemy więc następujący warunek minimum

$$\frac{\partial l^*(y,u,\ )}{\partial u} = 0, \tag{17}$$

który łącznie z ograniczeniem (9) zapisanym w postaci

$$E_{|x}\ u = q \tag{18}$$

daje układ $2r$ równań do wyznaczenia $2r$ niewiadomych u i λ, jako funkcji danych wielkości y i q. Oczywiście warunek (17) jest prawdziwy przy założeniu, że funkcja $l(y,u,w)$ jest w sposób ciągły różniczkowalna ze względu na u.
Otrzymane wyniki sformułujemy w postaci twierdzenia.

Twierdzenie 1 – o warunkach koniecznych optymalizacji

Wektory u,y,x i q związane zależnością $u = a^o(y,x,q)$, określającą poszukiwaną w problemie 2 strategię optymalną, spełniają układ równań (17) i (18).

Z powyższego rozumowania wynika, że nawet w przypadku, gdy Twierdzenie 1 nie może być stosowane, poszukiwaną funkcję $u = a^o(y,x,q)$ można wyznaczyć poszukując dla danych y i λ minimum funkcji (16) względem u i dobierając q z zależności (18). Taki sposób można również stosować w przypadku, gdy na u nałożone jest dodatkowe ograniczenie w postaci $u \in U$, gdzie U zadany zbiór wypukły w R^r.

6. Rozwiązanie problemu wtórnego

Korzystając ze sformułowanego wyżej lematu 1, a także z lematu 1 z pracy [3 s. 450] oraz z poczynionych przy formułowaniu problemu wtórnego założeń, bez większych trudności można udowodnić sformułowane poniżej twierdzenie.

Twierdzenie 2 - o rozwiązaniu problemu wtórnego

Z: Załóżmy, że operacje występujące we wzorach (19) i (21) przy uwzględnieniu odpowiednich ograniczeń są wykonalne.
Wtedy

T_1: Strategia optymalna $u^i = a^{i0}(\bar{y}^i, q^i)$ dla i-tego punktu decyzyjnego niższego poziomu może być wyznaczona niezależnie od innych strategii przez rozwiązanie zagadnienia minimalizacji w wyrażeniu

$$L^i(\bar{y}, q^i) = \underset{a^i}{\mathrm{Min}}\ E_{|\bar{y}}\ L^i\left[a^i(\bar{y}^i, q^i), z^i\right], \tag{19}$$

przy ograniczeniu

$$E_{|\bar{y}}\ a^i(\bar{y}^i, q^i) = q^i, \tag{20}$$

dla wektorów $\bar{y}^i$ i $\bar{y}$ ze zbiorów o prawdopodobieństwie 1 i dla odpowiedniego zakresu zmian wielkości q^i;

T_2: Strategia optymalna $q^i = b^{i0}(\bar{y})$, $i = 1,2,\ldots,M$, dla punktu decyzyjnego wyższego poziomu może być wyznaczona przez rozwiązanie zagadnienia minimalizacji w wyrażeniu

$$\bar{L}(y, \bar{q}) = \underset{q}{\mathrm{Min}} \sum_{i=1}^{M} L^i(\bar{y}, q^i), \tag{21}$$

przy ograniczeniu

$$\sum_{i=1}^{M} q^i = \bar{q}, \tag{22}$$

dla wektorów $\bar{y}$ ze zbioru o prawdopodobieństwie 1;

T_3: Minimalna wartość wtórnego wskaźnika jakości otrzymana przy stosowaniu strategii optymalnych wynosi

$$\bar{I}(a^o; b^o) = E\ \bar{L}(\bar{y}, \bar{q})^{4)} \tag{23}$$

Dla rozwiązania zagadnienia minimalizacji w wyrażeniu (19) z elastycznym ograniczeniem (20) można wykorzystać Twierdzenie 1 i rozważania z nim związane. Można rozważać również dodatkowe ograniczenie o postaci $u^i \in U^i$, gdzie U^i zadany wypukły zbiór. Do rozwiązania zagadnienia minimalizacji w wyrażeniu (21) z ograniczeniem (22) można zastosować metodę mnożników Lagrange'a.

---

[4] Wielkość $\bar{q}$ ma również wpływ na strategię określającą q^i i na minimalną wartość wtórnego wskaźnika jakości. Warto o tym pamiętać, jeżeli wyznaczamy strategię dla różnych wartości $\bar{q}$. Wtedy $q^i = b^{i0}(\bar{y}, \bar{q})$ oraz $\bar{I} = \bar{I}(a^o, b^o, \bar{q})$.

7. Podsumowanie

Zasadniczym elementem prezentowanej teorii jest założenie, że poszczególne punkty decyzyjne wyższego i niższego poziomu dysponują różną informacją. Centralny punkt decyzyjny wyższego poziomu dysponuje informacją, która jest istotna dla całego systemu, a poszczególne punkty decyzyjne niższego poziomu dysponują natomiast bardziej szczegółową informacją istotną dla poszczególnych podsystemów. Dzięki temu założeniu unika się przesyłania do centralnego punktu decyzyjnego dużej ilości informacji i jej przetwarzania w tym punkcie.

Należy podkreślić, że omawiane założenie może być zrealizowane dzięki wprowadzeniu oryginalnego ograniczenia elastycznego i rozwiązaniu problemu minimalizacji funkcjonału z takim ograniczeniem. Dzięki temu ograniczeniu centralny punkt decyzyjny wyższego poziomu może dawać punktom decyzyjnym niższego poziomu jedynie wytyczne co do przydziału zasobów, pozostawiając im pewną swobodę, dzięki której mogą one lepiej wykorzystać swoją bardziej szczegółową informację. Takie postępowanie jest zgodne ze stosowaną praktyką podejmowania decyzji w strukturze hierarchicznej, wypracowaną na drodze eksperymentalnej.

Możliwe jest również rozszerzenie prezentowanej metody na przypadek systemów dynamicznych, ale rozważania są wtedy znacznie bardziej skomplikowane.

LITERATURA

[1] Aström K.J.: Introduction to Stochastic Control Theory. Academic Press, New York - London 1970.

[2] Findeisen W.: Wielopoziomowe układy sterowania. PWN, Warszawa 1974.

[3] Gessing R.: Zasada minimalizacji i uśredniania jako metoda wyznaczania algorytmów sterowania statystycznie optymalnego. Archiwum Automatyki i Telemechaniki. T.XXI, Z.4 1976, s. 447-465.

[4] Gessing R.: Metoda dekompozycji i koordynacji statystycznie optymalnego, statycznego rozdziału zasobów. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej "Automatyka" Nr 54, 1980.

[5] Gessing R.A.: Decomposition and Coordination Method for Stochastic Dynamic Resource Distribution. Preprints of the 3-rd IFAC/IFORS Conference on Dynamic Modelling and Control of National Ekonomies. Pergamon Press, 1980.

[6] Kulikowski R.: Sterowanie w wielkich systemach. WNT, Warszawa 1970.

[7] Luenberger D.G.: Optimization by Vector Space Methods, John Wiley and Sons, INc. 1969.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Jakub Gutenbaum

ДВУХ-УРОВЕННОЕ ИЕРАРХИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ РЕСУРСОВ

Част I. Основные проблемы в случае статических систем

Р е з ю м е

Рассматривается двух-уровенную структуру управления оптимальным распределением ресурсов в большой статической системе, в случае неполной информации. Предполагая, что решители высшего и низшего уровня располагают различной информацией, указывается метод вычисления оптимальных стратегий управления для отдельных решений, при которых ожиданное значение показателя качества принимает минимальное значение. Доказывается, что для рассматриваемого случая, можно получит декомпозицию вычислений и реализацией управления.

TWO-LEVEL HIERARCHICAL CONTROL FOR STOCHASTIC OPTIMAL RESOURCE DISTRIBUTION

Part I: BASIC PROBLEMS IN THE CASE OF STATIC SYSTEMS

S u m m a r y

In the first part of the paper the two-level control structure for the optimal resource distribution in a large static system by incomplete information has been considered. It is assumed that different decision-makers of the lower and higher levels have different information at disposal. The method of determination of the optimal control strategies for different decision-makers has been shown. Namely, it has been shown that in the considered case a decomposition of the calculations and realization of the control is possible.