

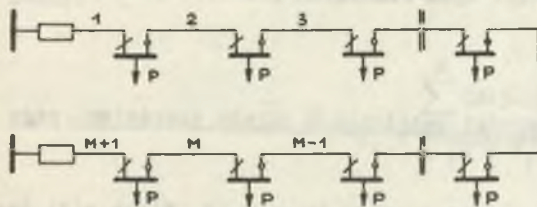
Jan Popczyk  
Instytut Elektroenergetyki  
i Sterowania Układów  
Politechniki Śląskiej

## METODY OCENY NIECIĄGŁOŚCI ZASILANIA Z SIECI KABLOWYCH ŚREDNICH NAPIĘĆ

**Streszczenie.** W artykule ograniczono się do rozpatrzenia nieciągłości zasilania z układu pierścieniowego, który jest typowy dla sieci kablowych. Przedstawiono sposób wykorzystania rozwiązań granicznych dla procesu narodzin i śmierci do oceny nieciągłości zasilania z takiego układu. Jako inną drogę, nie wymagającą tak silnych założeń, zaproponowano ocenę nieciągłości w oparciu o metody Monte Carlo. Zaprezentowano przykładowe wyniki analizy.

### 1. Wstęp

Miejskie sieci kablowe średnich napięć stanowią w większości zbiór układów pierścieniowych, w stanie normalnym otwartych (rys. 1). W chwili obecnej układy te jeszcze dosyć często różnią się między sobą pod względem strukturalnym. W przyszłości jednak, zwłaszcza w



Rys. 1. Schemat układu pierścieniowego

sieciach nowo budowanych, będą to układy o bardzo podobnej strukturze i przy tym bardzo symetryczne (liczba  $M$  oraz moc  $P$  odbiorców (rys. 1) będą prawie jednakowe, a oczekiwane liczby uszkodzeń poszczególnych linii będą podobne). Wtedy też

syntetyczne wskaźniki nieciągłości zasilania z sieci i z układu pierścieniowego, przy całkowitej niezależności układów pierścieniowych, będą sobie równe.

W świetle powyższych uwag widać, że należy przede wszystkim zająć się

sposobem wyznaczenia wskaźnika syntetycznego nieciągłości zasilania z układu pierścieniowego. Oznaczmy ten wskaźnik przez  $q$ .

Jest:

$$q = \frac{\Delta A}{A}, \quad (1)$$

gdzie:

$\Delta A$  - energia niedostarczona odbiorcom zasilanym z układu pierścieniowego,

$A$  - energia zapotrzebowana (praktycznie energia pobrana) przez tych odbiorców.

Z punktu widzenia metody obliczeniowej korysytnie jest przedstawić wskaźniki  $q$  w postaci sumy:

$$q = q' + q'', \quad (2)$$

gdzie:

$q'$  - składowa wynikająca z niezdatności dwóch i więcej linii w układzie pierścieniowym,

$q''$  - składowa wynikająca z kolejnych uszkodzeń obliczana przy założeniu, że w układzie jest co najwyżej jedna linia uszkodzona.

W sensie metody obliczeń druga ze składowych nie przedstawia poważniejszych problemów. Trudnym natomiast zagadnieniem jest wyznaczenie składowej  $q'$ . Przyczyną jest fakt, że czas niezdatności linii kablowych jest zależny od własności strumienia uszkodzeń w całej sieci oraz od organizacji i stopnia obciążenia systemu obsługowego. Jednak jeśli nawet rozwiązać ten problem i określić czas niezdatności linii, co uczyniono w pracy [4], to pojawia się kolejna trudność. Jest nią konieczność znalezienia rozwiązań dla bardzo ogólnego procesu odnowy, który stanowią kolejne uszkodzenia i kolejne naprawy w każdym z układów pierścieniowych. Pewne propozycje dotyczące postaci tych rozwiązań przedstawiono w dalszej części artykułu.

## 2. Wskaźnik syntetyczny nieciągłości zasilania z układu pierścieniowego

### 2.1. Przypadek I

Rozważmy układ pierścieniowy przedstawiony na rys. 1. Niech  $s(t)$  jest sygnałowym procesem stochastycznym, gdzie  $s$  oznacza liczbę niezdatnych linii kablowych w pierścieniu, a  $t$  jest czasem. Na podstawie rozwiązań granicznych dla procesu narodzin i śmierci przedstawionych między innymi w pracach [1], [2] można wyznaczyć rozkład prawdopodobieństwa stanów procesu  $s(t)$ . Jest:

$$p_1 = \frac{(M+1)!}{1!(M+1)!} \rho^1 p_0, \quad p_0 = \left( \sum_{i=0}^{M+1} p_i \right)^{-1}, \quad (3)$$

gdzie:

$$p_i = p(s=i), \quad i = 0, 1, \dots, M+1,$$

$$\rho = \frac{\bar{t}_a}{\bar{x}_{A1}}, \quad \bar{t}_a - \text{przeciętny czas niezdatności linii,} \quad \bar{x}_{A1} - \text{przeciętny czas między kolejnymi uszkodzeniami tej samej linii.}$$

Wykorzystując (3) można nieciągłość zasilania z układu pokazanego na rys. 1 spowodowaną jednoczesną niezdatnością dwóch i więcej linii określić w sposób następujący<sup>x)</sup>:

$$q' = \frac{1}{MP} \sum_{i=2}^{M+1} \bar{P}_i p_i, \quad (4)$$

gdzie:

$$\bar{P}_i = \bar{P}(s=i), \quad i=2, 3, \dots, M+1 - \text{przeciętna moc wyłączona w pierścieniu w przypadku niezdatności w nim s linii.}$$

Ze względu na fakt, że ze wzrostem zmiennej  $i$  prawdopodobieństwo  $p_i$  bardzo szybko maleje (z powodu małego  $\rho$ ), a  $\bar{P}_i$  rośnie znacznie wolniej, wzór (4) można zastąpić innym wzorem, mianowicie:

$$q' \approx q_2 = \frac{1}{MP} \bar{P}_2 \sum_{i=2}^{M+1} p_i = \frac{1}{MP} \bar{P}_2 (1 - p_0 - p_1) \quad (5)$$

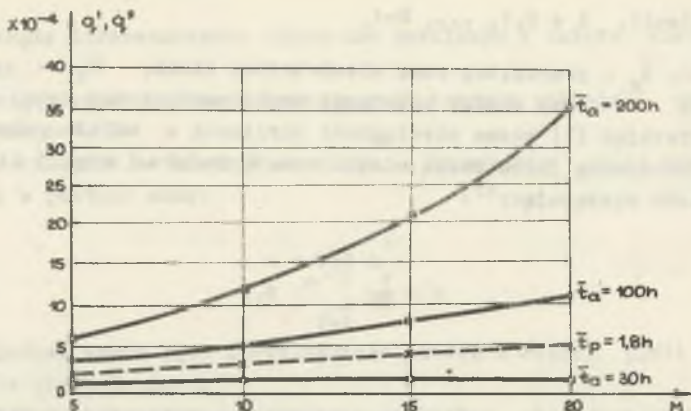
Moc  $\bar{P}_2$  można przy tym, jak nietrudno się przekonać, wyznaczyć z zależności:

$$\bar{P}_2 = \frac{\sum_{i=1}^M (M+1-i) i}{\binom{M+1}{2}} P \quad (6)$$

Wzory (5) i (6) umożliwiają stosunkowo prostą analizę wpływu czasu  $\bar{t}_a$ , czasu  $\bar{x}_{A1}$  oraz liczby odbiorców  $M$  w pierścieniu na wartość składowej  $q'$  nieciągłości.

Na rys. 2 przedstawiono wyniki takiej analizy (krzywe narysowane linią ciągłą) dla wskaźnika uszkodzeń linii kablowych  $d = 28,5 \frac{1}{\text{km rok}}$  i długości linii  $l = 1 \text{ km}$ .

<sup>x)</sup> W analizie nie uwzględnia się zależności grafików obciążeń u odbiorców, a moc  $P$  traktuje jako wartość przeciętną.



Rys. 2. Syntetyczne wskaźniki nieciągłości zasilania z układu pierścieniowego obliczone w oparciu o proces narodzin i śmierci

Na tym samym rysunku, w celu porównania, przedstawiono wartości składowej  $q''$  nieciągłości (linia przerywana) obliczone ze wzoru:

$$q'' = \frac{M}{Z} \frac{\bar{T}_p}{\bar{x}_{A1}}, \quad (7)$$

gdzie:

$\bar{T}_p$  - przeciętny czas lokalizacji linii uszkodzonej.

Łatwo widać, że wzór (7) jest słuszny przy założeniu, że kolejne uszkodzenia w układzie prowadzą do wyłączenia wszystkich odbiorców przyłączanych do odpowiednich półpierścieni na cały okres lokalizacji, tzn. na cały okres  $t_p$ .

Z rys. 2 widać, że dla małych, obecnie osiągalnych, wartości czasu  $\bar{T}_a$  i praktycznie spotykanych wartości  $M$  zachodzi:  $q \approx q''$ . Jest to zatem przypadek, kiedy o nieciągłości zasilania decyduje uszkodzalność elementów układu (kabli) oraz struktura układu (liczba odbiorów w pierścieniu). Jednak zarówno uszkodzalność jak i struktura powodują tylko proporcjonalne zmiany wartości nieciągłości. Nie jest to zatem zbyt groźne. Inaczej natomiast jest dla dużych wartości czasu  $\bar{T}_a$ , obecnie często spotykanych. Wtedy o nieciągłości  $q$  decyduje składnik  $q'$ , który głównie zależy od struktury i w mniejszym stopniu, ale bardziej niż proporcjonalnie, od uszkodzalności (rys. 2 oraz wzory (3), (4) i (6)).

Przedstawiona analiza i uzyskane wyniki są słuszne, jak to już wspomniano, dla procesu narodzin i śmierci. Z bardzo obszernych badań statystycznych, których rezultaty przedstawiono w pracy [3] wynika jednak, że

proces odnowy w układzie pokazanym na rys. 1 nie jest procesem narodzin i śmierci, bowiem:

- 1) rozkłady czasów  $x_{A1}$  oraz  $t_a$  nie są wykładnicze,
- 2) intensywność strumienia uszkodzeń nie jest stała.

Zachodzi zatem konieczność innej metody oceny wskaźnika syntetycznego nieciągłości zasilania. Pewne próby w tym zakresie przeprowadzono w p. 2.2 i 2.3.

## 2.2. Przypadek II

Rozważmy sieć składającą się z  $N$  układów pierścieniowych takich jak na rys. 1. Załóżmy, że w sieci tej jest  $k$  linii niesdatnych, przy czym  $k \geq 2$ . Zapytajmy teraz: jakie jest prawdopodobieństwo warunkowe, że w określonym układzie pierścieniowym pojawi się dwie lub więcej linii niesdatnych? Prawdopodobieństwo to oznaczmy przez  $p_k(s \geq 2)$ .

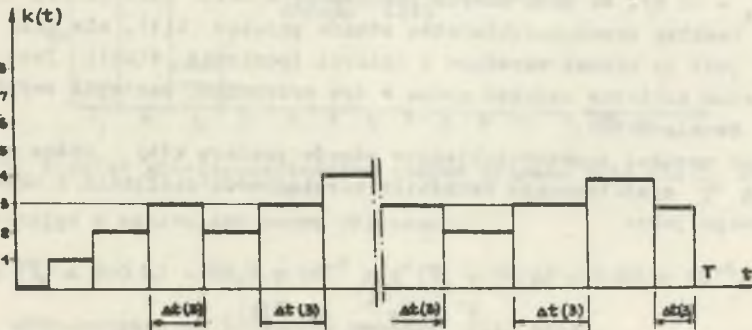
Ponieważ z reguły  $N(M+1) \geq k$ , gdzie  $N(M+1)$  - liczba wszystkich linii w sieci, zatem dla wyznaczenia prawdopodobieństwa  $p_k(s \geq 2)$  można przyjąć model losowy zwany w kombinatoryce losowaniem ze zwracaniem. Na podstawie tego modelu, już po uproszczeniach, otrzymujemy [6]:

$$p_k(s \geq 2) = 1 - \left(1 - \frac{1}{N}\right)^k - \frac{k}{N} \left(1 - \frac{1}{N}\right)^{k-1} \quad (8)$$

Korzystając ze wzoru (8) łatwo wyliczyć prawdopodobną moc wyłączoną w układzie pierścieniowym, gdy w sieci jest  $k$  linii niesdatnych. Mamy:

$$P(k) = p_k(s \geq 2)P_2, \quad k \geq 2, \quad (9)$$

gdzie  $P_2$  należy wyznaczać wg wzoru (6).



Rys. 3. Proces sygnałowy  $k(t)$ , gdzie  $k$  - liczba linii niesdatnych w sieci

Rozważmy dalej proces  $k(t)$ , którego wartości są równe liczbie linii niezdatnych w sieci (rys. 3). Proces ten jest bardzo skomplikowany i nie ma w chwili obecnej możliwości uzyskania rozkładu prawdopodobieństwa poszczególnych jego stanów na drodze analitycznej. Doskonale natomiast nadają się do tego celu metody Monte Carlo. Dlatego też autor opracował program dla maszyny cyfrowej umożliwiający modelowanie statystyczne procesu  $k(t)$ . Program ten, napisany w ALGOL-u 1204, został zamieszczony w pracy [5]. Zastosowanie metod Monte Carlo pozwoliło w analizie w pełni uwzględnić stwierdzone w wyniku badań własności statystyczne procesu odnowy [3].

Oznaczmy przez  $p_k$  względny czas stanu polegającego na niezdatności dokładnie  $k$  linii w sieci. Na podstawie rys. 3 można napisać:

$$p_k = \frac{\sum_{0 < t < T} \Delta t(k)}{T}, \quad (10)$$

gdzie:

$T$  - okres czasu, w którym modeluje się proces.

Rozkład wartości  $p_k$  zależy od rozkładu zmiennych  $t_a$  i  $x_A$ , gdzie  $x_A$  jest czasem między kolejnymi uszkodzeniami w sieci. Bliższą analizę tego rozkładu przeprowadzono dla następujących założeń (założenia te znajdują częściowo uzasadnienie w wynikach badań statystycznych przedstawionych w pracy [3]):

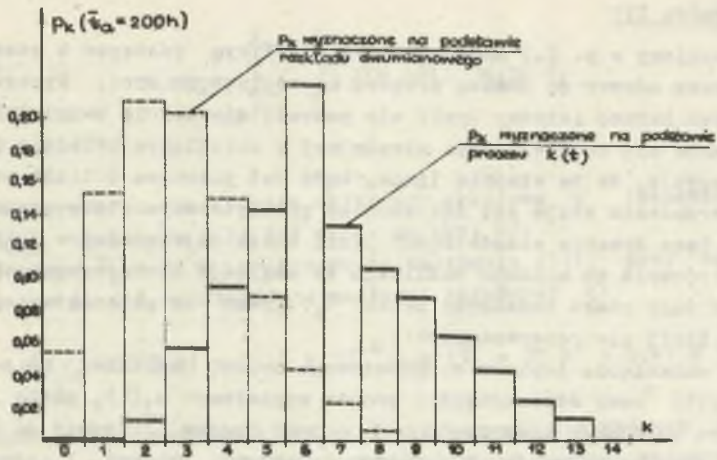
- zmienne  $t_a$  i  $x_A$  opisuje rozkład Weibulla z parametrem kształtu  $\delta = 0,8$ ,
- liczba układów pierścieniowych w sieci oraz liczba odbiorów w pierścieniu są sobie równe i wynoszą:  $M = N = 20$ ,
- wskaźnik uszkodzeń linii kablowych  $d = 28,5 \frac{1}{\text{km rok}}$ ,
- długość linii kablowych  $l = 1 \text{ km}$ .

Wyniki analizy przedstawiono na rys. 4 (dla  $T_a = 200 \text{ h}$ ) i na rys. 5 (dla  $T_a = 30 \text{ h}$ ). Na tych samych rysunkach, w celu porównania, pokazano również rozkład prawdopodobieństwa stanów procesu  $k(t)$ , ale przy założeniu, że jest to proces narodzin i śmierci (ponieważ  $N(M+1)$  jest bardzo duże, zatem dokładny rozkład można w tym przypadku zastąpić zwykłym rozkładem dwumianowym).

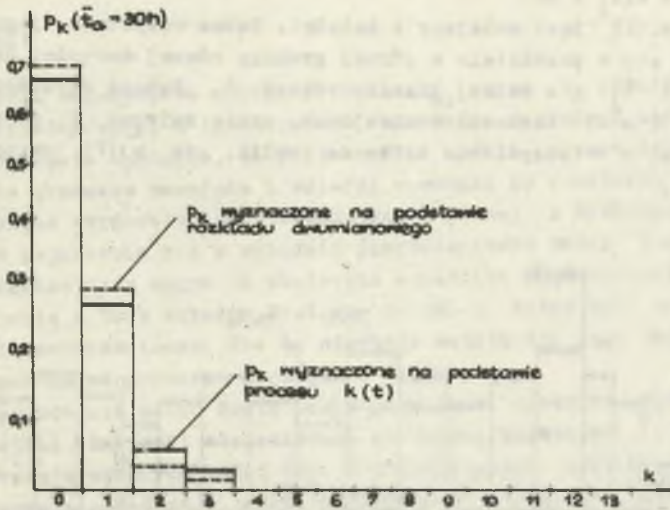
Znając rozkład prawdopodobieństw stanów procesu  $k(t)$  można obliczyć składową  $q'$  syntetycznego wskaźnika nieciągłości zasilania z układu pierścieniowego jako:

$$q' = \frac{1}{MP} \sum_k p_k F(k), \quad (11)$$

gdzie  $F(k)$  należy wyznaczać wg wzoru (9).



Rys. 4. Rozkład prawdopodobieństwa stanów procesu  $k(t)$  dla  $\bar{T}_a = 200 h$



Rys. 5. Rozkład prawdopodobieństwa stanów procesu  $k(t)$  dla  $\bar{T}_a = 30 h$

Korzystając z ostatniego wioru obliczono:

$$q'(\bar{T}_a = 200 h) = 88,8 \times 10^{-4} \text{ i } q'(\bar{T}_a = 30 h) = 0,66 \times 10^{-4}$$

dla  $p_k$  wyznaczonego na podstawie procesu  $k(t)$  oraz

$$q'(\bar{T}_a = 200 h) = 34,4 \times 10^{-4} \text{ i } q'(\bar{T}_a = 30 h) = 0,63 \times 10^{-4}$$

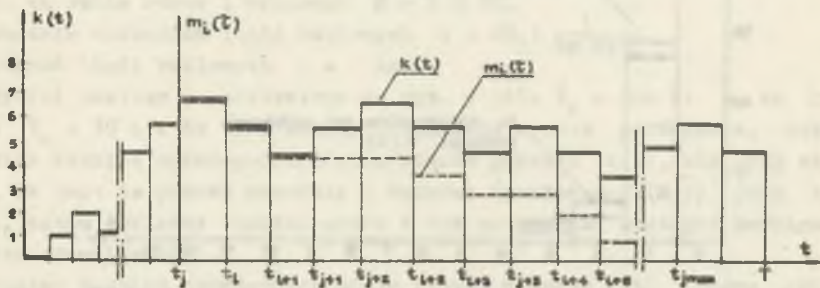
dla  $p_k$  wyznaczonego na podstawie rozkładu dwumianowego.

## 2.3. Przypadek III

Przedstawiony w p. 2.2 model jest niewątpliwym postępem w stosunku do opisu procesu odnowy za pomocą procesu narodzin i śmierci. Wykazuje on jednak jeden bardzo istotny brak: nie pozwala mianowicie uwzględnić faktu, że pojawienie się drugiej linii niezdatnej w określonym układzie pierścieniowym powoduje, że ta właśnie linia, bądź też pierwsza z linii uszkodzonych w pierścieniu staje się zgłoszeniem priorytetowym dla systemu obsługi sieci. Czas trwania niezdatności linii ulega najczęściej w takich przypadkach skróceniu do minimum możliwego ze względów technicznych. Przeciętną wartość tego czasu oznaczymy przez  $\bar{\tau}_n$  (jest to przeciętny czas niezdatności linii nie rezerwowanych).

W celu uniknięcia dopiero co omówionego braku, okreśmy na podstawie procesu  $k(t)$  nowy stochastyczny proces sygnałowy  $m_j(\tau)$ , gdzie  $j$  - jest wskaźnikiem kolejnych uszkodzeń, a  $\tau$  - jest czasem liczonym od pojawienia się  $j$ -tego uszkodzenia. Wprowadźmy dodatkową zmienną  $l$  oznaczającą fakt zakończenia kolejnej naprawy. Wtedy proces  $m_j(\tau)$  można zdefiniować w sposób następujący:

- 1)  $m_j(0+0) = k(t_j + 0)$ ,
- 2) proces  $m_j(\tau)$  jest malejący i dodatni. Zatem wszystkie jego wartości mieszczą się w przedziale o górnej granicy równej wartości procesu  $k(t)$  w punkcie  $t_j$  i o dolnej granicy równej 0. Zmiana wartości procesu  $m_j(\tau)$  o  $\Delta = -1$  zachodzi w miesiącach, gdzie zmienna  $l$  zwiększa swoją wartość o 1 (oczywiście tylko do chwili, gdy  $m_j(\tau)$  osiągnie wartość 0).



Rys. 6. Proces  $m_j(\tau)$  na tle procesu  $k(t)$

Jedną z realizacji określonego powyżej procesu  $m_j(\tau)$  pokazana jest na tle realizacji procesu  $k(t)$  na rys. 6.

Proces  $m_j(\tau)$  łącznie ze wzorem (9) pozwalają z wystarczającą dokładnością obliczyć składową  $q'$  syntetycznego wskaźnika nieciągłości zasilania z układu pierścieniowego.



Jest:

$$q' = \frac{1}{MPT} \sum_{j=2}^{j_{\max}} \int_0^{t_n} P(m_j) dt, \quad m_j \geq 2, \quad (12)$$

gdzie:

$T$  - okres czasu, dla którego obliczamy składową  $q'$  (związek między  $j_{\max}$  we wzorze (12) i  $T$  widać na rys. 6).

Przyjmując  $\bar{t}_n = 24$  h wyliczono na podstawie (11), przy założeniach takich jak w p. 2.2, następujące wartości składowej  $q'$ :

$$q'(\bar{t}_a = 200 \text{ h}) = 36,1 \times 10^{-4} \quad \text{i} \quad q'(\bar{t}_a = 30 \text{ h}) = 0,61 \times 10^{-4}$$

Ze zbieżności tych wyników z wynikami uzyskanymi dla procesu narodzin i śmierci (rys. 2 oraz p. 2.2) nie można wyciągnąć żadnych wniosków odnośnie równoważności odpowiednich metod.

### 3. Wnioski

1. Jeżeli rzeczywiste rozkłady czasu  $x_{A1}$  oraz  $t_a$  różnią się od rozkładów wykładniczych, a intensywność strumienia uszkodzeń nie jest stała, co bardzo często zachodzi, to zastosowanie modelu niezawodnościowego opartego na procesie narodzin i śmierci prowadzi do poważnych błędów.

2. Znaczne skrócenie czasu niezdatności jednej z uszkodzonych linii w przypadku pojawienia się w układzie pierścieniowym dwóch linii niezdatnych ma bardzo duży wpływ na obniżenie wskaźnika syntetycznego nieciągłości zasilania z tego układu. Fakt ten powinien zatem być uwzględniony w modelu niezawodnościowym. Nie ma niestety możliwości jego uwzględnienia w modelu opartym na procesie narodzin i śmierci.

3. Zastosowanie metod Monte Carlo pozwala w efektywny sposób uwzględnić wszystkie własności statystyczne strumienia uszkodzeń stwierdzone w wyniku przeprowadzonych badań [3]. W szczególności wprowadzenie procesu  $m_j(t)$  pozwala połączyć w jedną całość model niezawodnościowy dla układu pierścieniowego z modelem obsługi w stanach awaryjnych dla całej sieci. Połączenie tych dwóch modeli daje bardzo uniwersalne narzędzie analizy zawadności zasilania z sieci kablowych o różnych systemach obsługowych.

## LITERATURA

- [1] Gniedenko B.W., Kowalenko I.N. - Wstęp do teorii obsługi masowej. PWN Warszawa 1971.
- [2] Kopociński B. - Zarys teorii odnowy i niezawodności. PWN Warszawa 1973.
- [3] Popczyk J. - Wpływ organizacji obsługi sieci kablowych średnich napięć w stanach awaryjnych na ich niezawodność (praca doktorska), Gliwice, 1973 r.
- [4] Popczyk J. - O modelu obsługi sieci kablowych średnich napięć w stanach awaryjnych. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Elektryka nr 50 1975.
- [5] Praca zbiorowa: Niezawodność zasilania zakładów przemysłowych na terenach górniczych w energię elektryczną. Praca Instytutu Elektroenergetyki i Sterowania Układów Politechniki Śląskiej, Gliwice, listopad 1973 r.
- [6] Smirnow N.W., Dunin-Barkowski I.W. - Krótki kurs statystyki matematycznej dla zastosowań technicznych. PWN, Warszawa 1966.

Przyjęto do druku w styczniu 1975 r.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПРЕРЫВИСТОСТИ ПОДАЧИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ  
ОТ КАБЕЛЬНОЙ СЕТИ СРЕДНЕГО НАПРЯЖЕНИЯ

Р е з ю м е

Автор статьи ограничивается до рассмотрения вопросов прерывистой подачи электроэнергии от кольцевой системы, которая типовой для городских кабельных сетей. Показан способ использования граничных решений в процессах возникновения и исчезновения для оценки прерывистости электроснабжения от такой системы. В качестве иного пути, не требующего столь жестких ограничений предлагается способ оценки прерывистости, основанный на методах Монте-Карло. Для наглядности представлены некоторые результаты проведенного анализа.

THE METHODS OF EVALUATING THE RELIABILITY OF SUPPLYING  
FROM MEDIUM VOLTAGE CABLE NETWORKS

S u m m a r y

The scope of the present article has been limited to considering only the reliability of a loop circuit feeding which is usual in case of cable networks. The author has presented the method of applying the boundary solutions to the birth and death process in order to evaluate the reliability of such feeding. The possibility of reliability evaluation on the basis of Monte Carlo methods i.e. the method not requiring such detailed assumptions as before has been proposed. Some examples of the analysis results have been presented.