

Maciej KULAWIK

Institut Elektroniki  
Politechnika Śląska

PRZETWORNIK DC-DC typu STSI Z NIELINIOWYM  
SPRZĘŻENIEM ZWROTNYM

**Streszczenie.** W artykule przedstawiono własności statyczne przetwornika DC/DC typu STSI z nieliniowym sprzężeniem zwrotnym zawierającym komparator i układ załączenia klucza przez stały okres czasu. Obliczono częstotliwość pracy i napięcia tętnień. Podano warunek stabilności cyklu granicznego. W obliczeniach zastosowano metodę płaszczyzny stanu i przekształceń punktowych.

### 1. Wprowadzenie

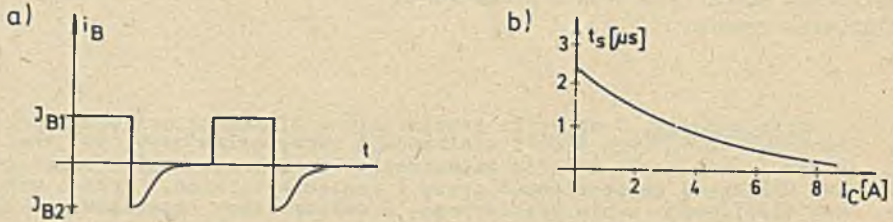
Analiza własności dynamicznych przetworników DC-DC typu STSI z liniowym sprzężeniem zwrotnym została dokonana w wielu pracach. Analiza ta była wykonana zarówno przy nieciągłym, jak i ciągłym przepływie prądu dławika. W wyniku analizy wykazano, że przy nieciągłym przepływie prądu dławika przetwornik STSI jest układem dynamicznym 1 rzędu, zaś przy ciągłym przepływie prądu dławika jest układem dynamicznym 2 rzędu. Przy rozważaniu współpracy przetwornika STSI z liniowym sprzężeniem zwrotnym bardzo trudno jest uwzględnić wpływ opóźnień wprowadzanych do układu przez klucze półprzewodnikowe. Czasy przeciągania stosowanych tranzystorów mocy są rzędu pojedynczych mikrosekund. Znane opracowania nie uwzględniają w ogóle czasów przeciągania tranzystorów.

W przypadkach, w których od przetwornika DC-DC typu STSI nie wymaga się bardzo dobrych własności statycznych i dynamicznych, można zamiast skomplikowanego sprzężenia zwrotnego z modulacją szerokości impulsów zastosować znacznie prostsze w konstrukcji nieliniowe sprzężenie zwrotne. W artykule poddano analizie sprzężenie ze stałym czasem załączenia klucza i komparatorem.

W analizie przeprowadzonej na płaszczyźnie stanu uwzględniono czasy opóźnień wprowadzone przez klucze półprzewodnikowe.

## 2. Rzeczywiste klucze półprzewodnikowe

Klucze tranzystorowe w impulsowych przetwornikach DC-DC pracują w bardzo specyficznych warunkach. Wraz ze zmianą prądu obciążenia zmienia się równocześnie prąd kolektora klucza tranzystorowego. Prąd ten zmienia się od wartości rzędu ułamkowych ampera, do wartości maksymalnej rzędu kilkunastu amperów. Prąd bazy takiego tranzystora nie zależy na ogół od prądu kolektora, co pokazuje rys. 1a. Układy sterowania klucza tranzystorowego,



Rys. 1. a) prąd bazy klucza tranzystorowego, b) czas przecięgania klucza tranzystorowego w funkcji prądu kolektora

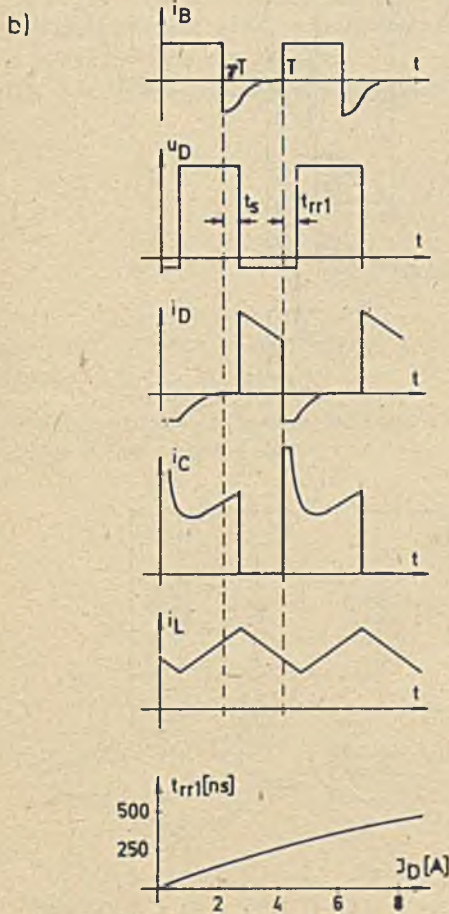
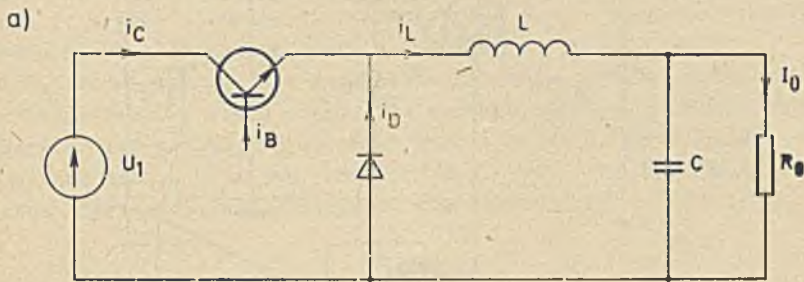
w którym zachowana jest proporcjonalna zależność między prądem kolektora i prądem bazy, są na ogół skomplikowane i rzadko spotykane. W układach sterowania, w których prąd bazy nie zależy od prądu kolektora, tranzystor jest silnie przesterowany dla małych prądów kolektora, zaś dla dużych prądów kolektora jest na granicy obszaru nasycenia i obszaru aktywnego. Powoduje to zmianę czasu przecięgania w funkcji prądu kolektora jak na rys. 1b. Zależność  $t_s = f(I_C)$  wyraża się skomplikowanymi wzorami. Z wystarczającą dokładnością można ją aproksymować zależnością  $t_s = C_1 \cdot \exp(-C_2 \cdot I_C)$ , gdzie:  $C_1, C_2$  to stałe wyznaczone na podstawie zmierzonej zależności  $t_s = f(I_C)$ .

Klucze diodowe pracujące w przetwornikach DC-DC charakteryzują się tym, że w momencie, gdy dioda przewodzi i rozpoczyna się proces jej wyłączenia, następuje przepływ prądu wstecznego o dużej stromości  $\frac{di}{dt}$ . Fakt ten powoduje, że czas wyłączenia szybkiej diody krzemowej wynosi kilkadziesiąt ns. Czas wyłączenia diody wprowadza opóźnienie w układzie przetwornika, co ilustruje rys. 2. Czas opóźnienia jest równy czasowi  $t_{rr1}$ , oznaczającemu czas trwania pierwszej fazy wyłączenia diody. Jedynie czas wyłączenia diod ze złączem Schottky'ego można pominąć w rozważaniach.

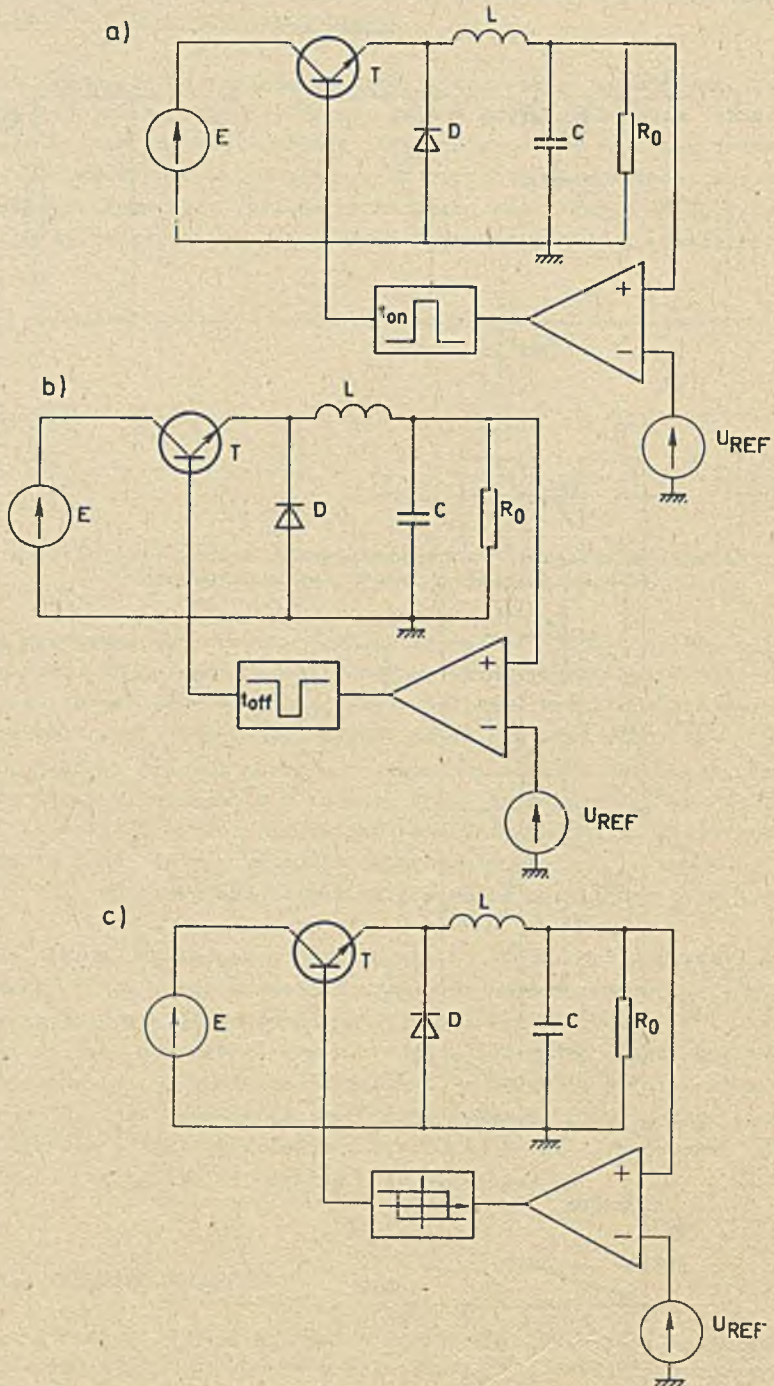
## 3. Rodzaje sprzężeń zwrotnych

Jednym z możliwych nieliniowych sprzężeń zwrotnych jest sprzężenie ze stałym czasem załączania klucza oraz komparatorem. Układ z komparatorem





Rys. 2. a) Schemat przetwornika DC-DC typu STSI, b) przebiegi czasowe



Rys. 3. Rodzaje nieliniowych sprzężeń zwrotnych w przetworniku DC-DC



reaguje na wartość chwilową napięcia wyjściowego i przy obniżeniu się tego napięcia poniżej progu zadziałania komparatora powoduje wyzwolenie uniwersalnego wibratora o stałym czasie trwania impulsu.

Innym rozwiązaniem jest sprzężenie ze stałym czasem wyłączenia klucza oraz komparatorem, który reaguje na wartość chwilową napięcia wyjściowego. Komparator ten powoduje wyłączenie klucza na stały okres czasu.

Jeszcze jednym możliwym rozwiązaniem jest przekaźnikowe sprzężenie zwrotne. Sprzężenia te przedstawiono schematycznie na rys. 3.

#### 4. Metoda płaszczyzny stanu i przekształceń punktowych

Ze względu na nieliniowe sprzężenie zwrotne zastosowano w obliczeniach metodę płaszczyzny stanu i przekształceń punktowych. Poniżej przedstawiono w skrócie ideę tej metody.

Gdy przewodzi tranzystor, stan układu opisują równania:

$$\frac{di_c}{dt} = f_1(i_c, u_o)$$

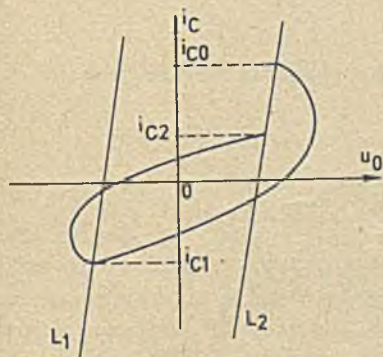
$$\frac{du_o}{dt} = g_1(i_c, u_o)$$

gdzie  $i_c$  to prąd kondensatora, zaś  $u_o$  to składowa zmienna napięcia wyjściowego.

Podobnie, gdy nie przewodzi tranzystor a przewodzi dioda, stan układu opisuje układ równań:

$$\frac{di_c}{dt} = f_2(i_c, u_o)$$

$$\frac{du_o}{dt} = g_2(i_c, u_o)$$



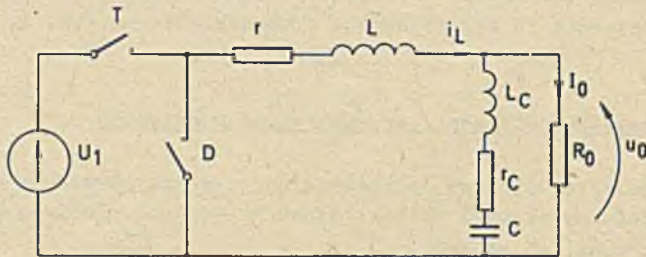
Trajektorie układu opisane równaniami (1) i (2) przedstawia rys. 4. Na tym rysunku pokazano przykładowo linie przełączeń  $L_1$ ,  $L_2$  dla sprzężenia zwrotnego przekaźnikowego.

Przekształcenie  $i_{c2} = f(i_{c0})$ , nazwane funkcją przyporządkowania, umożliwia badanie własności cyklu granicznego.

Rys. 4. Ilustracja metody przekształceń punktowych

### 5. Równania trajektorii fazowych przetwornika DC-DC typu STSI

Rozważmy fragment schematu przetwornika typu STSI przedstawiony na rysunku 5. Zakładamy przy tym, że pracuje on z ciągłym przepływem prądu diodnika nawet dla prądu obciążenia równego zero.



Rys. 5. Schemat zastępczy przetwornika STSI

Dla przejrzystości wprowadzona zostanie normalizacja zmiennych. Za wielkości odniesienia zostanie przyjęte:  $I_{co}$  - amplituda prądu kondensatora w przypadku, gdy prąd obciążenia wynosi zero,  $U_{1N}$  - nominalne napięcie wejściowe,  $U_{oN}$  - nominalne napięcie wyjściowe,  $T_N$  - okres pracy przetwornika dla prądu obciążenia równego zero.

Wielkości znormalizowane zostaną oznaczone za pomocą indeksu  $n$ , np.  $i_{c1n}$  oznacza prąd  $i_{c1}$  w postaci normalizowanej  $i_{c1n} = \frac{i_{c1}}{I_{co}}$

$$U_n = \frac{U}{r I_{co}}$$

$$t_n = \frac{t}{T_N}$$

W przypadku gdy załączono klucz  $T$ , równania stanu są następujące:

$$\frac{di_{cn}}{dt_n} = \frac{T_N}{I_{co} L} (U_1 - U_{oN} - r I_{co} \cdot I_{on}) = S_1$$

$$\frac{du_{on}}{dt_n} = S_1 + \frac{T_N}{C \cdot r_c} \cdot i_{cn} = S_1 + \frac{2}{p} i_{cn} \quad (3)$$

gdzie

$$S_1 = \frac{T_N}{I_{co} L} (U_1 - U_{oN} - r I_{co} \cdot I_{on}), \quad p = \frac{2Cr_c}{T_N}$$



Gdy załączono klucz D

$$\frac{di_{cn}}{dt_n} = - \frac{T_N}{I_{co} \cdot L} (U_{on} + r \cdot I_{co} \cdot I_{on}) = - S \quad (4)$$

$$\frac{du_{on}}{dt_n} = - S + \frac{2}{p} i_{cn}$$

Trajektorie wyliczone z równań (3) i (4) są następujące:

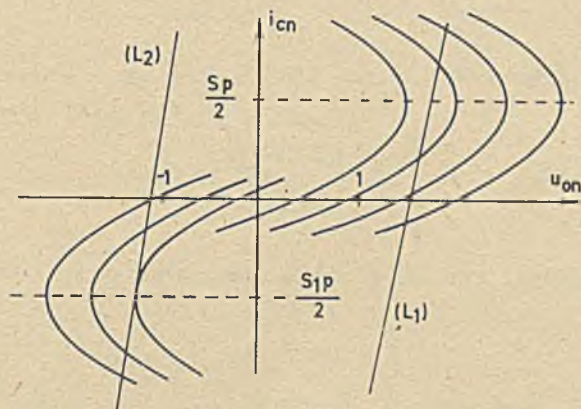
a) przewodzi klucz T

$$u_{on} - U_{o1n} = i_{cn} - I_{c1n} + \frac{1}{S_1 \cdot p} (i_{cn}^2 - I_{c1n}^2) \quad (5)$$

b) przewodzi klucz D

$$u_{on} - U_{o2n} = i_{cn} - I_{c2n} - \frac{1}{S_p} (i_{cn}^2 - I_{c2n}^2) \quad (6)$$

Rodzinę trajektorii opisanych równaniami (5) i (6) przedstawiono na rys.6.



Rys. 6. Rodzina trajektorii przetwornika STSI

Wielkości  $U_{o1n}$ ,  $U_{o2n}$ ,  $I_{c1n}$ ,  $I_{c2n}$  to pewne stałe wynikające z całkowania równań (3), (4).

Należy jeszcze obliczyć proste przełączeń. W tym celu założymy, że przełączenie komparatora lub przekaźnika następuje dla napięcia  $u_{on} = \pm 1$ . Założymy przy tym, że opóźnienie wprowadzane przy przełączeniu dla  $u_{on} = +1$  wynosi  $t_{d1n}$ , zaś opóźnienie wyprowadzane przy przełączeniu dla  $u_{on} = -1$  wynosi  $t_{d2n}$ .

Jak łatwo sprawdzić, proste przełączeń wyrażają się równaniami:

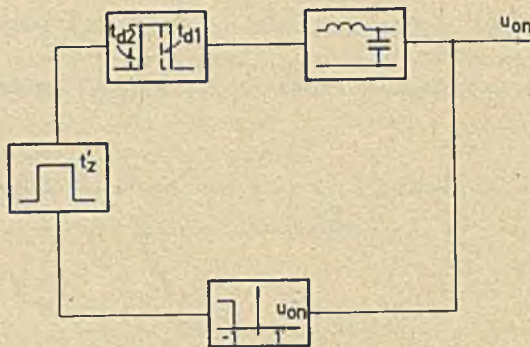
$$(L_1) \quad i_{cn} = (U_{on} - 1) \frac{p}{2\tau_{d1n}} - (p - \tau_{d1n}) \cdot \frac{S_1}{2} \quad (7)$$

$$(L_2) \quad i_{cn} = (U_{on} + 1) \frac{p}{2\tau_{d2n}} + (p - \tau_{d2n}) \cdot \frac{S_2}{2} \quad (8)$$

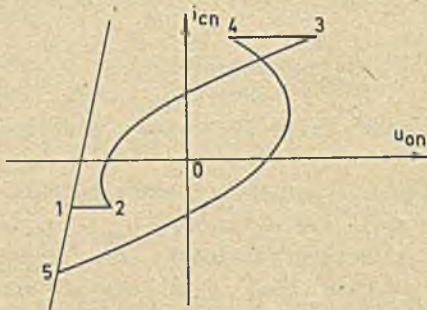
Proste przełączeń ( $L_1$ ) i ( $L_2$ ) przedstawiono na rys. 6.

### 6. Sprzężenie ze stałym czasem załączenia klucza i komparatorem

Schemat układu w tym przypadku przedstawia rys. 7.



Rys. 7. Przetwornik STSI ze stałym czasem załączenia klucza i z komparatorem



Rys. 8. Trajektorie przetwornika STSI ze sprzężeniem zwrotnym

Dla tego układu

$$I_{co} = \frac{(U_{1N} - U_{on})}{2L} \cdot \tau'_z$$

Napięcie wyjściowe przetwornika jest podawane na komparator, którego próg przełączenia wynosi  $U_K = U_{Ref} - r_c I_{co}$ . W postaci znormalizowanej dla napięć zmiennych wokół  $U_{Ref}$ ,  $U_{kn} = -1 = \frac{-r_c I_{co}}{r_c I_{co}}$ . Komparator wyzwala uniwersalny generator, który generuje impuls o cza-



sie trwania  $t_{zn}$ . Zbocza tego impulsu zostają opóźnione o czasy  $t_{d1n}, t_{d2n}$ , wskutek czasu wyłączenia klucza 0  $t_{rr1n}$  i czasu wyłączenia klucza T  $t_{an}$ .

Trajektorie układu wraz z prostą przełączeń ( $L_2$ ) przedstawia rys. 8. Korzystając z równań trajektorii i równania prostej przełączeń oraz korzystając z faktu, że

$$i_{o3n} - i_{o2n} = S_1 \cdot t_{zn}$$

$$u_{o3n} - u_{o4n} = \frac{L_c}{r_c T_N} (S_1 + S)$$

gdzie  $t_{zn} = t_{zn}' + t_{d1n} - t_{d2n}$

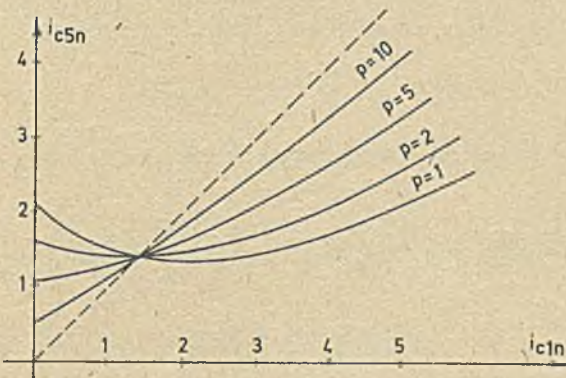
otrzymuje się funkcję przekształceń punktowych  $i_{c5n} = f(i_{c1n})$

$$i_{c5n}^2 - S(p - 2t_{d2n}) i_{c5n} - i_{c1n} + [S(p - 2t_{d2n}) - 2t_{zn}(S_1 + S)] i_{c1n} - (S_1 + S)S_1 \cdot t_{zn}^2 = 0 \dots \quad (9)$$

Zależność tę przedstawiono na rys. 9 dla kilku wartości parametru  $p$ . W stanie ustalonym  $i_{c5n} = i_{c1n} = -i_{c3n} = -I_{cn}$ .

Zatem

$$I_{cn} = \frac{S_1}{2} \cdot t_{zn} \dots \quad (10)$$



Rys. 9. Funkcja przekształceń punktowych przetwornika STSI ze sprzężeniem zwrotnym

Cykl graniczny jest stabilny, gdy:

$$p > t_{zn} + 2t_{d2n} = t'_{zn} + t_{d1n} + t_{d2n} \quad (11)$$

lub

$$2Cr_c > t'_z + t_{d1} + t_{d2}$$

W stanie ustalonym poziom napięcia wyjściowego, przy których następuje przełączenie, wynoszą:

$$U_{o1n} = U_{o2n} = -1 - \frac{S_1 t_{d2n}}{p} \cdot t_{zn} - (p - t_{d2n}) \frac{St_{d2n}}{p} \quad (12)$$

$$U_{o3n} = U_{o2n} + 2I_{cn} + \frac{L_c}{r_c T_N} (S_1 + S)$$

gdy opóźnienia są równe zero, i  $L_c = 0$ , to dla  $I_o = 0$   $U_{o1n} = -1$ ,  $U_{o3n} = 1$ , co jest zgodne z przewidywaniami.

Tętnienia napięcia wyjściowego

Wprowadźmy nowe oznaczenia:

$$\Delta U_{ppn} = \frac{\Delta U_{pp}}{r_c I_{co}} = U_{o\max n} - U_{o\min n}$$

Możliwe przypadki trajektorii przedstawiono na rys. 10, gdy  $S_1 \geq S$ .

Przypadek a) z rys. 10 zachodzi, gdy:

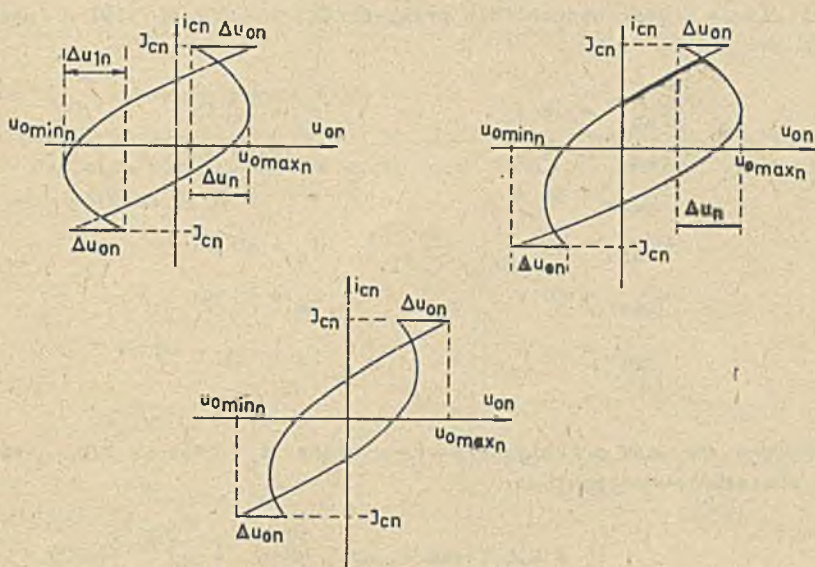
$$\frac{S_1 \cdot p}{2} + \sqrt{Sp \frac{L_c}{r_c \cdot T_N} (S_1 + S)} \leq \frac{S_1 \cdot p}{2} \sqrt{S_1 \cdot p \frac{L_c}{r_c \cdot T_N} (S_1 + S)} \leq I_{cn} \dots \quad (13)$$

Międzyszczytowa wartość tętnień wyraża się wzorem:

$$\Delta U_{ppn} = 2I_{cn} + \frac{1}{S_1 \cdot p} (I_{cn} - \frac{S_1 \cdot p}{2})^2 + \frac{1}{Sp} (I_{cn} - \frac{Sp}{2})^2 - \frac{L_c}{r_c T_N} (S_1 + S) \quad (14)$$

$I_{cn}$  wyraża się wzorem (10).





Rys. 10. Możliwe przypadki cyklu granicznego przetwornika STSI ze sprzężeniem zwrotnym

Przypadek b) z rys. 10 zachodzi, gdy:

$$\frac{Sp}{2} + \sqrt{Sp \frac{L_c}{r_c \cdot T_N} (S_1 + S)} \leq I_{cn} \leq \frac{S_1 \cdot P}{2} + \sqrt{S_1 \cdot P \frac{L_c}{r_c \cdot T_N} (S_2 + S)} \dots \quad (15)$$

Tętnienia dla tego przypadku wyrażają się wzorem:

$$\Delta U_{ppn} = 2I_{cn} + \frac{1}{Sp} (I_{cn} - \frac{Sp}{2})^2 \quad (16)$$

i wreszcie przypadek c) z rys. 10 zachodzi, gdy:

$$I_{cn} \leq \frac{Sp}{2} + \sqrt{Sp \frac{L_c}{r_c \cdot T_N} (S_1 + S)} \leq \frac{S_1 \cdot P}{2} + \sqrt{S_1 \cdot P \frac{L_c}{r_c \cdot T_N} (S_1 + S)} \quad (17)$$

W tym przypadku tętnienia wyrażają się wzorem:

$$\Delta U_{ppn} = 2I_{cn} - \frac{L_c}{r_c \cdot T_N} (S_1 + S) \quad (18)$$

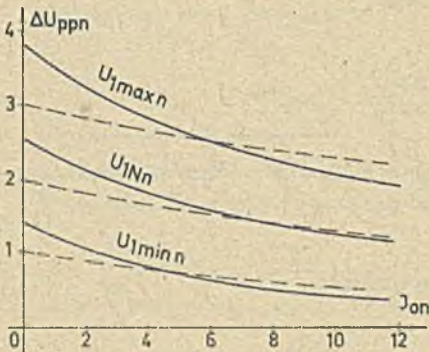
Gdyby się okazało, że  $S_1 \leq S$ , to wzory (13)...(18) pozostaną słuszne, jeżeli zamieni się w nich formalnie  $S$  przez  $S_1$  oraz  $S_1$  przez  $S$ .

Obliczenia przeprowadzono dla przetwornika DC-DC typu STSI o następujących danych:

$U_{1N}$	= 15 V	$r$	= 0,2 $\Omega$
$U_{oN}$	= 5 V	$r_c$	= 50 m $\Omega$
$I_{o\max}$	= 10 A	$C$	= 6000 $\mu$ F
$U_{1\min}$	= 10 V	$T_N$	= 60 $\mu$ S
$U_{1\max}$	= 20 V	$L_c$	= 10 nH
$I_{co}$	= 1 A	$r_c \cdot I_{co}$	= 50 mV
$L$	= 100 $\mu$ H		

Założono, że czas przeciągania tranzystora  $\tau_g$  zmienia się w funkcji prądu obciążenia następująco:

$$\tau_g = 2,5 \cdot \exp(-0,47 \cdot \frac{I_o}{I_{co}}) \quad [\mu s]$$



Rys. 11. Zależność amplitudy tętnień napięcia wyjściowego przetwornika STSI ze sprzężeniem zwrotnym

zaś czas wyłączenia diody  $t_{rr1}$  wynosi:

$$t_{rr1} = 0,48 \cdot \frac{I_{on}}{1 + I_{on}} \quad [\mu s]$$

Zależności te wynikają z aproksymacji wykresów otrzymanych doświadczalnie na rys. 1 i 2.

Dla tak dobranych wartości zachodzi przypadek c) z rys. 10. Zależność tętnień od prądu obciążenia i napięcia zasilania pokazano na rys. 11.

Liniję przerywaną naznaczono przypadek, gdy czasy opóźnień wynoszą zero.

#### Zmiana częstotliwości pracy

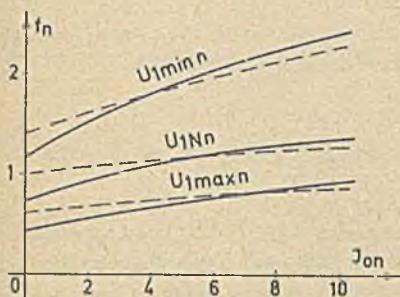
Częstotliwość pracy wyraża się następującym wzorem:



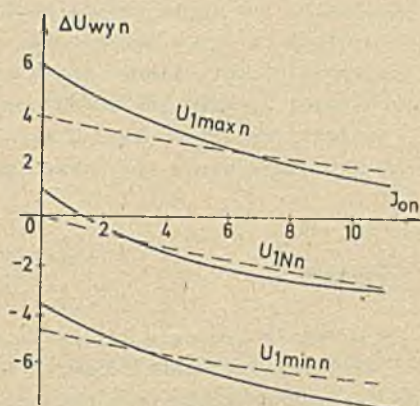
$$f_n = \frac{f}{f_N} = \frac{T_N}{T} = \frac{1}{\frac{2I_{cn}}{S_1} + \frac{2I_{cn}}{S}} = \frac{S S_1}{2I_{cn}(S_1 + S)} \dots \quad (19)$$

wartość  $I_{cn}$  wyrażona jest wzorem (10).

Na rys. 12 przedstawiono zmianę częstotliwości ze zmianą prądu obciążenia i napięcia zasilania, dla sprzężenia ze stałym czasem załączenia klucza i komparatorem.



Rys. 12. Zmiana częstotliwości pracy przetwornika STSI ze sprzężeniem zwrotnym



Rys. 13. Zmiana napięcia wyjściowego przetwornika STSI ze sprzężeniem zwrotnym

Zmiana wartości średniej napięcia wyjściowego

Z równań (2) i (3) po scałkowaniu można obliczyć zmianę średniej wartości napięcia wyjściowego. W wyniku otrzymuje się:

$$\Delta U_{on} = \frac{1}{S_1 + S} \left[ S_1 U_{own} + S U_{ozn} + \frac{L_c}{r_c T_N} (S^2 - S_1^2) + I_{cn} (S - S_1) + \frac{2I_{cn}^2}{3pSS_1} (S^2 - S_1^2) \right] \dots \quad (20)$$

gdzie:

$U_{own}, U_{ozn}, I_{cn}$  - to wielkości wyrażone wzorami (10) i (12).

Wyniki przeprowadzonych obliczeń zamieszczono na rys. 13.

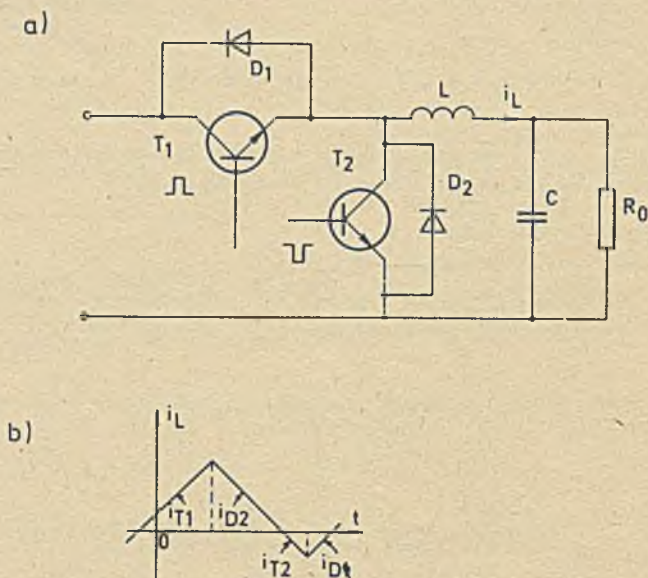
## 7. Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych obliczeń stwierdzono, że w przetworniku STSI ze sprzężeniem zwrotnym o stałym czasie załączenia klucza i komparatorem cykl graniczny jest stabilny, jeśli jest spełniony warunek (11). Przy dużych czasach przełączania kluczy może on nie być spełniony. Z warunku tego widać, że obecność rezystancji  $r_c$  jest konieczna dla zapewnienia stabilnego cyklu granicznego, przy ciągłym przepływie prądu dławika. Stwierdzono, że tętnienia w tym układzie zależą od napięcia zasilania i od prądu obciążenia. Tętnienia zależą bardzo silnie od napięcia zasilania. Zależą one również od prądu obciążenia, przy czym maleją one ze wzrostem prądu obciążenia. Częstotliwość pracy zależy silnie od napięcia zasilania. Wzrasta również ze wzrostem prądu obciążenia.

Napięcie wyjściowe bardzo silnie zależy od wartości napięcia zasilania, przy czym daje się zaobserwować duży wpływ czasów opóźnień.

## 8. Dodatek

W artykule przyjęto założenia, że w przetworniku STSI prąd dławika płynie stale, niezależnie od wartości prądu obciążenia. Jest to nieprawdziwe dla konwencjonalnego przetwornika. Jednakże dla przetwornika pokazanego na rys. 14 warunek ciągłości prądu dławika jest spełniony nawet dla prądu obciążenia równego zero.



Rys. 14. Zmodyfikowany przetwornik STSI z ciągłym przepływem prądu dławika



## LITERATURA

- [1] Babaa I.M.H., Wilson T.G., Yuan Yu.: Analytic Solutions of Limit Cycles in Feedback Regulated Converter System with Hysteresis. IEEE Trans. on Aut. Contr. vol. AC-13, no 5, Oct 1968, pp. 524-531.
- [2] Burns W.W., Wilson T.G.: State Plane Trajectories Used to Observe and Control the Behaviour of a Voltage Step Up DC to DC Converter. IEEE Trans. Aer and El. Syst. vol. 12, no 6, 1976, pp. 706-717.
- [3] Middlebrook R.D. Cuk S.: A General Unified Approach to Modelling Switching Converter Power Stages. International Journal of Electronics vol. 42, no 6, 1977.
- [4] Kulawik M.: Stabilizator impulsowy z ciągłym przepływem prądu dławika. Praca doktorska, Gliwice 1979.

Recenzent: Doc. dr J. Luciński

Wpłynęło do Redakcji: 1.VII.1982 r.

## КОНВЕРТОРЫ ДЦ/ДЦ С НЕЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

## Резюме

В статье представлены статические свойства конвертора ДЦ/ДЦ с нелинейной обратной связью состоящего из компаратора и системы включения ключа в постоянном промежутке времени. Определено частоту работы и напряжение пульсаций. Определены также условия стабильности граничного цикла. В статье применён метод точечных преобразований и поверхности состояния.

## BUCK CONVERTER WITH NONLINEAR FEEDBACK LOOP

## Summary

Static properties of the DC/DC buck converter with nonlinear feedback path consisting of the comparator and the network ensuring constant "on" time of the switch, are described. Operating frequency and the output ripple voltage are calculated. The condition for a stable limit cycle is given. In the calculations the state plane and successor function methods were used.