

Zbigniew MARSZAŁEK, Zbigniew RYMARSKI

O METODYJNE INTERPOLACJI RODZINY
WEWNĘTRZNYCH I ZEWNĘTRZNYCH PĘTLI HISTEREZY MAGNETYCZNEJ

Streszczenie. Analiza obwodów elektrycznych zawierających rezystancje i cewki z rdzeniami żelaznymi jest trudna z uwagi na brak analitycznej zależności łączącej prąd płynący przez cewkę ze strumieniem magnetycznym wzbudzonym w rdzeniu. Przedstawiono w niniejszym artykule metodę interpolacji rodzin pętli histerezy zakłady znajomości równania zewnętrznej pętli histerezy. Pozwala to rozwiązać odpowiednie równanie różniczkowe napisane dla obwodu elektrycznego z szeregowo połączonymi rezystancjami i cewkami z rdzeniami żelaznymi.

1. Wstęp

Układy elektryczne zawierające rezystancje i cewki z rdzeniami z żelaza są, jak wiadomo, obwodami trudnymi do analizy, ponieważ nie ma danej zależności między prądem a skąjzerzonym strumieniem magnetycznym dla danego obwodu. Zależność ta dana jest tylko wykreślenie w postaci charakterystyki magnesowania i to obejmującej zazwyczaj otrzymaną doświadczalnie "zewnętrzną pętlę histerezy", a nie całą rodzinę krzywych. Potrzebę uwzględnienia histerezy magnetycznej stwarza trudności polegające z jednej strony na konieczności odpowiednio dokładnej aproksymacji pętli, z drugiej zaś na skomplikowanej postaci równania różniczkowego dla danego obwodu.

Celem niniejszej pracy jest przedstawienie pewnego sposobu interpolacji rodziny pętli histerezy. Interpolacja ta opiera się na znajomości analitycznego równania zewnętrznej pętli histerezy. Polega ona na przekształceniu zewnętrznej pętli histerezy na dowolną wewnętrzną pętlę. Założenie znajomości analitycznego równania zewnętrznej pętli histerezy nie jest w praktyce założeniem upraszczającym, gdyż znane wzory interpolacyjne z literatury [2], [3], [4] pozwalają obliczyć potrzebne punkty pośrednie pomiędzy wyznaczonymi doświadczalnie. W pracy proponowane jest interpolacja za pomocą funkcji sklejonych stopnia trzeciego. Zaletą przedstawionego sposobu interpolacji jest możliwość uzyskania zadanych wewnętrznych pętli (niekoniecznie symetrycznych) z dużą dokładnością, co umożliwia rozwiązanie równania różniczkowego, opisującego układ elektryczny zawierający cewki z nieliniową indukcyjnością. Wada natomiast jest fakt, że nie pozwala

ona wyznaczyć równań w sposób analityczny. Uniemożliwia to rozwiązanie równania różniczkowego danego obwodu elektrycznego bez użycia maszyny cyfrowej.

2. Podstawowe pojęcia i definicje

Definicja: Funkcją sklejaną będziemy nazywali funkcje rzeczywiste określone na przedziale $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$. $S_\Delta: [a, b] \rightarrow R$ spełniają warunki:

- 1° S_Δ jest wielomianem stopnia trzeciego na przedziale $[x_{i-1}, x_i]$ dla $i = 1, \dots, n$
- 2° $S_\Delta \in C^2 [a, b]$.

Funkcja sklejana jest zatem złożona z n wielomianów stopnia trzeciego w ten sposób, że sama funkcja jak i obie pochodne (pierwsza i druga) są ciągłe. Można również rozpatrywać funkcje sklejane, które jest złożona z wielomianów wyższych stopni. Ze względu na prostotę ograniczymy się tu do funkcji stopnia trzeciego.

Twierdzenie: Jeżeli funkcja sklejana jest określona na $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$ w ten sposób, że $S_\Delta(x_j) = y_j$ i spełnia jeden z trzech warunków:

- 1° $S'_\Delta(a) = y'_0$ i $S'_\Delta(b) = y'_n$
- 2° $S_\Delta^{(j)}(a) = S_\Delta^{(j)}(b)$ $j = 0, 1, 2$
- 3° $S_\Delta^{(j)}(a) = S_\Delta^{(j)}(b) = 0$

to w każdym z tych przypadków S_Δ jest określona jednoznacznie.

Jako momenty $M_j = S_\Delta^{(j)}(x_j)$ oznaczymy drugą pochodną szukanej funkcji sklejanej S_Δ w punktach $x_j \in \Delta$. Druga pochodna $S_\Delta^{(j)}$ w przedziale $[x_{j-1}, x_j]$ dla $j = 1, \dots, n$ jest funkcją liniową

$$S_\Delta^{(j)}(x) = M_{j-1} \frac{x_j - x}{h_j} + M_j \frac{x - x_{j-1}}{h_j} \quad (1)$$

gdzie:

$$h_j = x_j - x_{j-1}.$$

Całkując obie strony równania (1) i wyliczając stałe całkowania z ciągłości wielomianów otrzymujemy:

$$S_\Delta^{(j)}(x) = -M_{j-1} \frac{(x_j - x)^2}{2h_j} + M_j \frac{(x - x_{j-1})^2}{2h_j} + \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} - \frac{M_j - M_{j-1}}{h_j} x \quad (2)$$

$$S_{\Delta}(x) = M_{j-1} \frac{(x_j - x)^3}{6h_j} + M_j \frac{(x - x_{j-1})^3}{6h_j} + (y_{j-1} - \frac{M_{j-1}h_j^2}{6}) \frac{x_j - x}{h_j} + (y_j - \frac{M_j h_j^2}{6}) \frac{x - x_{j-1}}{h_j} \quad (3)$$

Z (2) znajdujemy pochodną na końcach przedziału $[x_{j-1}, x_j]$

$$S_{\Delta}'(x_j - 0) = \frac{h_j}{6} M_j + \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j} + \frac{h_j}{6} M_{j-1} \quad (4)$$

$$S_{\Delta}'(x_j + 0) = \frac{h_{j+1}}{6} M_j - \frac{h_{j+1}}{6} M_{j+1} + \frac{y_{j+1} - y_j}{h_{j+1}}$$

Porównując równość (4) na podstawie ciągłości funkcji $S_{\Delta}'(x)$ otrzymujemy:

$$\frac{h_j}{6} M_{j-1} + \frac{h_j + h_{j+1}}{6} M_j + \frac{h_{j+1}}{6} M_{j+1} = \frac{y_{j+1} - y_j}{h_{j+1}} - \frac{y_j - y_{j-1}}{h_j}$$

Uwzględnienie zadanych pochodnych w punktach x_0, x_n w przypadku 1° prowadzi do równań:

$$2M_0 + M_1 = \frac{6}{h_1} (y_1 - y_0) - y_0', \quad M_{n-1} + 2M_n = \frac{6}{h_n} (y_n - y_{n-1}) - y_n'$$

Zestawiając otrzymane równania uzyskujemy układ równań o $n+1$ niewiadomych M_0, M_1, \dots, M_n

$$\begin{cases} 2M_0 + \lambda_0 M_1 = d_0 \\ \mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = d_j & j=1, \dots, n-1 \\ \mu_n M_{n-1} + 2M_n = d_n \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:

$$\lambda_j = \frac{h_{j+1}}{h_j + h_{j+1}}, \quad \mu_j = 1 - \lambda_j$$

$$d_j = 6 \frac{(y_{j+1} - y_j)/h_{j+1} - (y_j - y_{j-1})/h_j}{h_j + h_{j+1}}$$

dla $j = 1, 2, \dots, n-1$

Rozpatrzenie przypadku 2^0 funkcji sklejanej okresowej prowadzi do układu n równań okresowych M_1, \dots, M_n . W tym przypadku wystarczy przyjąć $Y_n = Y_0$, $M_n = M_0$, $Y_{n+1} = Y_1$, $M_{n+1} = M_1$, $h_{n+1} = h_1$, stąd otrzymujemy:

$$\begin{cases} 2M_1 + \lambda_1 M_2 = d_1 \\ \mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = d_j & j = 2(1) n-1 \\ \lambda_n M_1 + \mu_n M_{n-1} + 2M_n = d_n \end{cases} \quad (6)$$

gdzie:

$$M_0 = M_n, \quad \lambda_n = \lambda_1/h_n + h_1, \quad \mu_n = 1 - \lambda_n$$

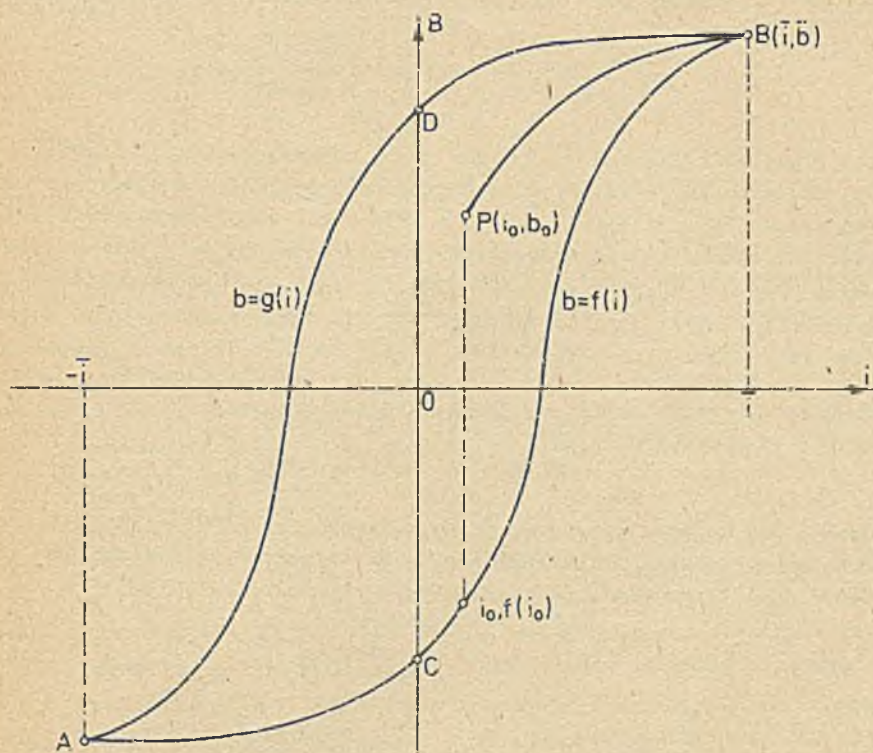
Analogicznie wybór $M_0 = 0$, $M_n = 0$ określa układ $n-1$ równań o niewiadomych M_1, \dots, M_{n-1} .

Bardzo ważną własnością funkcji sklejanych jest zbieżność do funkcji interpolowanej, jeżeli wybierzemy coraz drobniejsze podziały Δ . Dowód tego faktu pomijamy jako dość skomplikowany. Jest on przedstawiony w literaturze [2] i [3]. Przedstawione powyżej metoda interpolacyjna (przy zadanych warunkach brzegowych $y'_0 = y'_n = 0$) umożliwia przybliżenie zewnętrznej petli histerezy i traktowanie jej jako funkcji analitycznej. Została ona wykorzystana w przykładach 1 i 2 do wyznaczenia punktów pośrednich między danymi pomiarowymi.

3. Metoda interpolacji rodziny krzywych wewnętrznych petli histerezy

Powróćmy obecnie do zagadnienia wyznaczenia rodziny wewnętrznych petli histerezy obniżającej zależność indukcji magnetycznej od prądu. Zagadnieniu temu poświęcono już wiele prac, rozpoczynając od klasycznego sformułowania Rayleigha. Ich obszerny przegląd podał L. Biessonow [1]. Są one jednak mało skuteczne, nie są bowiem dokładane, nie nadszają się na ogół do aproksymacji rodziny krzywych, wreszcie powstają trudności przy ich adaptacji do analizy komputerowej.

Krzywą dolną petli, przechodzącą przez punkt ACB (rys. 1) o równaniu $b = f(i)$ jest symetryczna względem punktu 0 z krzywą górną $b = g(i)$, to znaczy $f(i) = -g(-i)$, w związku z czym wystarczy rozpatrywać na przykład tylko krzywą dolną o związaną z nią rodzinę krzywych wewnętrznych. Jeżeli założymy, że przez punkty $F(i_0, b_0)$, $F(-i, \bar{b})$ przechodzi dokładnie jedna krzywa wewnętrzna $b = w(i)$, to istnieje homeomorfizm przekształcający krzywą dolną na krzywą wewnętrzną.



Rys. 1. Zewnętrzna pętla histerezy i dowolna krzywa wewnętrzna

W dalszym ciągu będziemy poszukiwali homeomorfizmu w postaci wielomianu stopnia n -tego, co możemy zapisać:

$$w(i) = a_n [f(i)]^n + \dots + a_1 f(i) + a_0 \quad (1)$$

Na określony w ten sposób wielomian $w(i)$ nałożone są warunki:

$$\bar{b} = w(\bar{i}) = a_n [f(\bar{i})]^n + \dots + a_1 f(\bar{i}) + a_0$$

$$b_0 = w(i_0) = a_n [f(i_0)]^n + \dots + a_1 f(i_0) + a_0$$

Rugując z równań współczynniki a_1 i a_0 otrzymujemy następującą postać wielomianu:

$$w(i) = a_n [f(i)^n - \bar{b}^n] + \dots + a_2 [f(i)^2 - \bar{b}^2] + \bar{b} + \frac{\bar{b} - b_0 - a_2 [\bar{b}^2 - f^2(i_0)] - \dots - a_n [\bar{b}^n - f^n(i_0)]}{\bar{b} - f(i_0)} (f(i) - \bar{b})$$

Dla $n=1$ wielomian jest określony jednoznacznie i przyjmuje postać:

$$\varphi(i_0, b_0, i) \stackrel{\text{def}}{=} w(i) = \bar{b} + \frac{\bar{b} - b_0}{b - f(i)} (f(i) - \bar{b})$$

Ze względu na zależność wielomianu $w(i)$ od współrzędnych (i_0, b_0) w dalszej części pracy będziemy go oznaczali $\varphi(i_0, b_0, i)$, a analogiczny wielomian krzywej górnej $\psi(i_0, b_0, i)$. W przypadku $n=1$ wyznaczmy krzywą komutacji i podamy sposób wyznaczenia punktu będącego początkiem pętli histerezy, której końcem jest punkt (i_0, b_0) . Powyższe rozumowanie można także przenieść na wielomiany wyższych stopni. Obydwa te przypadki możemy zapisać równaniami:

$$\varphi(i_0, b_0, i) = \psi(-i_0, -b_0, i) \quad (8)$$

$$\varphi(i_0, b_0, i) = \psi(i_0, b_0, i) \quad (9)$$

gdzie z (8) możemy wyznaczyć krzywą komutacji, a z (9) współrzędne punktu będącego początkiem pętli histerezy, której końcem jest punkt (i_0, b_0) . Otrzymujemy teraz równanie pętli histerezy przekształcając (8):

$$\varphi(i_0, b_0, i) = -\varphi(i_0, b_0, -i)$$

stad:

$$\bar{b} + \frac{\bar{b} - b_0}{b - f(i_0)} (f(i) - \bar{b}) = -\bar{b} - \frac{\bar{b} - b_0}{b - f(i_0)} (f(-i) - \bar{b})$$

$$f(i) + f(-i) = 2\bar{b} \frac{f(i_0) - b_0}{b - b_0}$$

Podstawiając $b_0 = z$, $i_0 = 0$ otrzymujemy postać funkcji:

$$F_1(i) = -f(i) - f(-i) + 2\bar{b} \frac{f(0) - z}{b - z} \quad 0 < z < f(0)$$

Dla danego z jest to funkcja zmiennej i , której miejsca zerowe poszukujemy. Ponieważ w przedziale $(0, i)$ funkcja posiada tylko jeden pierwiastek i zachodzą nierówności $F_1(i) > 0$, $F_1(0) < 0$, możemy zaproponować np. metodę bisekcji [4] do jego wyznaczenia. analogicznie możemy rozpatrzyć przypadek (9).

$$\varphi(i_0, b_0, i) = -\varphi(-i_0, -b_0, -i)$$

stad:

$$\bar{b} + \frac{\bar{b} - b_0}{b - f(i_0)} (f(i) - \bar{b}) = -\bar{b} + \frac{\bar{b} + b_0}{b - f(-i_0)} (b - f(-i))$$

Podstawiając:

$$\frac{\bar{b} - b_0}{\bar{b} - f(-i_0)} \stackrel{\text{dł}}{=} c_1 \quad \frac{\bar{b} + b_0}{\bar{b} - f(-i_0)} \stackrel{\text{dł}}{=} c_2$$

otrzymujemy:

$$\bar{b}(c_1 + c_2 - 2) = c_1 f(-i) + c_2 f(i)$$

Dla danego punktu (i_0, b_0) , należącego do wnętrza pętli histerezy, jest to funkcja zmiennej i , dla której poszukujemy miejsca zerowego różnego od i_0 . Funkcja $F_2(i)$ posiada wewnątrz przedziału $(-i, i_0)$ jedno miejsce zerowe, które możemy wyznaczyć dowolną metodą iteracyjną.

W przypadku gdy konieczna jest duża dokładność i mamy zdjętych kilka wewnętrznych pętli histerezy, należy rozpatrzyć współczynniki wielomianu (7) jako funkcje zależną od i_0 , tzn. $s_1 = t(b_0)$. Funkcje te możemy rozpatrzyć jako wielomian stopnia m_1 .

$$s_1 = c_{m_1} (b_0)^{m_1} + \dots + c_1 b_0 + c_0 \quad (10)$$

Ponieważ na brzegu wielomian $w(i)$ powinien pokrywać się z funkcją $f(i)$, cc możemy zapisać $b_0 = f(i_0) = w(i_0)$, podstawiając do (10) $f(i_0)$ mamy:

$$c_{m_1} [f(i_0)]^{m_1} + \dots + c_1 f(i_0) + c_0 = 0 \quad (11)$$

ze względu na to, że

$$b_0 = w(i_0) = a_n [f(i_0)^n - \bar{b}^n] + \dots + a_2 [f(i_0)^2 - \bar{b}^2] + \bar{b} + \frac{\bar{b} - b_0 - a_2 [\bar{b}^2 - f^2(i_0)] - \dots - a_n [\bar{b}^n - f^n(i_0)]}{\bar{b} - f(i_0)} (f(i_0) - \bar{b})$$

$$\bigwedge_{i_0} a_n [f(i_0)^n - \bar{b}^n] + \dots + a_2 [f(i_0)^2 - \bar{b}^2] = 0 \Rightarrow a_2 = \dots = a_n = 0$$

Wyliczając z (11) c_0 otrzymujemy ostateczną postać współczynników s_1 :

$$s_1 = c_{m_1} [b_0^{m_1} - f(i_0)^{m_1}] + \dots + c_1 [b_0 - f(i_0)]$$

Ze względu na znane wzory interpolacyjne Newtona i Lagrange'a obliczenie współczynników przedstawionego wzoru interpolacyjnego nie następuje dużych trudności. W praktyce okazuje się jednak często, że nawet dla $n=1$ otrzy-

mujemy istotycznie dobre przybliżenia wewnętrznych pętli histerezy. Dzieje się tak w szczególności, jeżeli poruszamy się dostatecznie blisko funkcji $f(i)$ lub rdzeń jest wykonany z materiału ferromagnetycznego, w którym występują naprężenia rozciągające. Potwierdzają to w pełni przeprowadzone doświadczenia. W przedstawionych przykładach sproksymowane są wewnętrzne pętle histerezy wielomianem w i przy zadanym $n=i$ i porównane z doświadczalnie zdjętymi pętlami wewnętrznymi. Otrzymane wyniki potwierdzają przydatność zastosowanej metody interpolacyjnej do wyznaczenia wewnętrznych pętli histerezy. Opisana metoda umożliwia rozwiązanie równania różniczkowego, opisującego szeregowy układ elektryczny, zawierający rezystancję i cewki z rdzeniami z żelaza.

4. Opis przeprowadzonych doświadczeń

Wyniki obliczeń przy danej zewnętrznej pętli histerezy próbki porównano z wynikami badań laboratoryjnych. Wykonano próbki pierścieniowe z blachy transformatorowej o grubości 0,08, 0,12, 0,20 i 0,35 mm. Pierścienie o wewnętrznej średnicy 50 mm, zewnętrznej 70 mm i szerokości 15 mm wykonano techniką zwiędzenia taśmy. Łącznie wykonano 17 próbek. Średnia długość drogi strumienia w próbce $l_{SR} = 188,4$ mm. W przykładzie 1 przedstawiono pomiary z blachy o grubości 0,08 mm. Ciężar próbki wynosi 211,3 G, jej średni przekrój $S = 146,61$ mm². W polu magnetycznym o natężeniu 2500 A/m indukcja nasycenia B_s w próbce wynosi 1,7939 T. W przykładzie 2 przedstawiono pomiary próbki z blachy 0,35 mm. Ciężar próbki 217,5 G, $S = 149,66$ mm². W polu o $H = 2500$ A/m, $B_s = 1,8910$ T. Zakładając maksymalny prąd J_m płynący przez uzwojenie magnesujące równy 4 A i maksymalne natężenie pola magnetycznego $H = 2500$ A/m, na próbkach nawinięto po $z_1 = 118$ zwoi magnesujących. Ich rezystancji wynosi około 0,6 Ω . Uzwojenie pomiarowe o 50 zwojach podłączono do galwanometru pełzającego GL-1.

Pętle histerezy zewnętrzna i pętle wewnętrzne zdjęto metoda komutacyjną. Polega ona na ustaleniu zdejmowanej pętli histerezy przy każdym pomiarze. Dokonujemy tego kilkakrotnie zmieniając skokowo znak prądu magnesującego próbkę, wartości odpowiadającej maksymalnej indukcji w próbce dla danej pętli histerezy. Następnie zmieniamy skokowo wartość prądu z maksymalnej do pewnej żądanej.

Przy znanym przekroju S próbki i ilości uzwojeń pomiarowych z_2 wychylenie galwanometru pozwala nam określić przyrost indukcji ΔB w próbce. Znając maksymalną wartość indukcji i jej przyrost obliczamy indukcję dla żadanego prądu magnesującego. Dokładny opis tej metody pomiarowej znajduje się w [6]. Pomiary próbek przeprowadzono w IMŻ w Gliwicach w Zakładzie Przeróbki Plastycznej na Żelazo.

Przykład 1

$$i_0 = -500 \quad b_0 = -1.6302$$

Prąd [mA]	Obliczona pętla histerezy T	Dana wewnętrzna histerezy T
- 500	- 1.6302	- 1.6302
- 300	- 1.5736	- 1.6029
- 250	- 1.5619	- 1.5892
- 200	- 1.5210	- 1.5483
- 150	- 1.4665	- 1.4937
- 100	- 1.3300	- 1.3437
- 75	- 1.2072	- 1.2073
- 50	- 0,9890	- 0,9617
- 30	- 1.0606	1.0300
- 15	1.3301	1.3055
- 10	1.3539	1.3328
- 5	1.3812	1.3492
0	1.3985	1.3710
5	1.4187	1.3842
10	1.4358	1.4037
15	1.4528	1.4147
30	1.4938	1.4529
50	1.5374	1.4951
75	1.5838	1.5415
100	1.6022	1.5596
150	1.6241	1.5770
200	1.6459	1.6008
300	1.6548	1.6087
500	1.6773	1.6302
największa różnica		0.0471

Przykład 2

$$i_0 = -100 \quad b_0 = -1.5560$$

Prąd [mA]	Obliczona pętla histerezy T	Dana wewnętrzna histerezy T
- 100	- 1.5560	- 1.5560
- 75	- 1.5026	- 1.4759
- 60	- 1.4225	- 1.3824
- 50	- 1.3690	- 1.3423
- 45	- 1.3156	- 1.3023
- 40	- 1.2622	- 1.2622
- 35	- 1.1954	- 1.1954
- 30	- 1.0902	- 1.1153
- 25	- 0.9699	- 0.9951
- 20	- 0.7828	- 0.8881
- 15	- 0.5155	- 0.5273
- 10	0.0725	- 0.0200
- 5	1.0614	0.7814
0	1.3019	1.0652
5	1.4289	1.1954
10	1.5024	1.2969
15	1.5525	1.3584
20	1.5826	1.4058
25	1.6093	1.4412
30	1.6280	1.4545
35	1.6440	1.4772
40	1.6547	1.4859
45	1.6668	1.4953
50	1.6761	1.5093
60	1.6895	1.5220
75	1.7082	1.5380
100	1.7256	1.5560
największa różnica		0.2800

LITERATURA

- [1] Biessonow L.: Elektriczeskije ciepi so stalju. Moskwa 1948.
- [2] Ahlberg J.H., Nilson E.N., Walsh J.L.: The theory of splines and their application. Academic Press New York and London 1967.
- [3] Stoer J.: Wstęp do metod numerycznych. PWN, Warszawa 1979.

- [4] Raiston A.: Wstęp do analizy numerycznej. PWN, Warszawa 1971.
- [5] Bartłomiejczyk R., Marszałek Z.: Pewna metoda analizy obwodu elektrycznego zawierającego rezystancję i cewki z rdzeniami z żelaza. Report wewnętrzny, problem resortowy MNSzWiT 1.3. "Teoria Obwodów i Układów Elektronicznych" wyd. V2c.
- [6] Nałęcz M., Jaworski J.: Miernictwo magnetyczne. WNT, Warszawa 1972.
- [7] Kuryłowicz J.: Badania magnetyczne. Wydawnictwo "Śląsk", Katowice, 1976.

Recenzent: Doc. dr hab. E. Czogała

Wpłynęło do Redakcji 1.VII.1982 r.

МЕТОД ИНТЕРПОЛЯЦИИ СЕМЕЙСТВА ПЕТЕЛЬ МАГНИТНОЙ ГИСТЕРЕЗЫ

Р е з ю м е

Электрические схемы, содержащие сопротивления и катушки с железными сердечниками, как известно, являются трудными для анализа, поскольку нет аналитической зависимости между током и связанным с ним магнитным потоком для данной схемы. Целью настоящей работы является представление некоторого способа интерполяции целого семейства гистерезисных петель. Эта интерполяция основана на предположении, что известно аналитическое уравнение внешней петли. Такой подход даёт возможность решить дифференциальное уравнение, описывающее последовательную электрическую схему, содержащую сопротивления и катушки с железным сердечником.

METHOD OF INTERPOLATION OF THE HYSTERESIS LOOPS FAMILY

S u m m a r y

The electrical circuits having resistances and coils with iron cores are very difficult to analyses for the lack of an analytical expression between the current and the magnetic flux.

The method of interpolation of all families of hysteresis loops, presented in this paper, assumes that the equation of the external hysteresis loop is known; it allows to find the solution of the appropriate differential equation describing the series connection of resistances and coils iron cores.