ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: AUTOMATYKA z. 67 Nr kol. 760

Andrzej AMELJAŃCZYK

Wydział Cybernetyki

Wojskowa Akademia Techniczna

METODA PUNKTU IDEALNEGO W ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ POLIOPTYMALIZACJI

Streszczenie. W pracy omówiono ideę optymalizacji polegającą na wyznaczaniu rozwiązań znajdujących się najbliżej tzw. elementów idealnych. Uogólniono pojęcie elementu idealnego. Zdefiniowano rozwiązania kompromisowe i omówiono ich własności. Rozszerzono możliwość stosowania metody punktu idealnego poza przestrzenie metryczne.

1. Wprowadzenie

Idea optymalizacji polegająca na wyznaczaniu rozwiązań znajdujących się najbliżej pewnego "wzorca" (punktu idealnego) jest znana już od dawna [6, 7]. Postępowanie takie jest na ogół stosowane wtedy, gdy podejmującemu decyzje znany jest pewien wzorzec, którego osiągnięcie byłoby najbardziej pożądane. Często zdarza się jednak, że wzorzec ten nie jest osiągalny w dziedzinie rozwiązań dopuszczalnych (stąd w literaturze często można spotkać określenie: "punkt utopijny").

Załóżmy, że dane są:

- A - przestrzeń rozwiązań,
- X - zbiór rozwiązań dopuszczalnych ($X \subset A$),
- B - przestrzeń ocen rozwiązań,
- F - kryterium oceny rozwiązań (np. wektorowe)

$$F : A \to B,$$

gdzie:

$F(X) = \left\{F(x) \in B \mid x \in X\right\} = Y$ - obraz zbioru X (zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych),

$Q \subset B$ - zbiór elementów wzorcowych (punktów idealnych).

W przypadku gdy

$$Y \cap Q = Y_Q \neq \emptyset \tag{1}$$

mówimy, że istnieją idealne rozwiązania w postaci zbioru:

$$X_Q = F^{-1}(Y_Q) = \left\{x \in X \mid F(x) \subset Y_Q\right\} \tag{2}$$

Przypadek taki jest na ogół rzadki. Częściej zdarza się sytuacja $Y \cap Q = \emptyset$. Oznacza to, że żaden element idealny nie jest osiągalny. Skoro żaden z elementów idealnych nie jest osiągalny, to można wyznaczyć element $\hat{y} \in Y$, który znajduje się najbliżej zbioru Q. Powstaje w tym miejscu zagadnienie określania pojęcia bliskości elementów $y \in Y$ względem Q. Zagadnienie bliskości można wprowadzić posługując się relacją bliskości $R_Q \subset B \times B$. O elementach $(y,z) \in R_Q$ powiemy, że y znajduje się bliżej wzorca Q niż element z (zatem y jest elementem "lepszym" niż z).

Zadanie optymalizacji polega w tym przypadku na wyznaczeniu elementów najbliższych wzorcowi Q, czyli tzw. zbioru elementów dominujących:

$$Y_D^{R_Q} = \left\{ y \in Y \,|\, (y,z) \in R_Q \quad \text{dla} \quad z \in Y \setminus \{y\} \right\} \tag{3}$$

lub jeśli zbiór ten jest pusty, zbioru elementów, od których nie istnieją elementy bliższe względem Q, czyli tzw. zbioru elementów niezdominowanych

$$Y_N^{R_Q} = \left\{ y \in Y \,\middle|\, \text{nie istnieje } z \in Y \setminus \{y\}, \text{ że } (z,y) \in R_Q \right\} \tag{4}$$

Przy powyższym sformułowaniu zadanie optymalizacji nie różni się niczym od ogólnego sformułowania zadania optymalizacji w przestrzeni z relacją [2], [3].

Pewna odrębność tej klasy zadań wynika głównie ze specyficznego definiowania relacji dominowania R_Q. Do jej zdefiniowania niezbędne jest określenie zbioru Q punktów idealnych oraz określenie pojęcia "bliskość elementów" w przestrzeni B.

2. Optymalizacja wielokryterialna - rozwiązania kompromisowe

Zadanie optymalizacji wielokryterialnej można zdefiniować następująco:

$X \subset A$ - zbiór rozwiązań dopuszczalnych,

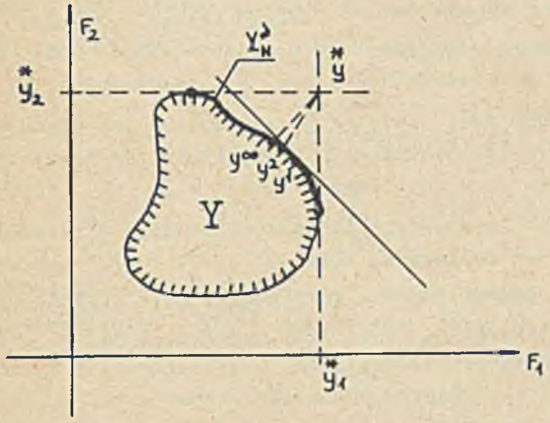
$F: A \to \mathcal{R}^N$ - wektorowy wskaźnik jakości,

$F_n(x)$ - wartość n-tego wskaźnika jakości dla $x \in X$,

$Y = F(X) = \left\{ F(x) \in \mathcal{R}^N | x \in X \right\}$ - zbiór ocen rozwiązań dopuszczalnych.

Załóżmy, że interesuje nas "jednoczesna maksymalizacja" wszystkich N wskaźników jakości ponumerowanych indeksem $n \in \mathcal{N} = \{1,\dots,N\}$. Niech $y = F(x^1)$ zaś $z = F(x^2)$. Jeśli $y_n \geqslant z_n$ dla każdego $n \in \mathcal{N}$ (co zapisywać będziemy $y \geqslant z$), to powiemy, że element y_N jest lepszy od z. Zadanie w postaci $(X, F, \geqslant)$ [1, 2] gdzie $F: A \to \mathcal{R}^N$ nazywać będziemy zadaniem optymalizacji (maksymalizacji) wielokryterialnej. Na rys. 1 zaznaczono zbiór Y dla pewnego X przy ustalonym odwzorowaniu $F = (F_1, F_2)$ oraz zbiór elementów niezdominowanych $Y_N \geqslant$ [1], czyli zbiór elementów optymalnych w sensie Pareto. Zbiór elementów dominujących $Y_D \geqslant$ [1] w tym przypadku jest pusty. Odpowiadający temu zbiorowi $Y_N^{\geq}$ zbiór rozwiązań niezdominowanych określimy następująco:

$$X_N^{\geq} = F^{-1}(Y_N^{\geq}) = \left\{ x \in X \mid F(x) \in Y_N^{\geq} \right\} \tag{5}$$



Rys. 1. Zbiór elementów niezdominowanych $Y_N^{\geq}$ dla dwóch wskaźników jakości

Zadanie polegające na wyznaczaniu rozwiązania "maksymalizującego jednocześnie" dwa wskaźniki jakości F_1 i F_2 można też sformułować inaczej, posługując się następującym schematem: "Idealnie z punktu widzenia maksymalizacji obu wskaźników jakości" byłoby wybrać takie rozwiązanie $\overset{*}{x} \in X$, by $F_1(\overset{*}{x}) = \sup\limits_{x \in X} F_1(x)$ oraz $F_2(\overset{*}{x}) = \sup\limits_{x \in X} F_2(x)$. Punkt $\overset{*}{y}$ o takich właśnie współrzędnych $\overset{*}{y}_1$, $\overset{*}{y}_2$ byłyby oceną (obrazem) "idealnego" rozwiązania. Element $\overset{*}{y}$ nazywać będziemy punktem idealnym. W tym przypadku element $\overset{*}{y}$ nie jest niestety elementem zbioru Y, a więc nie istnieje w zbiorze X taki element $\overset{*}{x}$, że $F(\overset{*}{x}) = \overset{*}{y}$. Punkt idealny $\overset{*}{y}$ nie jest zatem "osiągalny" w sferze możliwości danych zbiorem X. Wobec tego należy znaleźć w zbiorze Y taki element $\overset{\circ}{y}$, który znajduje się najbliżej elementu idealnego $\overset{*}{y}$. Powstaje w tym momencie problem mierzenia odległości elementów ze zbioru Y do elementu idealnego $\overset{*}{y}$. W przypadku zadań polioptymalizacji najczęściej stosuje się następującą metrykę:

$$q_p(\overset{*}{y}, y) = \Big(\sum_{n \in \mathcal{N}} |\overset{*}{y}_n - y_n|^p\Big)^{\frac{1}{p}}, \quad p \geq 1, \quad y \in Y \tag{6}$$

czyli normę wektora $(\overset{*}{y} - y)$, $y \in Y$

$$\|\overset{*}{y} - y\|_p = \Big(\sum_{n \in \mathcal{N}} |\overset{*}{y}_n - y_n|^p\Big)^{\frac{1}{p}}, \quad y \in Y \tag{7}$$

Najczęściej stosuje się $p = 1, 2, \infty$:

przy $p = 1$ otrzymujemy funkcję odległości w postaci sumy wskaźników jakości,

przy $p = 2$ otrzymujemy zwykłą geometryczną odległość (normę euklidesową), przy $p = \infty$ (w granicy) otrzymujemy:

$$\|\overset{*}{y} - y\|_{\infty} = \max_{n \in \mathcal{N}} |\overset{*}{y}_n - y_n| \tag{8}$$

Określenie 1

Rozwiązaniem kompromisowym z parametrem p zadania optymalizacji wielokryterialnej nazywać będziemy zbiór $X_p^{\overset{*}{y}}$, będący przeciwobrazem zbioru $Y_p^{\overset{*}{y}}$ wyników (ocen) kompromisowych

$$X_p^{\overset{*}{y}} = F^{-1}(Y_p^{\overset{*}{y}}) = \left\{\overset{*}{x} \in X \,|\, F(\overset{*}{x}) \in Y_p^{\overset{*}{y}}\right\}, \quad p \geqslant 1,$$

gdzie (9)

$$Y_p^{\overset{*}{y}} = \left\{y^p \in Y \,|\, \|\overset{*}{y} - y^p\|_p = \inf_{y \in Y} \|\overset{*}{y} - y\|_p\right\}$$

W praktyce, chcąc uzyskać "bezwymiarowe postacie" kryteriów często dokonuje się tzw. normalizacji kryteriów cząstkowych [4, 7]. Można tego dokonać zastępując pierwotne kryterium $F_n(x)$ kryterium znormalizowanym $\bar{F}_n(x)$

$$F_n(x) \to \bar{F}_n(x) = \frac{F_n(x)}{\overset{*}{y}_n}, \quad x \in X \ (\overset{*}{y}_n \neq 0), \quad \text{gdzie} \quad \overset{*}{y}_n = \sup_{x \in X} F_n(x) \tag{10}$$

$$F_n(x) \to \bar{F}_n(x) = \frac{F_n(x)}{\overset{*}{y}_n - y_n^{min}}, \quad x \in X, \ (\overset{*}{y}_n \neq y_n^{min}), \quad \text{gdzie} \ y_n^{min} = \inf_{x \in X} F_n(x) \tag{11}$$

Normalizując kryteria $F_n, n \in \mathcal{N}$ dokonujemy również normalizacji punktu idealnego. Po tym formalnym zabiegu wyznaczamy rozwiązania kompromisowe. Na rys. 1 zaznaczono wyniki kompromisowe dla $p = 1, 2, \infty$.

Rozwiązania kompromisowe znalazły bardzo szerokie zastosowanie praktyczne w projektowaniu technicznym, projektowaniu struktur organizacyjnych, optymalizacji przetwarzania danych, skalaryzacji wielokryterialnych ocen obiektów [1, 4, 5, 6, 7]. Tak szerokie zastosowania rozwiązań kompromisowych zadań optymalizacji wielokryterialnej wynikają głównie z ich bardzo cennych właściwości oraz faktu, że ich wyznaczanie sprowadza się do rozwiązania pewnego, typowego zadania programowania matematycznego (zadania z minimalizacją normy). Poniżej zostaną wymienione najważniejsze z praktycznego punktu widzenia własności rozwiązań kompromisowych z parametrem p [3, 4, 7]:

1. Łączna strata (łączne odchylenie od wyniku idealnego $\overset{*}{y}$) reprezentowana liczbą $\|\overset{*}{y} - y^p\|_p$ jest minimalną stratą, jaką można uzyskać dysponując wynikami dopuszczalnymi ze zbioru Y.

2. Wynik $y^p \in Y_p^{\overset{*}{y}}$ jest wynikiem "pośrednim" - wpływ wszystkich kryteriów F_n, $n \in \mathcal{N}$ na wybór ostatecznego rozwiązania $F^{-1}(y^p)$ jest uwzględniony ("żadnej dyktatury") - patrz dla odmiany rozwiązania leksykograficzne (hierarchiczne) [3].
3. Jeśli zbiór $Y = F(X)$ jest zbiorem ograniczonym i domkniętym, to dla $p > 1$ zawsze istnieje niepusty zbiór $Y_p^{\overset{*}{y}}$.
4. Dla $1 \leq p < \infty$ zbiór $Y_p^{\overset{*}{y}}$ jest podzbiorem zbioru $Y_N^{>}$ elementów optymalnych w sensie Pareto.
5. Jeśli zbiór Y jest Λ-wypukły [7] (gdzie $\Lambda = \{\lambda \in \mathcal{R}^N \mid \lambda \leq 0\}$), to dla $1 < p < \infty$ zbiór $Y_p^{\overset{*}{y}}$ jest jednoelementowy.

Gdyby interpretować $y_n^p = F_n(x)$ jako ocenę rozwiązania x przez n-tego decydenta (użyteczność rozwiązania x w sensie n-tego kryterium), to liczba $\sum_{n \in \mathcal{N}} y_n^p = f_1(p)$ stanowiłaby sumę użyteczności rozwiązania x dla wszystkich decydentów (łączną użyteczność rozwiązania x). Z kolei liczba $\max_{n \in \mathcal{N}} |\overset{*}{y}_n - y_n^p| = f_2(p)$ określa maksymalną wartość indywidualnej straty przy przyjęciu wyniku kompromisowego y^p. Można pokazać [7], że obie funkcje f_1 i f_2 są malejącymi funkcjami p. Zatem wzrost parametru $p (p \geq 1)$ powoduje z jednej strony zmniejszanie się grupowej (łącznej) użyteczności z drugiej zaś - zmniejszanie się maksymalnej indywidualnej straty. Parametr p jest więc pewnym narzędziem "wypośrodkowania" wpływu na postać ostatecznego rozwiązania potrzeby wzrostu użyteczności grupowej jak też potrzeby zmniejszania strat indywidualnych. Wybór dużego p (np. $p = \infty$) przy wyznaczaniu rozwiązania kompromisowego preferuje "interes" indywidualny decydenta (pojedynczego kryterium jakości) - "interes społeczny" (grupowa użyteczność) natomiast brany jest pod uwagę w mniejszym stopniu. Ostatecznie więc wybór parametru p jest uzależniony od tego, co w danej sytuacji decyzyjnej powinno się bardziej preferować: "interes łączny" czy też "indywidualne kryteria". Wybór konkretnej wartości parametru p powinien być zatem pewnym kompromisem.

Wracając do uwag ogólnych poczynionych w punkcie 1 pracy, możemy zapisać dla zadań optymalizacji wielokryterialnej, że $Q = \{\overset{*}{y}\}$

$$R_Q^p = \left\{(y,z) \subset \mathcal{R}^N \times \mathcal{R}^N \,\middle|\, \|\overset{*}{y} - y\|_p \leq \|\overset{*}{y} - z\|_p\right\}, \quad p \geq 1, \quad \text{zaś} \quad Y_N^{R_Q^p} = Y_D^{R_Q^p} = Y_p^{\overset{*}{y}}, \quad p \geq 1$$

Definicja punktu idealnego jest w tym przypadku (przy relacji $\geq$) oczywista. Powstaje zatem pytanie, jak można zdefiniować zbiór punktów idealnych dla dowolnego (w sensie przyjętej relacji dominowania) zadania optymalizacji (X,F,R).

3. Punkt idealny

Załóżmy, że przedmiotem naszych rozważań jest zadanie (X,F,R), gdzie $F: A \rightarrow B$, zaś $R \subset B \times B$ - dowolna relacja dominowania. Interesować nas będzie zatem przestrzeń B z relacją R oraz pewien jej podzbiór $Y=F(X)$, [2, 3].

<u>Określenie 2</u>

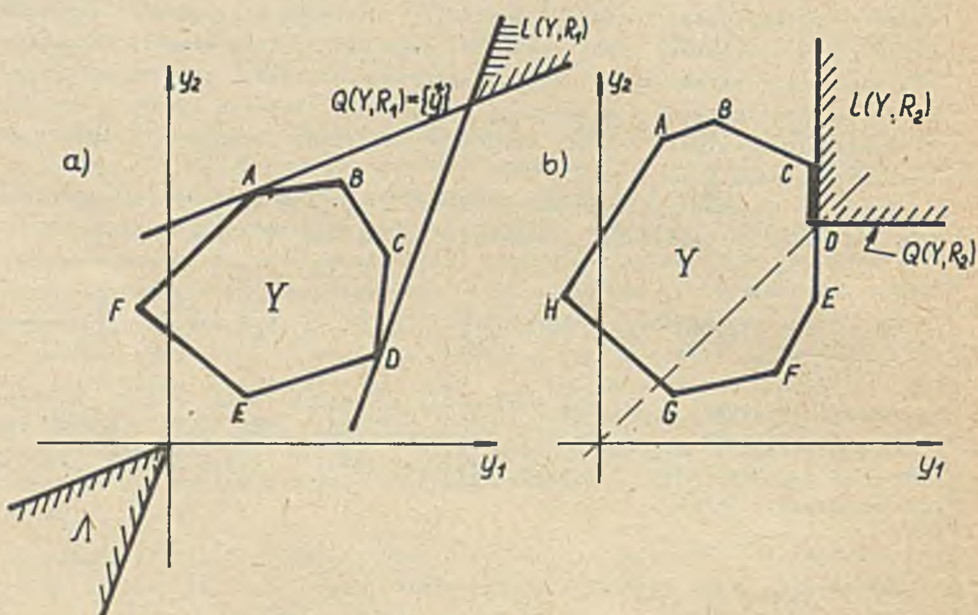
Element $y \in B$ nazywać będziemy elementem R-poprzedzającym zbiór Y (elementem lepszym w sensie R od zbioru Y), jeśli $(y,z) \in R$ dla każdego $z \in Y \setminus \{y\}$. Symbolem $l(Y,R)$ oznaczać będziemy zbiór elementów R-poprzedzających zbiór Y.

<u>Określenie 3</u>

Elementem idealnym w zadaniu (Y,R) nazywać będziemy taki element $\overset{*}{y} \in l(Y,R)$, że $(z,\overset{*}{y}) \in R$ dla każdego $z \in l(Y,R) \setminus \{\overset{*}{y}\}$. Zbiór elementów idealnych w zadaniu (Y,R) oznaczać będziemy symbolem $Q(Y,R)$ (w skrócie Q)

Zauważmy (patrz [2, 3]), że zbiór elementów R-poprzedzających to zbiór ograniczeń dolnych zbioru Y w przestrzeni z relacją R, zaś zbiór elementów idealnych to kres dolny tego zbioru. Zatem

$$Q(Y,R) = [l(Y,R)]^{R}_{sup} \qquad [3] \qquad (12)$$



Rys. 2. Zbiory $l(Y,R)$ i $Q(Y,R)$ dla: a) relacji R_1; b) relacji R_2

Wszystkie więc twierdzenia, wnioski i uwagi dotyczące elementów ekstremalnych zbioru Y, jego ograniczeń i kresów przenoszę się na odpowiednie pojęcia optymalizacji. Takim wnioskiem jest np. zależność:

$$Y_D^R = Q(Y,R) \cap Y \tag{13}$$

W przypadku gdy $Q(Y,R) \cap Y = \emptyset$, posługujemy się najczęściej metodą punktu idealnego wyznaczając rozwiązania kompromisowe. Na rys. 2a zaznaczono zbiory $I(Y,R_1)$, $Q(Y,R_1)$ dla relacji R_1 generowanej przez pewien stożek Λ. Na rys. 2b zaznaczono te same wielkości dla relacji R_2 zdefiniowanej następująco:

$$R_2 = \left\{(y,z) \in \mathcal{R}^2 \times \mathcal{R}^2 \;\middle|\; \min_{n \in \mathcal{N}} y_n \geqslant \min_{n \in \mathcal{N}} z_n\right\}. \qquad [4]$$

4. Relacja bliskości

W zadaniach optymalizacji polegających na wyznaczaniu elementów znajdujących się najbliżej elementu idealnego kluczową rolę odgrywa relacja bliskości. Relacja ta jest traktowana jako szczególnego rodzaju relacja dominowania. W praktyce relację dominowania "zadaje się" w różny sposób, np. poprzez stożki [3], struktury dominowania [5], [7] itd.Jednym ze sposobów, bardzo wygodnym przy formułowaniu zadań rozwiązywanych metodą punktu idealnego, jest generowanie relacji dominowania przez tzw. rodzinę bliskości.

Określenie 4

Rodzinę bliskości B_Q względem zadanego zbioru Q nazywamy rodzinę zbiorów o następujących własnościach:

a) $2^Q \subset B_Q$,
b) jeśli $U \in B_Q$, to istnieje niepusty zbiór $I \in 2^Q$, że $I \subset U$,
c) $B \in B_Q$.

Każda rodzina bliskości B_Q generuje pewną relację bliskości.

Określenie 5

Relacją bliskości (względem zadanego zbioru Q) nazywamy zbiór R_Q postaci:

$$R_Q = \left\{(y,z) \in B \times B \;\; \text{istnieją} \;\; U,W \in B_Q,\; U \subset W \;\; \text{oraz} \;\; y \in U,\; z \in W \setminus U\right\}$$

Definiowanie relacji bliskości poprzez rodzinę bliskości umożliwia formułowanie i rozwiązywanie zadań optymalizacji względem zbioru elementów idealnych również w przestrzeniach bez metryki.

Przykład 1

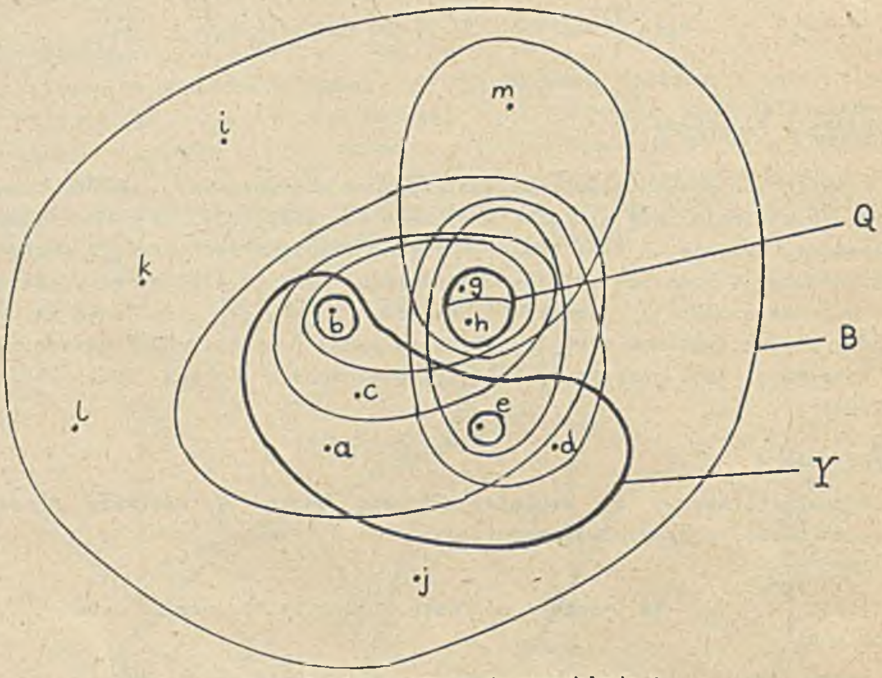
Dla zadanych B, Y, B_Q, Q wyznaczyć zbiór elementów najbliższych względem Q oraz zbiór elementów, od których nie istnieją elementy bliższe względem Q.

$$B = \{a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m\}$$

$$Y = \{a,b,c,d\}, \quad Q = \{g,h\}$$

$$B_Q = \Big\{\{g\}, \{h\}, \{g,h\}, \{b,g,h\}, \{b,c,g,h\}, \{e,g,h\}, \{d,e,g,h\}, \{g,h,m\}, \{g,h,a,b,c,e\}, B\Big\}$$

$$B_Q \longrightarrow R_Q = \{(g,h), (h,g), (g,b), (h,b), (b,c), (g,c), (h,c), (g,e), (h,e), (a,d), (g,d), (h,d), (g,m), (h,m)\} \subset B \times B$$



Rys. 3. Ilustracja do przykładu 1

Na rys. 3 zaznaczono zbiory B, Q, Y oraz elementy zbioru B_Q. Kółkiem zakreślono elementy niezdominowane. Są to elementy, od których nie istnieją elementy bliższe względem Q. W zbiorze Y nie istnieje natomiast element najbliższy względem Q.

W powyższych kategoriach daje się również wyrazić rozwiązanie kompromisowe z parametrem $p \geqslant 1$ zadania optymalizacji wielokryterialnej. Przyjmujemy wówczas: $Q = \{\overset{*}{y}\}$, zaś $B_Q = \{K_p(\overset{*}{y}, \varepsilon) \subset \mathcal{R}^N \mid \varepsilon > 0\}$, $p \geqslant 1$, gdzie

$$K_p(\overset{*}{y}, \varepsilon) = \{y \in \mathcal{R}^N \mid \|\overset{*}{y} - y\|_p \leqslant \varepsilon\}, \quad \overset{*}{y} = (\sup_{y \in Y} y_1, \sup_{y \in Y} y_2)$$

5. Wnioski

Idea rozwiązań kompromisowych znalazła szczególnie duże zastosowania. w przypadkach gdy $Q(Y,R) \cap Y = \phi$. W pracach [3, 4, 6, 7] przedstawiono szereg dodatkowych, interesujących własności rozwiązań kompromisowych. Wyniki te dotyczą jednak tylko szczególnych klas zadań optymalizacji. Rezultatem satysfakcjonującym zarówno praktyków, jak i teoretyków z zakresu metod rozwiązywania zadań optymalizacji byłoby rozstrzygnięcie przy jakich założeniach o zadaniu (Y,R) i funkcji odległości q (patrz zależność 5) zachodzą przypadki:

$$a) \quad Y_D^R \cap Y_q^R = \phi ,$$

$$b) \quad Y_N^R \cap Y_q^R = \phi ,$$

gdzie Y_q^R jest zbiorem elementów najbliższych (niezdominowanych) względem zbioru Q(Y,R) punktów idealnych w sensie funkcji odległości Q. W ten sposób można byłoby uzyskać względnie prostą metodę wyznaczania rozwiązań dominujących i niezdominowanych.

Metoda punktu idealnego z racji, że wyraża bardzo naturalny schemat postępowania optymalizacyjnego (dążenie do rozwiązania idealnego) stosowana jest również bardzo często jako podstawowa metoda optymalizacji a nie tylko jako narzędzie wyznaczania rozwiązania dominującego czy też niezdominowanego.

LITERATURA

[1] Ameljańczyk A.: Rozwiązania dominujące i niezdominowane zadań optymalizacji wielokryterialnej. Przegląd Statystyczny, t. 25, Nr 3, 1978.

[2] Ameljańczyk A.: O pewnych własnościach przestrzeni z relacją. Biuletyn WAT XXXI, 7, 1982.

[3] Ameljańczyk A.: Optymalizacja w przestrzeniach z relacją.Biuletyn WAT, 7, 1982.

[4] Ameljańczyk A.: Wielokryterialne aspekty podejmowania decyzji w warunkach niepewności. Biuletyn WAT, XXXI, 7, 1982.

[5] Bergstressen K., Charnes A., Yu P.L.: Generalization of Domination Structures and Nondominated Solutions in Multicriteria Decision Making, JOTA, vol. 18, No 1, 1976.

[6] Wierzbicki A.O.: Optymalizacja przy wielu wskaźnikach jakości, w pracy zbiorowej pt. "Modele systemowe społeczno-ekonomicznego rozwoju kraju". PWN, 1978.

[7] Yu P.L., Leitman G.: Compromise Solutions, Domination Structures and Salukwadze's Solutions, JOTA, vol. 13, No 3, 1974.

Recenzent: doc. dr hab. inż. Jan Szadkowski

Wpłynęło do Redakcji: 10.11.1982 r.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИДЕАЛЬНОЙ ТОЧКИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Р е з ю м е

В работе представлена идея оптимизации состоящая в нахождении решений, которые находятся наиближе идеальной точки. Обобщено понятие идеальной точки. Расширено вне метрических пространств возможность использования метода идеальной точки.

SOLVING OF POLYOPTIMIZATION TASK BY METHOD OF THE IDEAL POINT

S u m m a r y

A method is discussed, where a polyoptimal solution is being defined as the nearest point to an ideal point. The concept of the ideal point is generalized. A compromise solution is defined and its properties are presented. The possibility of application of the ideal - point method beyond metric spaces is discussed.