

Józef MATUSZEK, Jan SZADKOWSKI

Instytut Technologiczno-Samochodowy
Politechnika Łódzka Filia w Bielsku-Białej

POLIOPTYMALIZACJA PRZY WYKORZYSTANIU METODY
SIMPLEKSÓW I ANALIZY WARIANCJI

Streszczenie. W artykule przedstawiono program badawczy, łączący eksperymentalne poszukiwanie ekstremum metodą simpleks z analizą wariacji i techniką polioptymalizacji. Program zilustrowano przykładem polioptymalizacji warunków obróbki w procesie wiórkowania kół zębatych.

1. Wstęp

Optymalizacja procesów i obiektów technicznych prowadzi często do problemów, w których zachodzi potrzeba rozwiązania zagadnienia oceny jakości wykonania (efektów działania) w oparciu o więcej niż jedno kryterium jakości (funkcję celu). Do rozwiązania tego typu zagadnień (w przypadku gdy nie są znane analityczne postacie funkcji celu) autorzy proponują tok postępowania polegający na połączeniu w planowaniu prowadzonego eksperymentu metodyki eksperymentalnego poszukiwania ekstremum według metody simpleks z analizą wariacji i techniką polioptymalizacji.

2. Procedura realizowania eksperymentu

Oznaczmy przez W^X rozpatrywany zbiór wariantów badanego procesu lub systemu technicznego, a przez K^X zbiór kryteriów, gdzie:

$$W^X = \{w_1, w_2, \dots, w_p, \dots, w_n\} \quad (1)$$

$$K^X = \{k_1, k_2, \dots, k_k, \dots, k_m\} \quad (2)$$

w którym każda k_k jest funkcją wariantu w_p

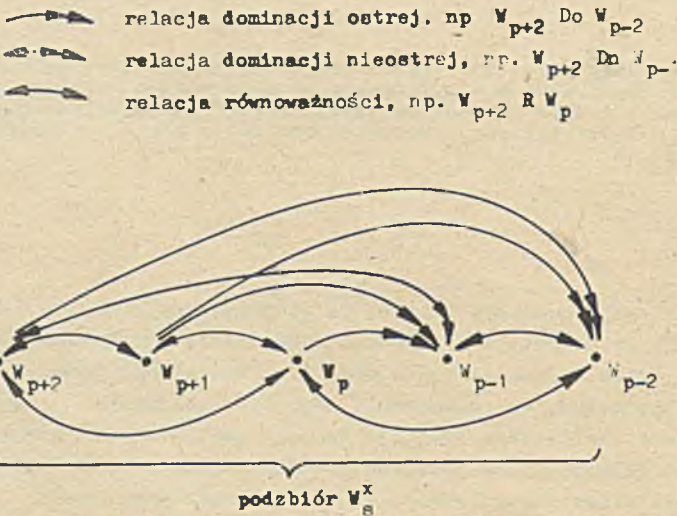
$$k_k = f(w_p) \quad \text{dla: } \begin{matrix} p = 1, \dots, n \\ k = 1, \dots, m \end{matrix} \quad (3)$$

przypisującą każdemu elementowi zbioru W^X liczbę rzeczywistą ze zbioru R .

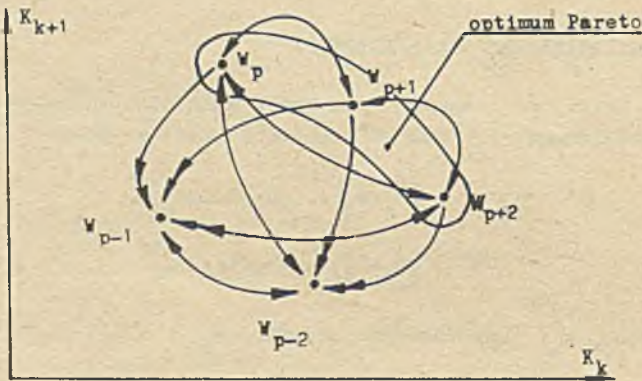
Przeprowadzając optymalizację na drodze poszukiwania ekstremum według metody simpleks dla każdego podzbioru wariantów $W_s^x \subset W^x$ rozpatrywanych w ramach danego simpleksu, gdzie:

$$w_p \in W_s^x \quad \text{dla: } s = 1, \dots, l \quad (4)$$

można ustalić relacje pomiędzy poszczególnymi wariantami w_p należącymi do podzbioru W_s^x dla każdego kryterium K_k . Atrakcyjność rozwiązań, czyli relacje równości, dominacji i ścisłej dominacji odpowiadające relacji porządku nieostrego lub porządku ostrego [5] - rys. 1, otrzymuje się, pod-



Rys. 1. Relacje pomiędzy wariantami w_p podzbioru W_s^x



Rys. 2. Zbiór rozwiązań optymalnych w sensie Pareto podzbioru wariantów W_s^x z rys. 1

dając paralelne pomiary dla poszczególnych wariantów W_p podzbioru W_p^x analizie wariancyjnej według klasyfikacji pojedynczej w ramach danego kryterium jakości K_k . Powstaje tu problem optymalizacji wielokryterialnej i wiążące się z nim pojęcie zbioru rozwiązań optymalnych w sensie Pareto, zwanego również zbiorem rozwiązań kompromisowych.

Zbiór rozwiązań w sensie Pareto (rys. 2) będzie posiadał następujące własności [1, 5]:

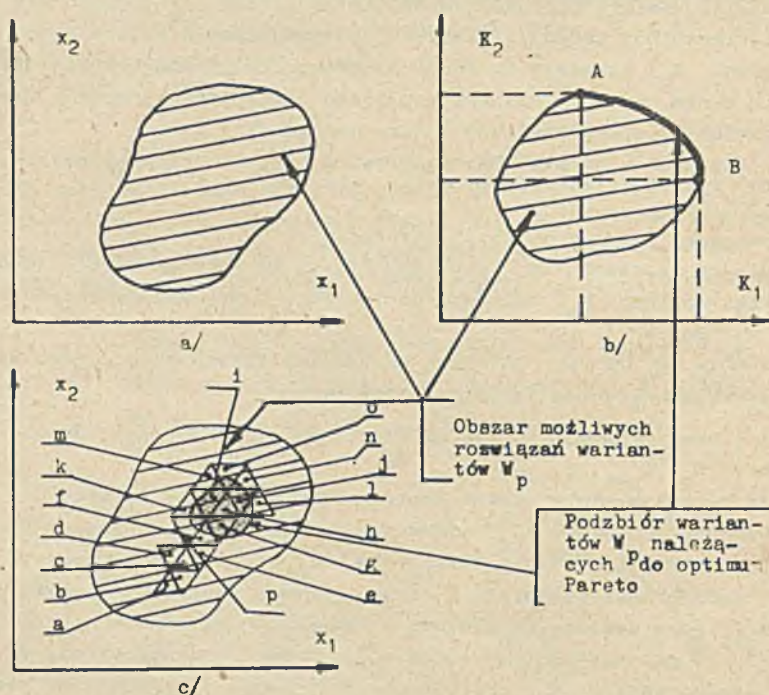
- zbiór rozwiązań stanowi podzbiór zbioru W^x ,
- dla dowolnego wariantu W_p nie należącego do optimum Pareto istnieje zawsze taki wariant W_q , należący do optimum, który ściśle dominuje W_p , czyli: W_q do W_p ,
- dwa warianty W_p i W_q należące do optimum Pareto są z punktu widzenia przyjętych kryteriów jednakowo atrakcyjne.

Zgodnie z powyższym dla zbioru wariantów (rys. 2) optimum Pareto tworzą warianty W_p, W_{p-1}, W_{p-2} .

Algorytm poszukiwania wartości ekstremalnych (optimum Pareto) dla danego simpleksowego podzbioru W_s^x obojętnie przedstawiono w pracy [5]. Jeżeli do optimum Pareto w danym podzbiornie wariantów W_s^x należy jeden wariant W_p , sposób postępowania w tworzeniu nowego simpleksu w postaci podzbioru W_{s+1}^x nie odbiega od ogólnej procedury postępowania w metodzie simpleks [3]. W przypadku ogólnym (do optimum Pareto w podzbiornie W_s^x może należeć kilka wariantów W_p) procedura postępowania prowadząca do rozwiązania zagadnienia przebiega w sposób następujący:

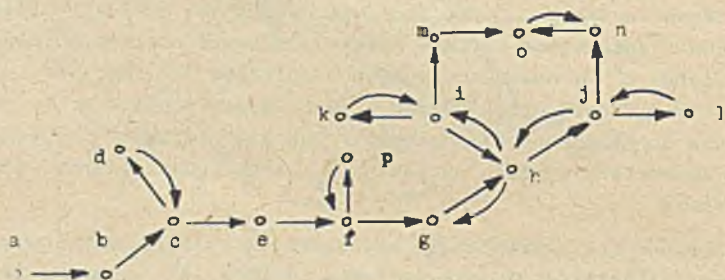
- a) utworzenie początkowego simpleksowego podzbioru wariantów W_1^x .
- b) poszukiwanie wariantu (wariantów) W_p , który jest dominowany przez inne warianty podzbioru W_1^x .
- c) jeżeli taki przypadek (przypadki) wystąpi, to taki wariant (warianty) jest eliminowany i zastępowany zwierciadlanym odbiciem i procedura dla nowego (nowych) podzbiorów W_s^x przebiega zgodnie z punktem b.
- d) jeżeli taki przypadek nie występuje, tzn. wszystkie warianty podzbioru W_1^x należą do optimum Pareto, to do simpleksu należy dołączać kolejno dodatkowe warianty W_p będące zwierciadlanymi odbiciami jego wierzchołków i poszukiwać optimum Pareto w zbiorze wariantów będącym sumą podzbioru W_1^x i nowo utworzonych simpleksów W_s^x . Warianty W_p należące do optimum Pareto w ten sposób nowo powstałego podzbioru są punktem wyjścia do dalszego przeszukiwania obszaru możliwych wartości parametrów charakteryzujących warianty W_p przy wykorzystaniu siatki simpleksowej.

Przytoczony tok postępowania najłatwiej zobrazować przyjmując dwa zmienne parametry charakteryzujące warianty zbioru W^x badanego obiektu (w takim przypadku simpleks jest trójkątem równobocznym) i dwa kryteria zbioru K^x oceniającego zbiór W^x - patrz rys. 3 i 4.



Rys. 3. Zbiory wariantów W_p o dwu zmiennych parametrach x_1 i x_2 uporządkowane według

a) parametrów x_1 i x_2 , b) kryteriów optymalizacji K_1 i K_2 , c) parametrów x_1 i x_2 z wyznaczonym obszarem optimum Pareto za pomocą siatki simpleksów



Rys. 4. Graf simpleksów z rys. 3c

Wyniki badań

Warianty rozw.	Wartości parametrów wariantu rozwiąz.					Kryteria optymalizacji				Kryteria organicz.		Simpleksowe podzbiory wariantów W_s^x
	l mm	g mm	n obr min	p_w mm obr	p_w mm obr	F_{rr} \bar{x}/s	F_{pr} \bar{x}/s	f_{fr} \bar{x}/s	f_{ptr} \bar{x}/s	A_{Wmr} μm	R_a μm	
W_1	2,0	0,10	100	0,54	118	57,5	77,5	38,0	-15,7	12,9	1,25	$W_1^x = \{W_1, W_2, W_3, W_4, W_5\}$ optimum Pareto: W_1 $W_2^x = \{W_2, W_3, W_4, W_5, W_6\}$ optimum Pareto: W_2, W_4 $W_3^x = \{W_3, W_4, W_5, W_6, W_7\}$ optimum Pareto: W_3, W_4 $W_4^x = \{W_3, W_5, W_6, W_7, W_8\}$ optimum Pareto: W_3, W_6 $W_5^x = \{W_5, W_6, W_7, W_8, W_9\}$ optimum Pareto: W_6 przy tworzeniu wyżej wymienionych simpleksów brano pod uwagę, tylko te warianty W_p , które należały do pola możliwych rozwiązań dla wariantów W_5^x możliwe jest utworzenie simpleksu: $W_6^x = \{W_5, W_6, W_7, W_9, W_{10}\}$ optimum Pareto: W_6
W_2	1,7	0,055	125	0,43	118	13,2	14,1	4,47	8,85	10,8	1,00	
W_3	1,7	0,09	125	0,43	150	51,7	20,1	5,2	-6,14	9,4	1,00	
W_4	1,7	0,09	125	0,26	71	12,2	10,1	1,21	11,5	10,9	0,80	
W_5	1,0	0,09	125	0,43	118	24,3	24,4	6,4	-2,8	7,4	0,63	
						7,77	8,58	1,18	9,66			
						50,5	24,3	4,3	0,1			
						21,1	6,62	1,05	9,01			
						28,2	18,3	3,1	-1,7			
						11,9	5,05	0,70	4,24			
W_6	1,2	0,06	160	0,34	118	dla W_1^x : $\bar{s}(\bar{x}) = 3,59$	23,9	19,4	5,7	-1,4	12,7	0,80
							11,0	7,65	0,96	8,99		
						dla W_2^x : $\bar{s}(\bar{x}) = 3,50$	2,01	0,268	2,32			
W_7	1,2	0,11	160	0,26	90	30,8	18,9	3,7	-0,5	14,8	0,63	
							11,6	11,6	1,22	7,06		
						dla W_3^x : $\bar{s}(\bar{x}) = 3,47$	2,12	0,269	2,08			
W_8	1,0	0,085	200	0,44	190	23,1	22,7	3,7	-0,9	9,4	0,63	
							13,2	9,51	0,83	5,47		
						dla W_4^x : $\bar{s}(\bar{x}) = 2,90$	2,26	0,258	1,90			
W_9	1,0	0,08	160	0,34	118	25,8	19,7	2,9	-0,2	6,8	0,50	
							8,46	5,64	0,88	6,18		
						dla W_5^x : $\bar{s}(\bar{x}) = 2,93$	2,13	0,242	1,70			
W_{10}	1,0	0,09	160	0,20	71	26,8	17,5	2,8	-0,7	8,6	0,40	
							11,1	3,98	0,78	4,21		
						dla W_6^x : $\bar{s}(\bar{x}) = 2,95$	1,99	0,233	1,43			

POLIOPTYMALIZACJA PRZY WYKORZYSTANIU METODY SIMPEKSÓW...

3. Przykład

Przytoczoną wyżej procedurę wykorzystano do zoptymalizowania warunków obróbki w procesie wiórkowania kół zębatych narzędziem składanym [6, 7].

Parametrami zmiennymi obiektu badań (wariantu w_p) były: prędkość obrotowa narzędzia n_o obr/min, naddatek na obróbkę g mm, posuw wzdłużny stołu wiórkarki mm/min i liczba ostrzy skrawających narzędzia na szerokości jego uzębienia $b_o = 25$ mm zależna od grubości krążków 1 mm użytych do jego wykonania. Ze względów konstrukcyjno-technologicznych narzędzia i obrabiarki powyższe parametry mogły mieć następujące wartości graniczne (granice zbioru w^x):

$$\begin{aligned} 63 \leq n_o \leq 500; & \quad 71 \leq p_w \leq 300; \\ 0,0 < g \leq 0,15; & \quad 1,0 \leq l \leq 2,0 \end{aligned} \quad (5)$$

Kryteriami zbioru K^x były parametry jakości wykonania uzębienia kół zębatych: F_{rr} , F_{pr} , f_{fr} , f_{ptr} (oznaczenia wg [2]). Ponadto ze względu na chropowatość powierzchni zarysu zębów (parametr R_a) i odchyłkę średniej długości pomiarowej A_{Wmr} założono, że obróbka może być realizowana przy spełnieniu następujących warunków:

- parametr R_a winien spełniać zależność: $R_a \leq 0,63$,
- wartość odchyłki A_{Wmr} winna się mieścić z prawdopodobieństwem 0,99 w $2/3$ tolerancji długości pomiarowej u_2 .

Wyniki badań i tok postępowania w procedurze powstawania simpleksów przedstawiono w tabelicy 1 i 2.

Tabela 2

Warunki badań

Materiał obrabiany:	stal 8620H ulepszona cieplnie, 62,0 HRA
Warunki obróbki:	obrabiarka: 5702B, płyn obróbkowy: sulfofrezol 2, narzędzie: wiórkownik składany zestawiony z krążków SW7M, liczba skoków stołu obrabiarki: zgodnie z UTR
Parametry narzędzia:	$m_n = 2$, $z_o = 113$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta_o = 0^\circ$, $b_o = 25$, $d_{ao} = 230,22$, $w_o/k_o = 77,00/13$
Uwagi i oznaczenia zastosowane przy opracowaniu statystycznym wyników badań:	<p>\bar{x} - średnia z przeprowadzonych 15 pomiarów paralelnych, s - wariancja średniej \bar{x}, $\bar{s}(\bar{x})$ - oszacowanie wariancji średnich, CIR $\bar{s}(\bar{x})$ - istotna różnica między średnimi, CIR = 4,00 dla $\alpha = 0,05$, 5 średnich, 74 stopni swobody wg [8].</p> <p>$(2 \cdot t_{0,01,14} / \sqrt{14}) \cdot s_{A_{Wmr}} \leq 2/3 \cdot 25 \mu\text{m}$ dla $t_{0,01,14} = 2,977$</p>

Zgodnie z zamieszczonymi wynikami badań w tabelicy 3 maksymalne efekty prowadzonej obróbki dla przyjętych kryteriów optymalizacji można otrzymać stosując parametry odpowiadające wariantom w_5 , w_8 , w_9 lub w_{10} .

4. Wnioski i uwagi

Opracowana metodyka badań polegająca na połączeniu techniki poliptymalizacji, metodyki eksperymentalnego poszukiwania ekstremum według metody simplex i analizy wariancji umożliwia szybką wielokryterialną ocenę badanego zbioru wariantów, a w szczególności pozwala na znalezienie podzbioru wariantów jednakowo atrakcyjnych z punktu widzenia przyjętych kryteriów.

Wybór spośród nich jednego rozwiązania podlega ogólnym zasadom postępowania w optymalizacji wielokryterialnej [4].

Biorąc pod uwagę przytoczony przykład z czterech równorzędnych w sensie Pareto wariantów, biorąc pod uwagę rację wydajności obróbki należałoby wybrać wariant w_8 , a z punktu widzenia uzyskiwanej chropowatości powierzchni wariant w_{10} itd.

LITERATURA

- [1] Peschel M., Riedel C.: Poliptymalizacja. Metody podejmowania decyzji kompromisowych w zagadnieniach inżynierijno-technicznych. WNT, Warszawa 1979.
- [2] PN-76/M-88509 arkusz 00. Przekładnie zębate. Podstawowe nazwy, określenia i symbole.
- [3] Polański Z.: Metody optymalizacji w budowie maszyn. PWN, Warszawa 1977.
- [4] Szadkowski J.: Metodologiczne problemy poliptymalizacji w budowie maszyn. XXI Sympozjon "MODELOWANIE W MECHANICE", PTMTiS Gliwice, Wisła 1982.
- [5] Szadkowski J., Huczek J.: Poliptymalizacja procesów technologicznych. XIX Sympozjon "MODELOWANIE W MECHANICE", PTMTiS Gliwice, Ustroń Jaszowiec 1980.
- [6] Szadkowski J., Matuszek J.: Opracowanie konstrukcji, technologii wykonania i badanie niezawodności wiórkowników do obróbki kół zębatych. Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej ITS 022/U08T. Pł. Filia w Bielsku-Białej, Bielsko-Biała 1980.
- [7] Szadkowski J., Matuszek J.: Optymalizacja procesu technologicznego kół zębatych silników wysokoprężnych ze względu na operację wiórkowania. Sprawozdanie z pracy naukowo-badawczej ITS 036/U16T. Pł. Filia w Bielsku-Białej, Bielsko-Biała 1982.
- [8] Volk W.: Statystyka dla inżynierów. WNT, Warszawa 1973.

Recenzent: Doc. dr inż. Wojciech Tarnowski

Wpłynęło do Redakcji: 24.09.1982 r.

ПОЛИОПТИМИЗАЦИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МЕТОДА
СИМПЛЕКСОВ И ДИСПЕРСИОННОГО АНАЛИЗА

Р е з ю м е

В статье представлена испытательная программа соединяющая экспериментальный поиск экстремум симплексным методом с дисперсионным анализом и техникой полиоптимизации. Приведено пример полиоптимизации режимов обработки при шевинговании зубчатых колес.

THE SIMPLEX METHOD AND THE VARIANCE ANALYSIS
IN POLYOPTIMAZATION

S u m m a r y

The paper presents the research program combining experimental extreme searching by means of the simplex method with the variance analysis and a polioptimization technique. Polyoptimization of machining conditions in a gear shaving process has been described as an example.