ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: AUTOMATYKA z. 67 Nr kol. 760

Waldemar OLEKSIUK

Instytut Konstrukcji Przyrządów
Precyzyjnych i Optycznych
Politechnika Warszawska

O WIELOKRYTERIALNYM WYBORZE SCHEMATU KINEMATYCZNEGO REDUKTORA ZĘBATEGO ZASTOSOWANEGO W UKŁADACH NADĄŻNYCH

Streszczenie. Omówiono sposób postępowania, który umożliwił, przy uwzględnieniu czterech kryteriów oceny, korzystny wybór schematu kinematycznego wielostopniowego, drobnomodułowego reduktora zębatego do układu regulacji nadążnej. Reduktor ten został wykonany, a przeprowadzone próby potwierdziły zalety jego konstrukcji.

1. Wstęp

Projektując wielostopniowe reduktory zębate, stosowane w układach regulacji nadążnej, szczególną uwagę należy zwrócić na ich schematy kinematyczne, a więc na dobór liczby stopni i przełożeń cząstkowych. W niektórych przypadkach można uznać, że jedynym kryterium oceny takiego schematu jest wartość, zredukowanego do wałka napędowego, momentu bezwładności reduktora. Rozwiązanie tak postawionego zadania konstrukcyjnego, ze względu na istniejące informacje literaturowe (wzory do obliczeń, wykresy, nomogramy) i doświadczenia projektowe, staje się, przy ocenie jednokryterialnej, wręcz trywialne.

Poniżej zostanie omówiony - wynikający z praktyki - przykład, w którym wybór schematu kinematycznego reduktora musiał być dokonany z punktu widzenia więcej niż jednego kryterium oceny. Miało to miejsce przy projektowaniu reduktora zastosowanego w giroskopowym stabilizatorze kursu należącym do kompletu lotniczej busoli giroskopowej.

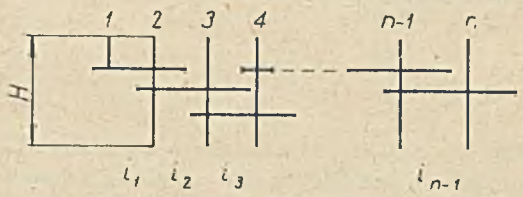
2. Wymagania stawiane projektowanemu reduktorowi

Należało zaprojektować wielostopniowy reduktor zębaty o całkowitym przełożeniu $i = 500 \pm 3$ i o możliwie małej objętości. Z dotychczasowej praktyki wykonawstwa w zakładzie, w którym ten reduktor będzie produkowany wynikało, że najmniejszy moduł może być $m = 0,3$ mm i że wszystkie zębniki powinny być jednakowe (liczba zębów $z = 10$). Przy tych bowiem danych dok-

ładność wykonania kół jest jeszcze zadowalająca i sprawdzalna. Dane te więc przyjęto jako obowiązujące.

Mając powyższe wymagania sformułowano następujące kryteria oceny reduktora:

- wartość zredukowanego momentu bezwładności reduktora (należy dążyć do możliwie małej wartości, gdyż obciążenie reduktora wynika głównie z sił masowych);
- wartość zredukowanego martwego luzu (należy dążyć do możliwie małego martwego luzu, gdyż wprowadza on nieliniowość w charakterystyce mechanizmu, opóźnia reakcję układu o czas potrzebny do skasowania tego luzu, jest powodem uderzeniowych obciążeń zębów przy zmianie kierunku obrotów silnika);
- objętość reduktora (należy dążyć do możliwie małej objętości, gdyż małe gabaryty są dla przyrządów lotniczych bardzo istotną cechą);
- liczba części reduktora (liczba tych części, szczególnie kół zębatych, ze względu na koszt wykonania powinna być możliwie mała).



Rys. 1. Schemat wielostopniowego reduktora zębatego

Wszystkie te kryteria uznano za jednakowo istotne. Tak więc zostały sformułowane 4 równorzędne kryteria oceny. Zmiennymi decyzyjnymi są: liczba stopni reduktora i wartości przełożeń cząstkowych. Należy przy tym pamiętać, że przy ogólnym schemacie reduktora przedstawionym na rys. 1 (reduktor zbudowany jest z n wałków i ma n-1 stopni) obowiązuje zależność:

$$i = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \cdot \ldots \cdot i_{n-1} \tag{1}$$

gdzie:

$i_1, i_2, \ldots, i_{n-1}$ - są przełożeniami cząstkowymi w kolejnych stopniach reduktora.

Istnieje więc związek między liczbą stopni reduktora a przełożeniami cząstkowymi, gdyż każda zmiana liczby stopni pociąga za sobą konieczność zmian (wszystkich lub części) przełożeń cząstkowych.

3. Zależności pozwalające na ilościową ocenę reduktora z punktu widzenia poszczególnych kryteriów

Przy określonych wyżej kryteriach oceny o jakości reduktora mówią bezpośrednio wartości następujących wielkości:

a) zredukowanego momentu bezwładności - I_r,
b) zredukowanego martwego luzu - $\Delta\varphi_r$,
c) objętości reduktora - V,
d) liczby kół reduktora - N.

Zbudujmy zatem zależności matematyczne pozwalające obliczyć interesujące nas wielkości.

Ad a. Można wykazać, że zakładając dla uproszczenia wzorów iż:

- moment bezwładności zębników wraz z wałkami jest pomijalnie mały w porównaniu z momentem bezwładności kół zębatych mocowanych na tych wałkach,
- moduły i liczby zębów wszystkich zębników są jednakowe,
- koła zębate są walcami o średnicach równych średnicom podziałowym, wszystkie są jednakowej grubości i wykonane z takiego samego materiału,
- sprawności poszczególnych stopni reduktora są jednakowe i wynoszą $\eta = 1$,

to zredukowany moment bezwładności wyraża się zależnością [1] :

$$I_r = \frac{\pi g \mu}{32} m^4 z^4 \left(i_1^2 + \frac{i_2^2}{i_1^2} + \frac{i_3^2}{i_1^2 i_2^2} + \ldots + \frac{i_{n-1}^2}{i_1^2 i_2^2 \ldots i_{n-1}^2}\right) \tag{2}$$

gdzie:

g - grubość koła zębatego,

μ - masa właściwa materiału koła.

Ad b. Martwy luz, zredukowany do wałka napędzającego, wynosi [1] :

$$\Delta\varphi_r = \Delta\varphi_1 + \sum_{j=1}^{n-2} \Delta\varphi_{j+1} \prod_{j=1}^{n-2} i_j \tag{3}$$

gdzie:

$\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2 \ldots \Delta\varphi_{n-1}$ - częstkowe martwe luzy w kolejnych stopniach reduktora,

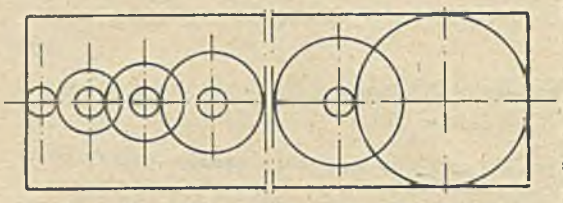
i_j - przełożenie częstkowe w i-tym stopniu reduktora.

Przyjmując dla uproszczenia, że wszystkie częstkowe martwe luzy są jednakowe (jednakowe wymiary zębników i jednakowa dokładność wykonania wszystkich kół zębatych), wzór (3) przybierze postać:

$$\Delta\varphi_r = \Delta\varphi\left(1 + \sum_{j=1}^{n-2} \prod_{j=1}^{n-2} i_j\right) \tag{4}$$

gdzie $\Delta\varphi = \Delta\varphi_j$ = const.

Ad c. Objętość reduktora zależy od liczby stopni, przyjętych przełożeń cząstkowych, wymiarów kół i ich wzajemnego usytuowania. Trudno więc zaproponować uniwersalny wzór pozwalający na dokładne obliczenie objętości projektowanego reduktora. Przyjęto więc za miarę objętości reduktora objętość prostopadłościanu opisującego umowny reduktor o otworach łożyskowych leżących na jednej prostej (rys. 2).



Rys. 2. Schemat umownego reduktora

Najmniejsza wysokość reduktora H (rys. 1) przy liczbie stopni większej niż 2 musi być taka, aby zapewnić możliwość usytuowania kół zębatych w trzech poziomach. Można więc przyjąć, że dla omawianych reduktorów, przy jednakowej grubości ich kół, H = const.

Przyjmując powyższe założenia łatwo wykazać, że objętość umownego reduktora wynosi:

$$V = H\frac{m^2z^2}{2}\, i_{n-1}\left(n + i_{n-1} + \sum_{j=1}^{n-1} i_j\right). \tag{5}$$

Ad d. Liczba kół zębatych w reduktorze zależy od liczby przyjętych stopni i wynosi:

$$N = 2(n-1). \tag{6}$$

Przedstawione wyżej zależności, na skutek przyjętych uproszczeń, są mało skomplikowane. Dzięki temu łatwiej jest określić ilościowy wpływ zmian wartości zmiennych decyzyjnych na wartość poszczególnych wielkości wynikowych.

4. Dyskusja wyprowadzonych zależności

Analiza wzoru (2) prowadzi do wniosku, że przy zdeterminowanych wartościach g, m, z, μ - zredukowany moment bezwładności będzie mały, jeżeli zostanie przyjęty rosnący ciąg przełożeń cząstkowych oraz gdy przełożenia pierwszych stopni będą możliwie małe (lecz większe od 1) a więc, gdy liczba stopni reduktora będzie stosunkowo duża.

Przy $\Delta\varphi_j$ = const rosnący ciąg przełożeń cząstkowych wpływa na zmniejszenie zredukowanego martwego luzu. Wzrost liczby stopni reduktora jest jednak zdecydowanie niekorzystny, gdyż powoduje zwiększenie martwego luzu.

Objętość umownego reduktora będzie mała, jeżeli największe koło zębate nie będzie zbyt duże (i_{jmax} - niewielkie) oraz gdy liczba stopni reduktora będzie też mała. Równoczesne spełnienie obu tych warunków jest jednak niemożliwe ze względu na związek między liczbą stopni a wartościami przełożeń cząstkowych (zależność 1).

Liczba kół zębatych reduktora będzie tym mniejsza, im mniejsza będzie liczba stopni.

Przeprowadzona dyskusja prowadzi do następujących wniosków:

- nie można zaproponować przyjęcia takiej liczby stopni reduktora i takiego rozdziału przełożenia całkowitego na przełożenia cząstkowe, aby zapewnić najkorzystniejszą ocenę reduktora z punktu widzenia wszystkich rozpatrywanych kryteriów; należy zatem poszukiwać rozwiązania kompromisowego (przeprowadzić wybór wielokryterialny),
- rosnący ciąg przełożeń cząstkowych jest korzystny dla dwóch kryteriów a dla pozostałych - obojętny.

Ten ostatni wniosek przyjęto jako ustalenie do realizacji. Jest on korzystny również ze względów konstrukcyjnych, gdyż przy jednakowych liczbach zębów zębnika i modułach kół zębatych, rosnący ciąg przełożeń cząstkowych umożliwia budowę reduktora w dwóch płytach łożyskowych przy dwustronnie podpartych wałkach.

5. Rozpatrywane propozycje schematów kinematycznych reduktorów

Reduktor o przełożeniu i = 600 będzie miał najmniejszy zredukowany moment bezwładności, jeżeli zostanie zrealizowany w 6 stopniach przy następujących przełożeniach cząstkowych [2] (teoretyczne wartości zaokrąglono do takich, które umożliwiają praktyczną budowę reduktora):

$$i_1 = 1{,}5;\quad i_2 = 1{,}7;\quad i_3 = 1{,}9;\quad i_4 = 2{,}6;\quad i_5 = 5{,}3;\quad i_6 = 9.$$

Wersji tej (nazwanej wersją I), przy kołach wykonanych z mosiądzu, odpowiadają następujące wartości:

$$I_{r1} = 0{,}145\ \mathrm{gmm}^2,\quad \Delta\varphi_{r1} = 89{,}26\,\Delta\varphi,\quad V_1 = 1539H\ \mathrm{mm}^3,\quad N_1 = 12.$$

Stosunkowo duża liczba stopni skłoniła do rozpatrzenia schematu reduktora o 5 stopniach. Z nomogramu [2] uzyskano informację, że taki reduktor powinien mieć przełożenia cząstkowe (podane od i_1 do i_5) 1,65; 1,95; 2,7; 4,6; 15. W drobnomodułowych reduktorach, nie przenoszących mocy, przełożenie w jednym stopniu nie powinno być większe od 12; zmieniono więc nieco przełożenia cząstkowe przyjmując:

$$i_1 = 1{,}6;\quad i_2 = 2;\quad i_3 = 2{,}8;\quad i_4 = 5{,}6;\quad i_5 = 12.$$

Wersji tej (wersja II) odpowiadają następujące wartości:

$$I_{r2} = 0{,}172\ gmm^2,\quad \Delta\varphi_{r2} = 64{,}94\Delta\varphi,\quad V_2 = 2268H\ mm^3,\quad N_2 = 10.$$

W wersji I mniejsze są: moment bezwładności i objętość reduktora, zaś większe: martwy luz i liczba kół zębatych.

Rozważając porównawczo obie wersje zbudowano następujące wskaźniki:

$$k_I = \frac{I_{r1}}{I_{r2}} = 0{,}857;\ k_\varphi = \frac{\Delta\varphi_{r1}}{\Delta\varphi_{r2}} = 1{,}267;\quad k_V = \frac{V_1}{V_2} = 0{,}679;\ k_N = \frac{N_1}{N_2} = 1{,}2.$$

Wartość wskaźników mniejsza od 1 przemawia za wersją I, większa - za wersją II.

6. Próba wyboru jednego z dwóch rozpatrywanych schematów

Opracowane wyżej informacje przedstawiono gremium składającemu się z decydentów i ekspertów. Zarysowały się tam dwie odmienne opinie. Konstruktorzy, biorąc pod uwagę mniejszy zredukowany moment bezwładności i mniejsze spodziewane gabaryty, wypowiedzieli się za wersją I. Chcieli ponadto uzyskać zmniejszenie martwego luzu przez zacieśnienie tolerancji wykonania kół.

Technolodzy zaś, protestując przeciwko zwiększaniu dokładności wykonania i podkreślając, że mniejsza liczba kół zębatych w 5-stopniowym reduktorze jest jego dużą zaletą, optowali za wersją II. Zaproponowali również, aby w większych kołach zębatych wykonać duże ażury, co przyczyni się do zmniejszenia zredukowanego momentu bezwładności.

Wydaje się, że w dotychczasowej dyskusji argumenty konstruktorów i technologów były mniej więcej jednakowej wagi. Podjęto więc dodatkową próbę udokumentowania racji jednej ze stron przez zbudowanie syntetycznego wskaźnika oceniającego liczbowo obie wersje reduktorów. Nie stwarzając możliwości przeliczania zgłaszanych propozycji wskaźnika syntetycznego, stosunkowo łatwo wynegocjowano ten wskaźnik w postaci:

$$K_{1/2} = k_I k_\varphi k_V k_N. \tag{7}$$

Po przeprowadzeniu obliczeń okazało się, że $K_{1/2} = 0{,}885$. Mimo że wskaźnik ten ma wartość mniejszą od 1, a więc wskazuje na korzystniejsze cechy reduktora wersji I, nie podjęto jeszcze ostatecznego wyboru schematu kinematycznego reduktora. Trudno bowiem było odrzucić możliwość realizacji reduktora w 5 stopniach.

W dalszym ciągu dyskusji, która odbyła się po kilku dniach przerwy, zgłoszono III wersję reduktora. Zaproponowano 5 stopni i przełożenia cząstkowe:

$$i_1 = 1,6; \quad i_2 = 1,8; \quad i_3 = 3,2; \quad i_4 = 6,5; \quad i_5 = 10.$$

Dla tych danych

$$I_{r3} = 0,177 \text{ gmm}^2, \quad \Delta\varphi_{r3} = 74,60\Delta\varphi, \quad V_3 = 1760\text{H mm}^3, \quad N_3 = 10.$$

Ponadto obliczony ze wzoru (7) wskaźnik $K_{1/3} = 0,949$.

Nadal, zgodnie z przyjętym wskaźnikiem syntetycznej oceny, wersja I schematu jest najkorzystniejsza, lecz wartość wskaźnika jest tu już bliska 1. W porównaniu z wersją II bardzo niewiele wzrósł, w wersji III, moment bezwładności, nieco wzrósł martwy luz, istotnie zmalała objętość.

Ostatecznie do realizacji przyjęto wersję III. Nie spotkało się to ze sprzeciwem ani konstruktorów, ani technologów.

7. Ogólne wnioski

Powyżej przedstawiono opis postępowania i dyskusji prowadzących do wielokryterialnego wyboru schematu reduktora. Na tej podstawie można zrekonstruować przyjęty algorytm postępowania. Zawiera się on w następujących punktach:

a) Analiza wymagań technicznych, dodatkowych uwarunkowań, ograniczeń.
b) Określenie kryteriów oceny rozwiązania konstrukcyjnego, podjęcie próby sprowadzenia postawionego zadania do wyboru monokryterialnego, a w przypadku niepowodzenia ustalenie gradacji ważności kryteriów lub uznanie ich za jednakowo ważne.
c) Przyjęcie wskaźników oceny cząstkowej pozwalających na ilościową ocenę jakości rozpatrywanego rozwiązania z punktu widzenia poszczególnych kryteriów.
d) Wyprowadzenie zależności matematycznych (może być tu użyteczna forma uproszczona) umożliwiających wyznaczanie wartości wskaźników cząstkowej oceny oraz wpływu zmian zmiennych decyzyjnych na wartość tych wskaźników dla poszczególnych rozwiązań.
e) Rozważenie najkorzystniejszych rozwiązań konstrukcyjnych z punktu widzenia najważniejszych, a w przypadku jednakowej wagi, wszystkich kryteriów oceny; podjęcie próby zaproponowania, w drodze analizy heurystycznej, dwóch lub nieco więcej rozwiązań będących do przyjęcia również przy rozpatrzeniu wszystkich kryteriów. Należałoby na tej podstawie zdobyć informacje na temat spodziewanych wartości zmiennych decyzyjnych i ich zmian.

f) Przeprowadzenie dyskusji wyprowadzonych (p. c) zależności, która powinna doprowadzić do uzyskania m.in. następujących danych:
- jakie wartości przybierają poszczególne wskaźniki przy rozpatrywanych wartościach zmiennych decyzyjnych,
- jakie są przyrosty zmian tych wskaźników wywołane przyrostami zmiennych decyzyjnych,
- dla jakich przypadków kierunek zmian wartości zmiennych decyzyjnych jest zgodny ze zmianami wartości wskaźników, a dla jakich przeciwny?

Pożądane jest, aby dyskusja ta doprowadziła do ujawnienia zaleceń korzystnych z punktu widzenia wszystkich kryteriów bądź korzystnych z punktu widzenia części a obojętnych dla pozostałych kryteriów.

g) Przedstawienie dotychczas opracowanych rozważań i informacji pod dyskucję z udziałem ekspertów i decydentów, przeanalizowanie zgłaszanych tam uwag, udzielenia wyjaśnień.
W sytuacji, gdy ze względu na porównywalne argumenty, przemawiające za i przeciw rozpatrywanym rozwiązaniom, celowe może okazać się podjęcie próby stworzenia wskaźnika syntetycznej oceny, będącego pewną kombinacją wskaźników oceny cząstkowej. Powinno się rozważać formę takiego wskaźnika bez dania możliwości uprzedniego przeliczania jego wartości. W ten sposób zmniejsza się wpływ opinii dyskutantów, opowiadających się za konkretnym wyborem, na formę wskaźnika syntetycznego i zmniejsza subiektywizm tego wyboru. Podtrzymuję przy tym tezę [3], że wskaźniki syntetycznej oceny mają szczególnie rację bytu tam, gdzie mogą być przysłowiowym "języczkiem u wagi" ułatwiającym lub nawet usprawiedliwiającym podejmowaną decyzję.
Często już na tym etapie zapada decyzja o wyborze rozwiązania przyjętego do wdrożenia.

h) Podjęcie próby uwzględniania dodatkowych uwag z przeprowadzonej dyskusji i stworzenie nowego, kompromisowego rozwiązania zachowującego zalety (lub ich większość) i minimalizującego wady (lub ich część) poprzednio rozważanych rozwiązań.

i) Przedstawienie nowych rozwiązań wraz z dodatkowymi informacjami (wartości wskaźników oceny, zalety i wady w porównaniu z rozwiązaniami dotychczas stosowanymi lub rozpatrywanymi, wyniki przeprowadzonych prób i badań itp.) w celu uzyskania akceptacji wyboru.

8. Zakończenie

Przedstawiony sposób postępowania przy wielokryterialnym wyborze rozwiązania konstrukcyjnego, na przykładzie schematu drobnomodułowego reduktora zębatego stosowanego w układach nadążnych (jest to przykład prostego zadania), nie jest zapewne klarownie czysty w porównaniu z metodologią, jaką mógłby zaproponować specjalista - kwalitolog. Sposób ten jednak za-

stosowano w praktyce, co doprowadziło do wyboru rozwiązania, które sprawdziło się we wdrożeniu i w eksploatacji. Czas poświęcony temu wyborowi, łącznie z dyskusjami nad nim, był niewielki (kilkadziesiąt osobogodzin).

Warto także podkreślić, że postępowania, o którym jest tu mowa, nie traktowano jako ewenement, lecz jako immanentne działanie konstruktora przy opracowaniu nowego wyrobu.

LITERATURA

[1] Oleksiuk W.: Wybrane zagadnienia z podstaw konstrukcji przyrządów precyzyjnych. Skrypt. Wyd. PW, Warszawa 1979, Wyd. 3, rozdz. 2.

[2] Truxal J.G.: Control engineers handbook. McGraw - Hill, Londyn 1958, rozdz. XIII.

[3] Oleksiuk W.: Praktyczne przykłady wielokryterialnej oceny podzespołów urządzeń precyzyjnych. XXI Sympozjon "Modelowanie w mechanice". Zbiór referatów, Gliwice-Wisła 1982, ss. 365-372.

Recenzent: Doc. dr inż. Wojciech Tarnowski

Wpłynęło do Redakcji: 8.09.1982 r.

О МНОГОКРИТЕРИЯЛЬНОМ ВЫБОРЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ЗУЬЧАТОГО РЕДУКТОРА ПРИМЕНЕННОГО В СЛЕДЯЩИХ СИСТЕМАХ

Р е з ю м е

В докладе представлено способ действия, который сделал возможным, учитывая четыре критерия оценки, полезный выбор кинематической схемы многоступенчатого, мелкомодульного зубчатого редуктора примененного в следящих системах. Этот редуктор построено и изучоно. Опыты подтверждают преимущества его конструкции.

ON MULTICRITERIAL SELECTION OF KINEMATIC STRUCTURE OF REDUCTION GEAR USED IN FOLLOW-UP SYSTEM

S u m m a r y

The method has been discussed, that has enabled advisable selection of a kinematic structure of the multistage, small-module gear for a follow-up system, taking into consideration four criteria. The reduction gear has been made and tested. The operation test confirmed advantages of the design of the gear.