ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1983

Seria: AUTOMATYKA z. 67 Nr kol. 760

Witold PEDRYCZ

Instytut Aparatury i Automatyki Medycznej
Wydział Automatyki i Informatyki
Politechnika Śląska

DZIAŁANIA NA ZBIORACH I LICZBACH ROZMYTYCH - PRZYKŁADY I ZASTOSOWANIA

Streszczenie. W pracy przedstawione niektóre wybrane aspekty teorii zbiorów rozmytych i liczb rozmytych. Wykazano istotne różnice pomiędzy stochastycznym (probabilistycznym) i rozmytym ujęciem czynnika niedeterministycznego. Omówiono zagadnienie wyznaczania funkcji przynależności zbioru rozmytego. Zawarto także szereg podstawowych wzorów dogodnych przy wykonywaniu operacji na liczbach rozmytych.

1. Wstęp

Rozważania związane m.in. z szeregiem problemów podejmowania decyzji w warunkach niepewności uwydatniły w sposób wyraźny potrzebę sformułowania takiego aparatu formalnego, który pozwoliłby na dogodne i uzasadnione przetwarzanie zgromadzonych danych. Często dane te mają charakter nieostry i nieprecyzyjny, zaś sam czynnik niedeterminizmu nie ma charakteru probabilistycznego. W celu takiej modyfikacji teorii rachunku prawdopodobieństwa, która dałaby formalny opis procesów decyzyjnych, wprowadzono pojęcie prawdopodobieństwa subiektywnego, a zatem prawdopodobieństwa określonego w sposób subiektywny przez człowieka (decydenta). Dalej stosuje się cały klasyczny aparat rachunku prawdopodobieństwa. Warto zwrócić uwagę na istotną sprzeczność. Proces decyzyjny, nie pozbawiony czynnika niedeterminizmu, ma charakter jednokrotny (agregacja różnych celów i ograniczeń określonych w sposób nieostry), zaś teoria prawdopodobieństwa operuje na pojęciu częstości.

Termin zbiór podstawowy w matematyce i naukach technicznych nie wymaga żadnych wyjaśnień. Często jednak stosowane kategorie pojęciowe mają charakter nieostry i nieprecyzyjny, np. niezawodność wysoka. Termin "wysoka" jest określony nieostro, treść jego może być i jest rozumiana różnie w zależności od grupy ludzi. Zazwyczaj jednak w danej grupie ludzi, pomimo faktu że termin ten nie jest sprecyzowany, nie wymaga dokładnego określenia. Pojęcia rozmyte posiadają zatem dużą wartość opisową. Bardzo udaną próbę formalnego opisu pojęć nieostrych, co zresztą wykazały dalsze prace teretyczne i aplikacyjne, okazała się teoria zbiorów rozmytych wprowadzona przez Zadeha w 1965 r. [8].

W niniejszej pracy przedstawione zostaną podstawowe pojęcia tej teorii interesujące z praktycznego punktu widzenia (np. wyznaczenie funkcji przynależności, klasy funkcji przynależności, operacje na zbiorach rozmytych, podstawowe różnice pomiędzy teorią zbiorów rozmytych i rachunkiem prawdopodobieństwa).

W dalszej części pracy zawarto rozważania dotyczące arytmetyki liczb rozmytych oraz ich zastosowań.

2. Podstawowe pojęcia teorii zbiorów rozmytych. Zbiory rozmyte a prawdopodobieństwo

Zbiór rozmyty A na przestrzeni $\mathcal{X}$ scharakteryzowany jest przez funkcję przynależności określoną na $\mathcal{X}$ o wartościach z przedziału $[0, 1]$,

$$A: \mathcal{X} \to [0,1]. \tag{1}$$

Zbiór nierozmyty (zbiór) A określony jest przez funkcję charakterystyczną,

$$A: X \to [0,1]. \tag{2}$$

Z porównania (2) z (1) wynika, że zbiór stanowi szczególny przypadek zbioru rozmytego.

Podobnie jak dla zbiorów, w klasie zbiorów rozmytych można wprowadzić działania takie, jak np. suma, iloczyn, negacja. W pracach Zadeha [9] [10] można znaleźć definicje tych działań. Wprowadzimy tutaj normy trójkątne jako modele iloczynu i sumy [6].

Def. 1. t-norma jest to funkcja dwóch zmiennych

$$t: [0,1] \times [0,1] \to [0,1] \tag{3}$$

spełniająca następujące warunki:

$$\text{(i)} \quad 0tx = 0, \quad xt1 = x \tag{4}$$

$$\text{(ii)} \quad xty \leqslant zty, \quad \text{dla} \quad x \leqslant z \tag{5}$$

$$\text{(iii)} \quad xty = ytx \tag{6}$$

$$\text{(iv)} \quad (xty)tz = xt(ytz) \tag{7}$$

$x,y,z \in [0,1]$.

Def. 2. s-norma jest to funkcja dwóch zmiennych

$$s:\ [0,1]\times[0,1]\longrightarrow[0,1] \qquad (8)$$

spełniająca następujące warunki:

(i) $0sx = x, \quad 1sx = 1$ (9)

(ii) $xsy \leqslant zsy \quad \text{dla} \quad x \leqslant z$ (10)

(iii) $(xsy)sz = xs(ysz)$ (11)

$x,y,z \in [0,1]$.

s-normę można zdefiniować w oparciu o t-normę, wykorzystując zależność:

$$xsy = 1 - (1-x)t(1-y) \qquad (12)$$

$x,y \in [0,1]$.

Przykładami t -i s-norm są:

t-norma	s-norma
$xt_1y = 1-\min(1, \sqrt[p]{1-x^p + 1-y^p})$ $\quad p \geqslant 1$	$xs_1y = \min(1, \sqrt[p]{x^p + y^p})$ $\quad p \geqslant 1$
$xt_2y = xy$	$xs_2y = x + y - xy$
$xt_3y = \dfrac{xy}{\gamma + (1-\gamma)(x+y-xy)}$ O $\quad \gamma \geqslant 0$	$xs_3y = \dfrac{xy(\gamma-2) + x + y}{\gamma xy(\;-1) + 1}$ $\quad \gamma \geqslant 0$

t-normy traktowane są jako modele iloczynu zbiorów rozmytych, s-normy stanowią przykłady sumy logicznej zbiorów rozmytych. W tym kontekście zależność (12) stanowi zapis prawa de Morgana. Zachodzą również następujące równości:

$$\lim_{p\to\infty} xt_1y = \min(x,y) \qquad (13)$$

oraz

$$\lim_{p\to\infty} xs_1y = \max(x,y). \qquad (14)$$

Innymi operacjami na zbiorach rozmytych są:

suma ograniczona $\min(1,x+y)$,
różnica ograniczona $\max(0,x-y)$.

Rozpatrując teorię zbiorów rozmytych oraz probabilistykę warto zwrócić uwagę i podkreślić różnice pomiędzy tymi dwoma teoriami, która dość często są mylnie utożsamiane.

1. Z formalnego punktu widzenia rachunek prawdopodobieństwa oparty jest na teorii miary (miary addytywnej), zaś zbiory rozmyte wykorzystują podstawy teorii mnogości.

2. Rachunek prawdopodobieństwa służy do opisu zjawisk, gdzie element niedeterminizmu przejawia się w występowaniu lub braku danego zdarzenia (zdarzenia elementarnego). W praktyce wyznaczenie prawdopodobieństwa prowadzi do zliczania częstości występowania danego zdarzenia. Zbiór rozmyty służy do opisu zjawiska, które w swojej naturze jest określone nieprecyzyjnie.

Rozpatrzmy następujące zdarzenie: rzut monetę. Prawdopodobieństwo wyrzucenia orła (przy symetrycznej monecie) wynosi 1/2. Przed wykonaniem eksperymentu jego wynik można określić z pewnym prawdopodobieństwem; po przeprowadzeniu eksperymentu (rzucono monetę) wynik jest znany np. wyrzucono orła. W przypadku zbiorów rozmytych funkcja przynależności przed i po eksperymencie nie ulega zmianie.

3. Funkcje przynależności zbiorów rozmytych, metody ich wyznaczania

Zbiór rozmyty, jak stwierdzono w poprzednim paragrafie, określony jest funkcję przynależności o wartościach z przedziału [0,1]. Z punktu widzenia zastosowań istotnym problemem jest wyznaczenie postaci tej funkcji oraz jej wartości. Zbiór rozmyty charakteryzuje pojęcia nieprecyzyjne i co należy tu podkreślić, funkcja przynależności jest sprawą semantyki danego pojęcia. Szereg badań empirycznych (np. [7] [11]) wykazało celowość stosowania pewnych klas funkcji do opisu kategorii rozmytych. Przykładowo terminowi człowiek wysoki (zbiór rozmyty A) można przyporządkować funkcję przynależności o kształcie przedstawionym na rys. 1.

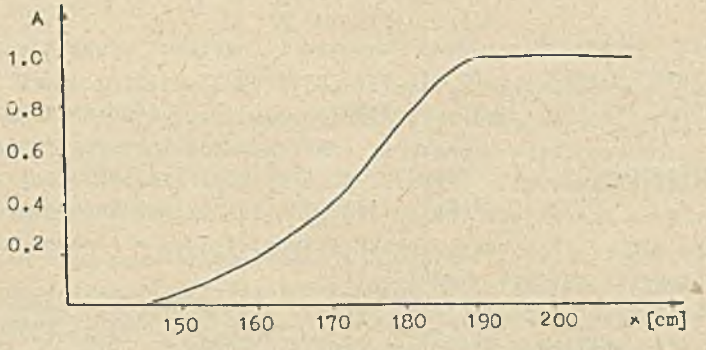
Oczywiście wartości tej funkcji są przyjęte w sposób subiektywny. Sam kształt funkcji przynależności odzwierciedla charakter danego pojęcia. Dla opisu pojęć rozmytych zaproponowano następujące klasy funkcji przynależności [10]:

1. S-funkcje (rys. 2)

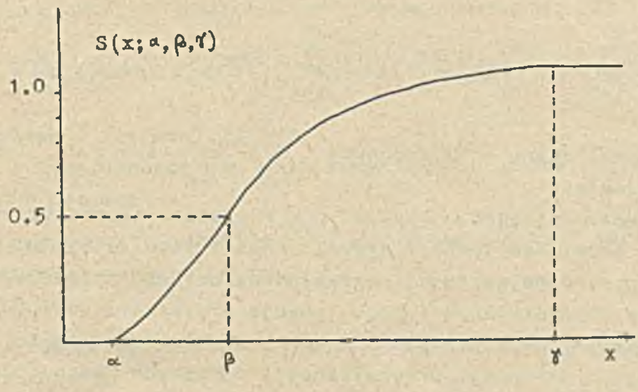
$$S(x;\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 0, x < \alpha \\ 2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \alpha < x < \beta \\ 1-2\left(\frac{x-\alpha}{\gamma-\alpha}\right)^2, & \beta < x \leqslant \gamma \\ 1, x > \gamma \end{cases} \tag{15}$$

przy czym

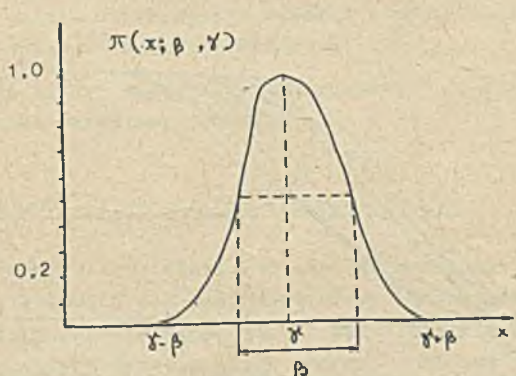
$$\beta = \frac{\alpha+\gamma}{2}$$



Rys. 1. Zbiór rozmyty A



Rys. 2. S-funkcja przynależności



Rys. 3. π-funkcja przynależności

π-funkcje (rys. 3)

$$\pi(x;\beta,\gamma) = \begin{cases} S(x;\gamma-\beta,\ \gamma-\frac{\beta}{2},\gamma) & x<\gamma \\ 1 - S(x;\gamma,\gamma+\frac{\beta}{2},\ \gamma+\beta) & x>\gamma \end{cases} \qquad (16)$$

Wyznaczanie poszczególnych wartości funkcji przynależności dla pojęcia rozmytego odbywa się na podstawie ocen z przedziału $[0,1]$ przyporządkowanych w sposób subiektywny przez zainteresowanego. Warto tu podkreślić lokalny charakter znaczenia określonego o pojęcia (zbioru) obowiązującego w grupie osob, a nie mający charakteru globalnego, np. zbiór rozmyty "człowiek wysoki" nie ma tej samej funkcji przynależności w dwóch populacjach o bardzo różnych wzrostach średnich.

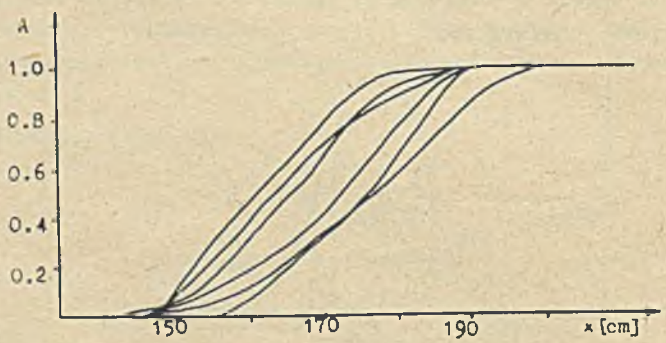
W oparciu o zbiór ocen wartości funkcji przynależności podanej przez eksperta i przy przyjęciu określonej klasy funkcji przynależności np. S-funkcji, dobór jej parametrów następuje w wyniku rozwiązania zadania optymalizacji

$$\min_{\alpha,\beta,\gamma} \sum_{i=1}^{N} d\left[S(x_i,\alpha,\beta,\gamma),y_i\right] = \sum_{i=1}^{N} d\left[S(x_i;\alpha_0,\beta_0,\gamma_0),y_i\right] \qquad (16)$$

(x_i,y_i) są ocenami eksperta dla punktów $x_i \in X$, $i = 1,2,\ldots,N$, $y_i \in [0,1]$ (d oznacza odległość).

W praktyce może wystąpić sytuacja, gdy w grupie ekspertów czy też zainteresowanych problemem funkcja przynależności tego samego pojęcia ma ten sam kształt, lecz różne wartości. Przykładowo pojęcie "człowiek wysoki" może mieć różne interpretacje (różne funkcje przynależności) (rys. 4).

Można zauważyć, że rozpatrywaną kategorię można przedstawić w postaci zbioru rozmytego o S-funkcji przynależności o różnych parametrach. Najwię-



Rys. 4. Rodzina funkcji przynależności kategorii rozmytej

ksze różnice występują w strefie wartości, których nie można łatwo zaklasyfikować do wprowadzonej kategorii.

W związku z opisaną sytuacją zaproponowano dwa rozszerzenia pojęcia zbioru rozmytego:

1. Zbiory rozmyte drugiego (i wyższych rzędów) [9]. Każdej wartości $x \in X$ przyporządkowany jest zbiór rozmyty, tzn. funkcja przynależności przyjmuje nie jedną konkretną wartość z przedziału $[0,1]$ lecz jest określona za pomocą zbioru rozmytego.

2. Zbiory probabilistyczne. Każdej wartości $x \in X$ przyporządkowana jest zmienna losowa o wartościach z przedziału $[0,1]$.

Każde z tych ujęć pozwala na pełniejszą charakteryzację pojęc rozmytych.

Wyznaczanie funkcji przynależności może być przeprowadzone kilkoma sposobami. Podamy tutaj dwa z nich. Przypuśćmy, że grupa ekspertów (lub zainteresowanych zagadnieniem) o liczebności N zajmuje się problemem ustalenia funkcji przynależności dla kategorii wysokie zużycie paliwa dla samochodu małolitrażowego.

Niech przestrzeń X będzie przestrzenią dyskretną

$$X = \{1.5/100 \; 2.0/100 \; \ldots \; 10.0/100\} = \{\alpha_i\} \quad i = 1,2,\ldots,M$$

(zużycie paliwa w litrach/100 km).

Funkcję przynależności dla powyższego pojęcia można określić poprzez zbiór pytań o postaci:

- w jakim stopniu "w", gdzie $w \in [0,1]$ można zaliczyć wartość α_i do kategorii wysokie zużycie paliwa, $i = 1,2,\ldots,M$.

W wyniku tak przeprowadzonego eksperymentu otrzymujemy dyskretną funkcję przynależności.

Wykorzystując grupę ekspertów, można zaproponować inną postać pytań:

- czy α_i należy do kategorii wysokie zużycie paliwa, przy czym odpowiedź na to pytanie ma charakter binarny (tak-nie).

Zliczając liczbę odpowiedzi twierdzących n_i $(n_i \leq N)$ wartość funkcji przynależności określamy jako iloczyn n_i/N.

4. Liczby rozmyte i arytmetyka liczb rozmytych

Liczby rozmyte i działania na nich stanowią naturalne uogólnienie analizy przedziałowej stosowanej w metodach numerycznych [4] [5]. Definiujemy je jako zbiory rozmyte określone na osi liczb rzeczywistych. Działania na liczbach rozmytych określa się w oparciu o zasadę rozszerzenia [9]. Niech

$C = f(A,B)$ jest funkcją dwóch liczb rozmytych, wówczas zbiór rozmyty C posiada funkcję przynależności:

$$C(c) = \sup_{a,b \in \mathbb{R}:\ c = f(a,b)} [A(a) t\ B(b)] \tag{17}$$

c R. Jeżeli f posiada funkcję odwrotną ze względu na przynajmniej jedną ze zmiennych (a lub b), wówczas zależność powyższą można przypisać w formie równoważnej:

$$C(c) = \sup_{a \in \mathbb{R}} [A(a) t\ B(f^{-1}(a,c))] \tag{18}$$

Powyższe zadania stanowią problem optymalizacji nieliniowej przy ograniczeniach (lub bez ograniczeń). W .większości dotychczas opublikowanych prac norma trójkątna była traktowana jako minimum,

$$C(c) = \sup_{a,b \in \mathbb{R}:\ c = f(a,b)} [\min(A(a),\ B(b))] \tag{19}$$

Mówimy wówczas o arytmetyce nieinteraktywnej.

Rozpatrzmy dla przykładu dodawanie dwóch liczb rozmytych: "około 5" i "około 1" o funkcjach przynależności określonych następująco:

około 5: $A(a) = \exp[-(a-5)^2/\sigma_a^2]$

około 1: $B(b) = \exp[-(b-1)^2/\sigma_b^2]$.

Liczba rozmyta będąca wynikiem dodawania około 5 $\oplus$ około 1 ($\oplus$ oznacza dodawanie liczb rozmytych) dana jest funkcją przynależności:

$$C(c) = \sup_{a,b \in \mathbb{R}:\ c = a+b} [\min(A(a),\ B(b))] = \sup_{a \in \mathbb{R}} [\min(A(a),\ B(c-a))] \tag{20}$$

Rozwiązując równanie

$$\exp[-(a-5)^2/\sigma_a^2] = \exp[-(c-a-1)^2/\sigma_b^2] \tag{21}$$

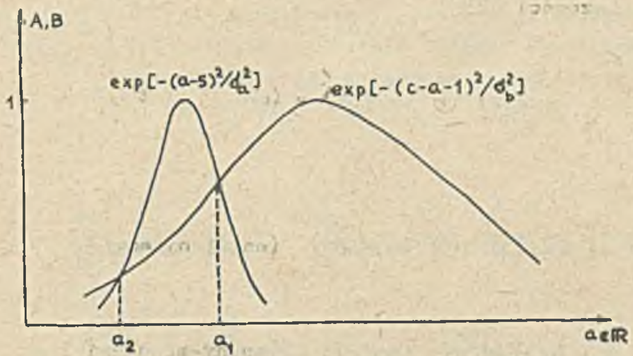
czyli

$$\frac{a-5}{\sigma_a} = \pm \frac{c-a-1}{\sigma_b} \tag{22}$$

otrzymujemy parę pierwiastków a_1, a_2. Stąd mamy

$$C(c) = \max\left[A(a_1),\ A(a_2)\right] = \exp\left[-(c-6)^2/(\sigma_a+\sigma_b)^2\right]. \tag{23}$$

Obliczenia wg zależności (20) zilustrowane są na rys. 5.



Rys. 5. Przykład dodawania dwóch liczb rozmytych A i B

Z praktycznego punktu widzenia obliczanie funkcji przynależności w oparciu o zasadę rozszerzenia może okazać się żmudne. W literaturze zaproponowano szereg wzorów, które obowiązują dla ważnej klasy funkcji przynależności, tzw. L-R funkcji. Funkcje te definiowane są następująco:

$$\begin{cases} L\left(\frac{m-x}{\alpha}\right) & \text{dla} \quad x \leqslant m, \quad \alpha > 0 \\ R\left(\frac{x-m}{\beta}\right) & \text{dla} \quad x \geqslant m, \quad \beta > 0 \end{cases} \tag{24}$$

gdzie składowe L(R) posiadają własności:

$L(-x) = L(x)$ symetria

$L(0) = 1$ war. brzegowy

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} L(x) = 0$ f. malejąca

"m" oznacza tzw. wartość maksymalną, zaś α, β oznaczają lewe i prawe zbocze funkcji przynależności (zależność 24). Często na oznaczenie takiej liczby rozmytej stosuje się zapis:

$$\tilde{m} = (m, \alpha, \beta) \tag{25}$$

Dwa przykłady tej klasy funkcji zestawiono poniżej:

$$L_1(x) = \max(0, 1-|x|^p), \quad p > 0 \tag{26}$$

$$L_2(x) = \exp(-|x|^p), \quad p \geq 0 \tag{27}$$

Obliczenia sumy, różnicy, iloczynu, ilorazu liczb rozmytych przeprowadza się wg zależności [2]:

dodawanie $\oplus$

$$(m,\alpha,\beta) \oplus (n,\gamma,\delta) = (m+n, \alpha+\gamma, \beta+\delta) \tag{28}$$

mnożenie

$\tilde{m},\tilde{n} > 0$

$$(m,\alpha,\beta) \odot (n,\gamma,\delta) = (mn, m\gamma+n\alpha, m\delta+n\beta) \tag{29}$$

$\tilde{m} < 0, \tilde{n} > 0$

$$(m,\alpha,\beta) \odot (n,\gamma,\delta) = (mn, n\alpha-m\delta, n\beta-m\gamma) \tag{30}$$

$\tilde{m},\tilde{n} < 0$

$$(m,\alpha,\beta) \odot (n,\gamma,\beta) = (mn, -n\beta-m\delta, -n\alpha-m\gamma) \tag{31}$$

($\tilde{m} > 0$ oznacza dodatnią liczbę rozmytą tzn. taką, że $m(x) = 0$ dla $x < 0$)
dzielenie $\oslash$

$$(m,\alpha,\beta) \oslash (n,\gamma,\delta) = (m/n, (m\delta+n\alpha)/n^2, (m\gamma+n\beta)/n^2) \quad n \neq 0 \tag{32}$$

Wzory powyższe w sposób zdecydowany ułatwiają wyznaczenie rezultatu działania na liczbach rozmytych. W przypadku gdy $\alpha = \beta = \delta = \gamma = 0$, otrzymujemy ogólnie znane zależności. Zastosowanie (28) - (31) przedstawimy w rozwiązaniu zadania spotykanego w podejmowaniu decyzji: wielokryterialnym wyborze rozwiązania (zadania projektowania). Rozpatruje się zbiór wag, funkcji użyteczności, kryteriów, które można agregować w sposób addytywny w postaci wskaźnika [12]

$$F_v = \sum_{i=1}^{I} w_i u_i(k_{iv}) \tag{33}$$

gdzie:

w_i - współczynnik wagi i-tego kryterium,

$u_i(k_{iv})$ - wartość funkcji użyteczności (preferencji) dla i-tego kryterium i v-tego rozwiązania,

F_v - wartość funkcji celu dla v-tego rozwiązania.

W dotychczasowej analizie wszystkie współczynniki (33) traktowane były jako wartości punktowa. Przyjmując obecnie, że zmienne stojące w (33) są liczbami rozmytymi typu L-R:

$\tilde{w}_i = (w_i, \alpha_i, \beta_i)$ - rozmyty współczynnik wagi i-tego kryterium $\tilde{w}_i > 0$,

$\tilde{u}_i(k_{iv}) = (u_i, \delta_i, \gamma_i)$ - rozmyta wartość funkcji użyteczności (preferencji), dla k-tego rozwiązania i i-tego kryterium $\tilde{u}_i(k_{iv}) > 0$

mamy:

$$F_v = \sum_{i=1 \atop \oplus}^{I} \tilde{w}_i \odot \tilde{u}_i(k_{iv}) = \sum_{i=1 \atop \oplus}^{I} (w_i u_i, w_i \gamma_i + u_i \alpha_i, w_i \delta_i + u_i \beta_i) =$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{I} w_i u_i, \quad \sum_{i=1}^{I} w_i \gamma_i + u_i \alpha_i, \quad \sum_{i=1}^{I} w_i \delta_i + u_i \beta_i \right) \tag{34}$$

5. Zakończenie

W pracy poruszono pewne zasadnicze problemy teorii zbiorów rozmytych, a w szczególności liczb rozmytych. Na szczególną uwagę zasługuje możliwość zastosowania norm trójkątnych jako operatorów w teorii zbiorów rozmytych. W świetle rozważań p. 4 można stwierdzić, że liczby rozmyte pozwalają na ujęcie pojęć nieprecyzyjnych i operowanie na nich w sposób prosty i przejrzysty.

LITERATURA

[1] Czogała E., Pedrycz W.: Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych. Skrypt Politechniki Śląskiej nr 89, 1980.

[2] Dubois D., Prade H.: Fuzzy real algebra: some results, Fuzzy Sets and Systems, 2, 1979, ss. 327-348.

[3] Frank H.J.: On the simultaneous associativity of F(x,y) and x + y - F(x,y), Aequationes Mathematicae, 19, 1979, ss. 194-226.

[4] Hansen E.: Topics in Interval Analysis, Claredon Press, Oxford 1969.

[5] Nickel K.L.E.: Interval Mathematics, Academic Press, New York 1980.

[6] Pedrycz W.: Fuzzy Control and Fuzzy Systems, Dept. of Mathematics, Delft Univ. of Technology, 82 14, Delft 1982.

[7] Rodder W.: On "and" and "or" connectives in fuzzy set theory, RWTH Aachen 75/07/1975.

[8] Zadeh L.A.: Fuzzy sets. Inf. and Control, 8, 1965, ss. 338-353.

[9] Zadeh L.A.: The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning, M. Els. Publ. Comp., New York 1973.

[10] Zadeh L.A.: Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes, IEEE Trans. SMC, 1, 1973, ss. 28-44.

[11] Zimmermann H.J., Zyeno P.: Latent connectives in human decision making, Fuzzy Sets and Systems, 4, 1980, ss. 37-51.

[12] Tarnowski W.: Formalization of the multi-attribute value system in probabilistic terms. Design Studies, vol. 2, 1, 1981, ss. 41-44.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Andrzej Tylikowski

Wpłynęło do Redakcji: 10.11.1982 r.

ДЕЙСТВИЯ НАД РАСПЛЫВЧАТЫМИ МНОЖЕСТВАМИ И ЧИСЛАМИ

Р е з ю м е

В работе представлено некоторые аспекты теории расплывчатых множеств и чисел. Показано особенности стохастической и расплывчатой формы недетерминизма. Расмотрено проблему вычисления функции принадлежности. Представлено тоже формулы требуемые для операции на расплывчарых числах.

PROCESSING OF FUZZY SETS AND FUZZY NUMBERS - EXAMPLES AND APPLICATIONS

S u m m a r y

The paper deals with some selected aspects of a fuzzy sets and a fuzzy numbers theory. Significant differences between a stochastic (probabilistic) and a fuzzy approach towards the nondeterministic factor have been pointed out. Problems of a determination of a membership function of a fuzzy set have been discussed. Several basic formulas which are convenient in processing of fuzzy numbers have been presentd, as well.