

Wojciech TARNOWSKI, Mariusz WACŁAWEK

Instytut Automatyki

Politechniki Śląskiej

## OPTIMALIZACJA WIELOKRYTERIALNA W OBECNOŚCI OCEN ROZMYTYCH

**Streszczenie.** Przedstawiono koncepcję rozmytej oceny wariantów rozwiązań projektowych na bazie aparatu pojęciowego teorii zbiorów rozmytych. Pokazano sposób interpretacji cząstkowych ocen rozmytych oraz sposób agregowania tych ocen do składowej wielokryterialnej oceny wariantu. Wyróżniono dwa przypadki:

- a) gdy rozmyte są wartości ocen,
- b) gdy rozmyte (ze względu na niemierzalność) są kryteria i odpowiadające im współczynniki wagi.

Proponuje się także, w oparciu o literaturę, sposoby porównania i interpretacji końcowych ocen rozmytych.

### 1. Wstęp

W projektowaniu technicznym operuje się zwykle wielkościami (fizycznymi i ekonomicznymi) dobrze zdefiniowanymi i mierzalnymi (np. natężenie prądu, stężenie składników, cena itp.). Jednak zdarza się, że niektóre wielkości nie dadzą się opisać za pomocą zmiennych zdefiniowanych bądź ich wartości nie da się zmierzyć i przedstawić w postaci liczbowej, zdeterminowanej, np. wygodę użytkownika czy poczucie bezpieczeństwa. Próby formalizacji takich zmiennych lingwistycznych mogą być następujące:

- a) poszukuje się zastępczych zmiennych, zdefiniowanych lub dających się zmierzyć, np. "stopień zagrożenia" można mierzyć prawdopodobieństwem wypadku, albo
  - b) tworzy się umowną, sztuczną skalę, przyporządkowującą wartości liczbowe poszczególnym wartościom zmiennej lingwistycznej (np. szkolnej cenie "bardzo dobry" odpowiada liczba 5), albo
  - c) korzysta się z aparatu pojęciowego teorii zbiorów rozmytych.
- Zajmiemy się tym ostatnim przypadkiem.

### 2. Ocena rozmyta

Oceną  $K_{iv}$  nazywamy wartość  $i$ -tego kryterium oceny  $k_i$  dla  $v$ -tego wariantu rozwiązania  $R_v$ . Zwykle wariant  $R_v$  definiowany jest za pomocą wartości skończonej liczby cech konstrukcyjnych  $\{x_p\}$   $p = 1, \dots, P$ :

$$R_v = \{x_{1v}, \dots, x_{pv}\} \quad (1)$$

Oznacza to, że każdy wariant  $R_v$  wyznaczony jest przez wektor w  $P$ -wymiarowej przestrzeni wartości cech konstrukcyjnych. Niniejsze prace ogranicza się do przypadku dyskretnych cech konstrukcyjnych (zmiennych decyzyjnych). Jeśli cechy  $x_p$  są zmiennymi dyskretnymi "z natury" lub sztucznie skwentowanymi, zbiór  $\{R_v\}$ ,  $v = 1, \dots, V$  jest zbiorem skończonym lub przeliczalnym ("dyskretnym"). Wówczas oceny mogą być przedstawione w postaci macierzy ocen  $k_{iv}$ ,  $\dim k_{iv} = I \cdot V$ , gdzie  $I$  jest liczbą kryteriów oceny a  $V$  liczbą wariantów rozwiązań. Widać więc, że każde rozwiązanie  $R_v$  wyznaczone jest przez wektor w  $I$ -wymiarowej przestrzeni kryteriów (przestrzeni celu), pod warunkiem że oceny  $k_{iv}$  są podane w sposób deterministyczny. Mogą jednak zaistnieć dwa następujące przypadki:

- kryterium oceny  $k_i$  jest zmienną zdefiniowaną ale niedostępną pomiarowo, wówczas oceny  $k_{iv}$  są formułowane w sposób rozmyty,
- kryterium oceny  $k_i$  jest zmienną lingwistyczną, tym samym oceny  $k_{iv}$  muszą być także rozmyte.

Istotą oceny rozmytej jest przedstawienie danego rozwiązania  $R_v$  jako zbioru rozmytego, scharakteryzowanego własną funkcją przynależności i określonego w przestrzeni:

- wartości  $i$ -tego kryterium  $k_i$ , gdy chodzi o ocenę cząstkową (ze względu na jedno kryterium),
- wartości funkcji celu  $P$ , gdy chodzi o ocenę kompleksową (wielokryteriálną).

Wprowadźmy następujące oznaczenia:

- |  |   |
|--|---|
| $\left\{ \begin{matrix} k_i \\ w_i \\ R_v \end{matrix} \right\}$ | - zbiór kryteriów oceny $i = 1, \dots, I$ ,   |
|  | - zbiór współczynników wagi,  |
|  | - zbiór wariantów rozwiązań dopuszczalnych $v = 1, \dots, V$ ,  |
| $P_i$  | - klasę zbiorów rozmytych dla $i$ -tego kryterium oceny, stanowiąca repertuar ocen rozmytych dla tego kryterium (dotyczy tylko kryteriów ocenianych w sposób rozmyty - por. p.4),                       |
| $T_i$  | - klasę zbiorów rozmytych dla $i$ -tego współczynnika wagi, stanowiąca repertuar ocen rozmytych dla tego współczynnika wagi (dotyczy tylko współczynników wagi ocenianych w sposób rozmyty - por. p.5). |
| $U_i$  | - przestrzeń wartości $i$ -tego kryterium,  |
| $W_i$  | - przestrzeń wartości $i$ -tego współczynnika wagi,   |
| $U_P$  | - przestrzeń wartości funkcji celu,   |
| $P_{ik}, T_{iz}$   | - $k$ -ty zbiór rozmyty w klasie $P_i, T_i$ $k=1, \dots, K_i$ $z=1, \dots, Z_i$ ,   |
| $k_{iv}$   | - ocena $v$ -tego wariantu ze względu na $i$ -te kryterium (rozmyte lub ostra),   |
| $\mu_{P_{ik}}$   | - funkcja przynależności zbioru rozmytego $P_{ik}$ .  |

Zdanie:

$$k_{iv} \text{ jest } P_{ik}, P_{ik} \in P_i \text{ oraz } P_{ik} \subset U_i \quad (2)$$

formułuje ocenę rozmytą.

PRZYKŁAD

Niech  $i$ -tym kryterium oceny będzie niezawodność ( $U_i = <0,1>$ ). Jest to wielkość zdefiniowana, ale założymy, że na danym etapie projektowania niedostępne pomiarowo. Przyjmujemy dla tego kryterium następujący repertuar ocen rozmytych, czyli klasę zbiorów rozmytych  $P_i$ :

$$P_i = \{P_{i1}, P_{i2}, P_{i3}\}$$

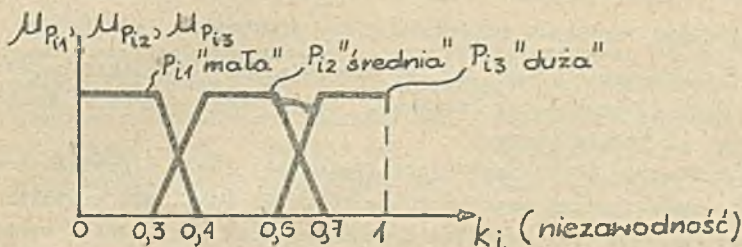
gdzie:

$P_{i1}$  - "mała"

$P_{i2}$  - "średnia"

$P_{i3}$  - "duża"

Założymy, że funkcje przynależności  $\mu_{P_{i1}}, \mu_{P_{i2}}, \mu_{P_{i3}}$  są takie, jak przedstawia rysunek 1.



Rys. 1. Przykładowy repertuar ocen rozmytych dla kryterium oceny "niezawodność"

Ocena rozmyta ze względu na  $i$ -te kryterium oceny  $k_i$  polega na przyporządkowaniu każdemu z elementów zbioru  $\{R_v\}$  jednego ze zbiorów rozmytych z rodziny  $P_i$ , czyli na przedstawieniu każdego z rozwiązań jako rozmytego podzbioru przestrzeni  $U_i = <0,1>$ . Np.

Na przykład stwierdzenie

"Niezawodność wariantu  $R_1$  jest średnia" odpowiada zapisowi:

$$R_1 = P_{i2} \iff k_{11} \text{ jest } P_{i2}$$

$$P_{i2} = ((k_i, \mu_{P_{i2}}) \mid k_i \in U_i, \mu_{P_{i2}} \in U_i <0,1>)$$

### 3. Zadanie optymalizacji

Ograniczymy się [3] do przypadku liniowej i addytywnej ze względu na funkcje  $u_i$  funkcji celu  $F_v$  o postaci:

$$F_v = \sum_{i=1}^{i=I} w_i u_i(k_{iv}) \quad (3)$$

gdzie:

- $F_v$  - wartość funkcji celu dla  $v$ -tego wariantu rozwiązania,
- $u_i(k_{iv})$  - wartość funkcji użyteczności (preferencji) dla  $i$ -tego kryterium i  $v$ -tego wariantu rozwiązania  $u_i = \langle 0, 1 \rangle$ ,
- $w_i$  - współczynnik wagi  $i$ -tego kryterium, przy czym
 
$$\sum_{i=1}^{i=I} w_i = 1 \quad (\text{współczynniki wagi są znormalizowane})$$
 oraz wartości  $w_i$  są dodatnie.

Optymalizacja polega na znalezieniu takiego wariantu rozwiązania  $R_{v_0}$  ze zbioru  $R_v$ , które maksymalizuje funkcję celu, czyli:

$$R_{v_0} : R_{v_0} \in \left\{ R_v \right\} \quad \text{i} \quad \begin{array}{c} \wedge \\ 1 \leq v \leq V \end{array} \quad F_{v_0} \geq F_v \quad (4)$$

W dalszej części artykułu rozpatrzmy dwa przypadki:

- 1) wszystkie kryteria oceny  $k_i$  są zdefiniowane, wszystkie współczynniki wagi  $w_i$  zdeterminowane liczbowo, część ocen wartości kryteriów  $k_i$  rozmyte, pozostałe ostre,
- 2) część kryteriów oceny jest niezdefiniowana, czyli odpowiadające im oceny i współczynniki wagi są także rozmyte. Pozostałe kryteria zdefiniowane, a oceny ich wartości i współczynniki wagi dane w sposób ostry.

Na przykładzie tych dwóch przypadków zaproponowany zostanie sposób określenia zbiorów rozmytych w przestrzeni  $U_p$  wartości funkcji celu, stanowiących ostateczną wielokryteriową ocenę rozwiązań oraz przedstawione zostaną sugestie co do końcowej interpretacji takiej oceny.

### 4. Przypadek pierwszy

Dane są:

- $F$  - postać funkcji celu,
- $\left\{ R_v \right\}$  - zbiór rozwiązań dopuszczalnych (poprawnych) [4],
- $\left\{ k_p \right\}$ ,  $p=1, \dots, L$  - zbiór kryteriów, których oceny są rozmyte,
- $\left\{ k_s \right\}$ ,  $s=L+1, \dots, I$  - zbiór kryteriów, których oceny są ostre,
- $\left\{ w_i \right\}$ ,  $i=1, \dots, I$  - zbiór ostrych współczynników wagi,

- $u_i(k_i)$  - zbiór funkcji użyteczności określonych na zbiorach  $U_i$ ,
- $\{k_{pv}\}$  - zbiór ocen rozmytych dla  $v$ -tego wariantu,
- $\{k_{sv}\}$  - zbiór ocen deterministycznych dla  $v$ -tego wariantu.

Funkcje celu dla  $v$ -tego wariantu rozwiązania możemy zapisać (korzystając z zależności (3)) jako:

$$F_v = F_{rv} + F_{dv}$$

gdzie:

$$F_{rv} = \sum_{p=1}^{p=1} w_p u_p(k_{pv}) \text{ - składnik rozmyty funkcji celu,}$$

$$F_{dv} = \sum_{s=L+1}^{s=I} w_s u_s(k_{sv}) \text{ - składnik ostry funkcji celu.}$$

Procedura postępowania jest następująca:

- 1) dokonujemy transformacji funkcji przynależności  $\mu_{F_{pk}}$  zbiorów rozmytych  $F_{pk}$ , które formułują oceny rozmyte kryteriów  $k_p$  z przestrzeni wartości  $U_p$  kryteriów  $k_p$  do przestrzeni wartości funkcji użyteczności  $u_p(k_p)$ , którymi jest przedział  $\langle 0,1 \rangle$  (wg konstrukcji z rys.3, patrz przykład),
- 2) przeskalowujemy osie wartości funkcji użyteczności  $u_p(k_p)$  poprzez pomnożenie ich przez wartości odpowiadających współczynników wagi  $w_p$ ,
- 3) dokonujemy sumowania (składenia) ocen cząstkowych występujących w składniku rozmytym  $F_{rv}$  funkcji celu  $F_v$  wg następującej formuły (dla dwóch dowolnych ocen cząstkowych ze względu na kryteria  $k_1$  i  $k_t$ ):

$$\mu_{R_v}(F_{rv}) = \sup_{\substack{w_1 u_1, w_t u_t \in U_p \\ w_1 u_1 + w_t u_t = F_{rv}}} \left\{ \min(1, \mu_{p_{1m}}(w_1 \cdot u_1(k_1)) + \mu_{p_{tn}}(w_t \cdot u_t(k_t))) \right\} \quad (5)$$

$$= \sup_{\substack{a, b \in U_p \\ a+b = F_{rv}}} \left\{ \min(1, \mu_{p_{1m}}(a) + \mu_{p_{tn}}(b)) \right\} = \sup_{s \in U_p} \left\{ \min(1, \mu_{p_{1m}}(s) + \mu_{p_{tn}}(F_{rv}-s)) \right\}$$

przy czym

$$1 \leq l, t \leq L$$

$$1 \leq m \leq K_1$$

$$1 \leq n \leq K_t$$

(inne oznaczenia wg p.2)

4) obliczymy wartość składnika ostrego  $F_{dv}$  funkcji celu  $F_v$  i dokonujemy przesunięcia wykresu funkcji  $\mu_{R_v}(F_{rv})$  o tę wartość.

### 5. Przypadek drugi

Dane są:

- $F$  - postać funkcji celu,
- $\left\{ R_v \right\}$  - zbiór rozwiązań dopuszczalnych (poprawnych) [4],
- $\left\{ k_p \right\}$ ,  $p=1, \dots, L$  - zbiór kryteriów nie zdefiniowanych, których oceny są rozmyte,
- $\left\{ k_s \right\}$ ,  $s=L+1, \dots, I$  - zbiór kryteriów, których oceny są ostre,
- $\left\{ w_p \right\}$  - zbiór współczynników wagi, odpowiadających kryteriom nie zdefiniowanym, które są dane w sposób rozmyty poprzez ich oceny rozmyte  $T_{pz}$ ,
- $\left\{ w_s \right\}$  - zbiór zdeterminowanych liczbowo współczynników wagi,
- $\left\{ u_i(k_i) \right\}$  - zbiór funkcji użyteczności określonych na zbiorach  $u_i$ ,
- $\left\{ k_{pv} \right\}$  - zbiór ocen rozmytych dla  $v$ -tego wariantu,
- $\left\{ k_{sv} \right\}$  - zbiór ocen ostrych dla  $v$ -tego wariantu.

Funkcję celu dla  $v$ -tego wariantu rozwiązania możemy zapisać jako:

$$F_v = F_{rv} + F_{dv}$$

gdzie:

$$F_{rv} = \sum_{p=1}^{p=L} w_p u_p(k_{pv}) - \text{składnik rozmyty funkcji celu,}$$

$$F_{dv} = \sum_{s=P+1}^{s=I} w_s u_s(k_{sv}) - \text{składnik ostry funkcji celu.}$$

Proponuje się następującą procedurę postępowania:

- 1) Dokonujemy transformacji funkcji przynależności  $\mu_{P_p}$ , zbiorów rozmytych  $P_{pk}$ , które formułują oceny rozmyte kryteriów  $P_k$ , z przestrzeni wartości  $U_p$  kryteriów  $k_p$  do przestrzeni wartości funkcji użyteczności  $u_p(k_p)$ , z przedziału  $\langle 0, 1 \rangle$  (konstrukcja z rys. 3, patrz przykład).
- 2) Złożenie ocen rozmytych użyteczności kryteriów  $k_p$  z ocenami rozmytymi odpowiadających im współczynników wagi  $w_p$  wg następującej formuły (dla danego kryterium oceny  $k_p$  i odpowiadającego mu współczynnika wagi  $w_p$ ):

$$\mu_{R_V}^P(F_{RV}^P) = \sup_{\substack{w_p \in W_p \\ k_p \in U_p \\ w_p k_p = F_{RV}^P}} (\mu_{T_{Pz}}(w_p) \cdot \mu_{P_{pk}}(u_p(k_p))) \quad (6)$$

gdzie:

$F_{RV}^P$  - składnik części rozmytej  $F_R$  funkcji celu odpowiadający p-temu kryterium oceny

oraz

$$\begin{aligned} 1 &\leq k \leq K_p \\ 1 &\leq z \leq Z_p \end{aligned}$$

(pozostałe odznaczenia jak w p.2).

- 3) Dokonujemy sumowania (składania) ocen cząstkowych występujących w składniku rozmytym  $F_{RV}$  funkcji celu  $F_V$  wg formuły (5).
- 4) Obliczymy składnik ostry  $F_{dV}$  funkcji celu  $F_V$  i dokonujemy przesunięcia o jego wartość wykresu funkcji  $\mu_{R_V}^P(F_{RV}^P)$ .

## 6. Przykład

Przyjmijmy, że w pewnym procesie projektowym otrzymano trzy warianty  $R_1, R_2$  i  $R_3$  rozwiązania problemu pomiaru napięcia w określonych warunkach. Dla dokonania oceny przyjęto dwa kryteria oceny:

$k_1$  - niezawodność,

$k_2$  - dokładność.

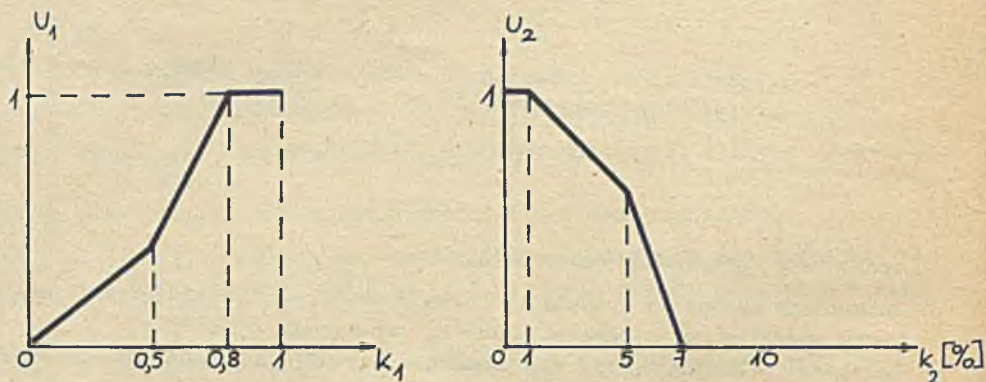
Oba te kryteria są zdefiniowane. Niezawodność zdefiniowano jako prawdopodobieństwo braku awarii w zadanym czasie i w określonych warunkach. Dokładność określono jako całkowity błąd bezwzględny odniesiony do zakresu pomiarowego i wyrażono w procentach. Okazało się jednak, że tylko dokładność poszczególnych wariantów można w danej chwili określić ostro, zaś co do niezawodności przyjęto ocenę rozmytą. Sytuacja ta odpowiada rozważanemu powyżej przypadkowi pierwszemu, przy czym:

$$F = \sum_{i=1}^{i=2} w_i u_i(k_i)$$

$$\begin{cases} R_V \\ k_p \end{cases} = \begin{cases} R_1, R_2, R_3 \\ k_1 \end{cases} \quad L = 1$$

$$\begin{cases} \{k_g\} = k_2 & I=2 \\ \{w_i\} = w_1, w_2 \end{cases}$$

zbiór  $\{u_1(k_1)\}$  dany na rys. 2.



Rys. 2. Funkcje użyteczności kryteriów oceny  $k_1$  "niezawodność" i  $k_2$  "dokładność"

Zbiory ocen rozmytych  $\{k_{11}, k_{12}, k_{13}\}$  oraz deterministycznych  $\{k_{21}, k_{22}, k_{23}\}$  podaje tabela 1.

Informacje wejściowe do etapu oceny jest przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1

Kryteria $k_i$	Warianty $R_v$			
	$w_1$	$R_1$	$R_2$	$R_3$
niezawodność $k_1$	$w_1 = 0.3$	małe	średnie	duże
dokładność $k_2$ [%]	$w_2 = 0.7$	0,1	4	6

Funkcje przynależności zbiorów rozmytych formułujących oceny rozmyte są uwidocznione na rys. 3 (płaszczyzna  $\langle \mu, k \rangle$ ).

Składowik rozmyty funkcji celu ma postać:

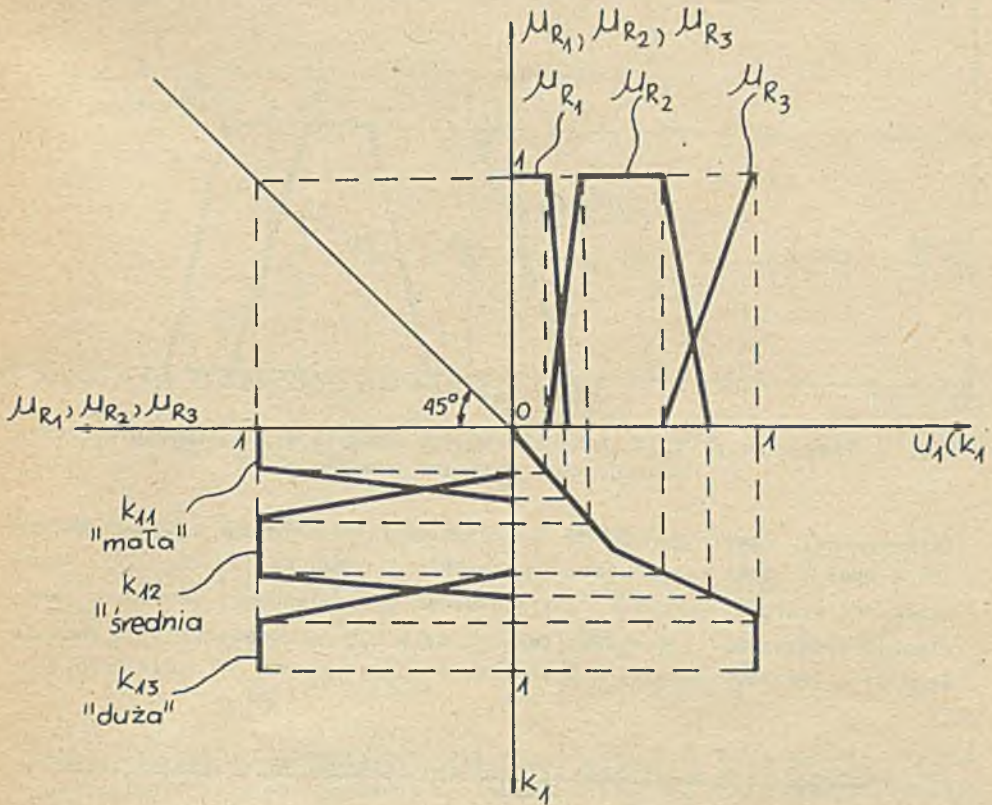
$$F_r = w_1 u_1(k_1)$$

Składowik ostry:

$$F_d = w_2 u_2(k_2)$$



Sposób transformacji funkcji przynależności  $\mu_{R_1}(k_1)$ ,  $\mu_{R_2}(k_1)$  i  $\mu_{R_3}(k_1)$  z przestrzeni wartości kryterium  $k_1$  do przestrzeni wartości funkcji preferencji  $u_1(k_1)$  pokazuje rys. 3.



Rys. 3. Transformacja funkcji przynależności z przestrzeni wartości kryteriów do przestrzeni wartości funkcji użyteczności

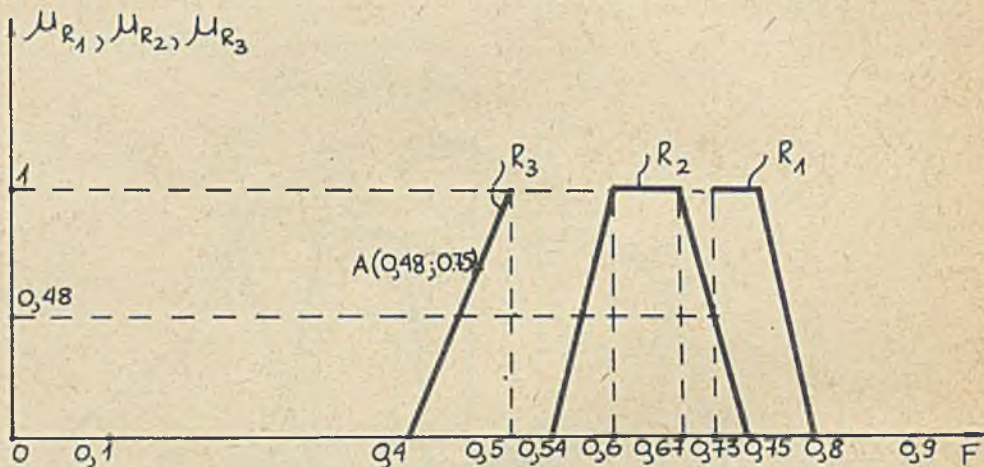
Składnik ostry dla poszczególnych rozwiązań ma następujące wartości (por. rys. 2 i tabelę 1):

$$F_{d1} = 0,7 \cdot 1 = 0,7,$$

$$F_{d2} = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49,$$

$$F_{d3} = 0,7 \cdot 0,3 = 0,21.$$

Przeskalowując oś wartości  $u_1(k_1)$  z rys. 3 przez  $w_1$  i przesuwając poszczególne wykresy funkcji przynależności o wartości odpowiadającego im składnika ostrego otrzymujemy ostateczną rozmytą ocenę całkowitą wariantów rozwiązań ze względu na przyjęte kryteria oceny. Pokazuje to rys. 4.



Rys. 4. Rozwiązanie  $R_1, R_2, R_3$  jako zbiory rozmyte w przestrzeni wartości funkcji celu  $F$  (patrz przykład)

Interpretacja dowolnego punktu  $A$ , należącego do któregoś z trzech wykresów z rys. 4, jest następująca: na przykładzie punktu  $A(0,48; 0,75)$  należącego do wykresu funkcji  $\mu_{R_3}(F)$ : stopień przynależności pewnego pomysłu do rozwiązania o wartości funkcji celu  $0,5$  do rozwiązania  $R_3$  rozumianego jako podzbiór rozmyty w przestrzeni  $U_P$  wartości  $F$  jest  $0,75$ .

#### 7. Porównanie ocen globalnych (wielokryterialnych) wariantów rozwiązań

Informacją początkową w tym etapie jest klasa zbiorów rozmytych  $R_j$  reprezentujących oceny rozmyte odpowiednich wariantów rozwiązań w przestrzeni wartości funkcji celu  $F$ . W literaturze [1] podanych jest kilka sposobów uporządkowania zbiorów rozmytych (odpowiadających rozwiązaniom  $R_j$ ) ze względu na kryterium  $F$ , czyli znalezienia najlepszego wariantu  $R_{vo}$ . Za pomocą [1] zacytujemy metodę oceny wg Basasa i Kwakernsaka. Zgodnie z tą metodą postępujemy wg następującego schematu:

Niech będą dane dwa zbiory rozmyte, odpowiednie dla dwóch wariantów  $R_1$  i

$R_j$ :

Dane

$$\mu_{R_1}(F), \mu_{R_j}(F)$$

Określamy rozmytą relację preferencji:

$\mu_p(R_i, R_j) = 1$ , gdy  $R_i$  jest całkowicie preferowane w stosunku do  $R_j$ ,

$\mu_p(R_i, R_j) = 0$ , gdy  $R_i$  jest całkowicie niepreferowane w stosunku do  $R_j$ . (7)

Zbiory  $R_i, R_j$  muszą być normalne i unimodalne [1].

Wprowadzamy relację  $F_{ij}$ , taką że

$$\mu_{F_{ij}}(F_i, F_j) = \begin{cases} 0 & F_i < F_j \\ 1 & F_i \geq F_j \end{cases} \quad (8)$$

gdzie  $F_i, F_j \in U_F$

Wtedy:

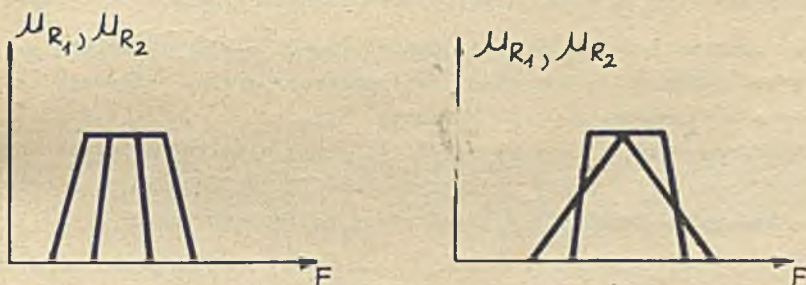
$$\mu_p(R_i, R_j) = \sup_{F_i, F_j \in U_F} \left\{ \min(\mu_{R_i}(F_i), \mu_{R_j}(F_j), \mu_{F_{ij}}(F_i, F_j)) \right\} \quad (9)$$

Łatwo wykazać, że dla przypadku z rys. 4 zachodzi:

$$\begin{aligned} \mu_p(R_1, R_2) &= 1 & \mu_p(R_2, R_1) &= 0.48 \\ \mu_p(R_1, R_3) &= 1 & \mu_p(R_3, R_1) &= 0 \\ \mu_p(R_2, R_3) &= 1 & \mu_p(R_3, R_2) &= 0 \end{aligned}$$

Widać więc, że najlepszym rozwiązaniem jest wariant  $R_1$ , chociaż  $R_2$  nie jest całkowicie niepreferowane w stosunku do  $R_1$ .  $R_3$  jest zdecydowanie najgorsze.

Istnieją one [1], bardziej złożone formuły porównywania ocen rozmytych.



Rys. 5. Przypadki rozwiązań równocennych przy ocenie wg Basse - Kwakernaeka

Warto zauważyć, że ocena wg Basse-Kwakernaake zastosowana do wariantów rozwiązań jak na rys. 5 stwierdza, że są to warianty równoważne, jednako preferowane, czyli  $\mu_p(R_1, R_2) = \mu_p(R_2, R_1) = 1$ .

### Podsumowanie

Klasyczna literatura teorii zbiorów rozmytych i ich zastosowań w decyzji i optymalizacji wielokryterialnej dotyczy przypadków, gdy wszystkie kryteria (i wagi) mają charakter lingwistyczny.

Tymczasem w praktycznych zastosowaniach inżynierskich (np. w projektowaniu technicznym) charakter rozmyty ma znaczna mniejszość elementów tablicy decyzyjnej, np. tylko jedno kryterium i jego współczynnik wagi. Ta rozmytość może być spowodowana różnymi przyczynami, np. brakiem możliwości zdefiniowania danej zmiennej albo brakiem możliwości wyliczenia lub mierzenia jej wartości, albo uchylaniem się eksperta od sformułowania odpowiedzi w postaci liczbowej (przy ocenie subiektywnej).

Należy dobrze zdawać sobie sprawę z różnicy dwu pojęć: oceny rozmytej i oceny losowej: w drugim przypadku mamy niepewność co do ostro określonych wartości (którą np. eksperyment może zmniejszyć lub usunąć), w pierwszym mamy nieprecyzyjność sformułowania. Zauważmy też, że ujęcie rozmyte ma pewną przewagę nad tworzeniem pewnej sztucznej miary (np. punktowej): ta ostatnia prowadzi do utraty informacji co do stopnia nieprecyzyjności sformułowania.

Operowanie na miarach rozmytych (np. ich dodawanie czy mnożenie) powiększa ich stopień nieprecyzyjności ("rozmywa je").

Użycie aparatu matematycznego teorii zbiorów rozmytych pozwala oszczędzić to stopniowe rozmywanie się kolejnych rezultatów i uwzględnić je przy interpretacji wyniku końcowego.

Autorzy dostrzegają m.in. następujące nierozstrzygnięte problemy:

- jaka powinna być dokładność wyznaczenia funkcji przynależności np.  $P_1$  i  $T_1$ , aby dokonać jednoznacznej interpretacji wyniku końcowego (tzn. aby dało się uporządkować dane warianty  $R_v$ ),
- jak sformułować zadanie optymalizacji przy ciągłych zbiorach wariantów  $R$ ,
- jak sformułować zadanie polioptymalizacji (jak przedstawić zbiór wariantów polioptymalnych w przestrzeni celów rozmytych)?

## LITERATURA

- [1] Czogała E., Pedrycz W.: Elementy i metody teorii zbiorów rozmytych. Skrypt Politechniki Śląskiej nr 989, Gliwice 1980.
- [2] Zadeh L.A.: Rachunek ograniczeń rozmytych, artykuł w zbiorze Projektowanie i systemy t. II pod red. W. Gasparskiego i D. Miller. Wydawnictwo PAN, 1980.
- [3] Tarnowski W.: Formalizacja pojęcia jakości kompleksowej z uwzględnieniem opisu probabilistycznego. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, seria Automatyka, nr 650, z. 54, ss. 161-172, Gliwice 1980.
- [4] Tarnowski W.: Ogólne metody racjonalnego wyboru rozwiązań w procesach projektowania. Materiały I Krajowej Konferencji "Nowoczesne metody projektowania" cz. I, ss. 185-190, Wałbrzych 1980.

Recenzent: Prof. dr hab. inż. Andrzej Tylikowski

Wpłynęło do Redakcji 11.11.1982 r.

ОПТИМИЗАЦИЯ ХАРАКТЕРИВИРУЮЩАЯСЯ МНОГОЧИСЛЕННЫМИ КРИТЕРИЯМИ  
В ПРИСУТСТВИИ РАЗМЫТЫХ ОЦЕНОК

Р е з ю м е

В работе дана концепция расплывчатой оценки вариантов проектных решений на основе математического аппарата теории расплывчатых множеств. Дана интерпретация расплывчатой оценки, а также способ определения целостной расплывчатой многокритериальной оценки на базе частных расплывчатых однокритериальных оценок для двух случаев:

- а) когда расплывчатыми являются также и весовые коэффициенты (система между-критериальных предпочтений),
- б) когда расплывчатыми являются только значения критериев.

В работе также на базе литературы, представлены способы сравнения расплывчатых оценок.

MULTI - ATTRIBUTE SCALAR OPTIMIZATION WITH A FUZZY ASSESSMENT

С и ж е р у

A fuzzy appraisal of design variants is presented, on the basis of the fuzzy sets mathematical concepts. It is proposed how to interpretate partial fuzzy assessments, and a way how to aggregate them into the scalar multisttribute optimization function. Two cases are recognized:

- 1° when some assessments are of the fuzzy character,

2° when some criteria (attributes) and their waighting factors are fuzzy. Besides, according to the bibliography, a method of a comparison of various design variants with the fuzzy optimization function is given.