ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977
Seria: GÓRNICTWO z. 80 Nr kol. 547

KONFERENCJA: MODELOWANIE GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH
9-10.XII.1977

JAN CZAJA
INSTYTUT MECHANIZACJI GÓRNICTWA
POLITECHNIKA ŚLĄSKA
GLIWICE

OKREŚLENIE PRZEBIEGÓW SIŁ W LINACH NOŚNYCH I WYRÓWNAWCZYCH URZĄDZENIA WYCIĄGOWEGO W STANIE AWARYJNYM PRZY KRAŃCOWYM POŁOŻENIU NACZYŃ WYDOBYWCZYCH

W oparciu o model urządzenia wyciągowego, w którym uwzględniono sprężystość lin nośnych i wyrównawczych oraz ciągłe rozłożenie ich masy wyprowadzono równania sił dynamicznych w linach podczas hamowania krańcowego naczyń w wieży i rząpiu. Przedstawiono przykład obliczeń dla dużego urządzenia wyciągowego z maszyną usytuowaną na wieży, przebiegi sił i przyspieszeń naczyń zilustrowano graficznie.

1. Wstęp

Konsekwencją większości awarii zaistniałych w podzespołach maszyn wyciągowych jest przejazd naczyń wydobywczych poza poziomy skrajne w wieży i rząpiu tj. w obręb tzw. wolnych dróg przejazdu. Na części długości tych dróg zabudowane są awaryjne urządzenia hamujące, których zadaniem jest wytracenie energii kinetycznej będących w ruchu postępowym i obrotowym mas wyciągu, poprzez oddziaływanie na poruszające się naczynia. Pewna część przejazdów awaryjnych kończy się uderzeniem naczynia w belki odbojowe w wieży, co przeważnie powoduje zerwanie lub uszkodzenie lin nośnych i wyrównawczych oraz elementów naczyń. Większość prac dotyczących hamowania krańcowego koncentruje się wokół samych rozwiązań konstrukcyjnych urządzeń hamujących naczynia w wolnych drogach przejazdu, przy czym założenia wyjściowe nie są zwykle poprawne, gdyż oparte są na bardzo uproszczonym modelu wyciągu szybowego. Dlatego też jednym z pierwszoplanowych problemów teoretycznych w tym względzie, jest określenie charakterystyk mechanicznych tych urządzeń w oparciu o model, który względnie dobrze odzwierciedla główne cechy obiektu rzeczywistego tj. urządzenia wyciągowego. Rzecz sprowadza się przede wszystkim do prawidłowego uwzględnienia masy i sprężystości lin nośnych i wyrównawczych wyciągu.

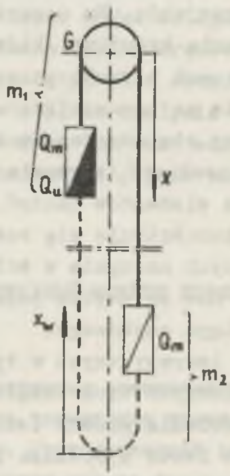
2. Model mechaniczny urządzenia wyciągowego

Dla matematycznego opisu zjawisk dynamicznych zachodzących w urządzeniu wyciągowym buduje się jego mniej lub bardziej skomplikowany model, którego działanie następnie, w miarę technicznych możliwości sprawdza się na obiekcie rzeczywistym.

W literaturze przyjął się powszechnie za [3] podział mas wyciągu na dwie grupy różniące się znacznie między sobą sztywnością, a mianowicie:
- masy o dużej sztywności /nawet doskonale sztywne/ to zredukowane na średnicę przewijania liny masy: nośnika liny, wału, silnika napędowego, przekładni i kół linowych oraz masy obu naczyń wydobywczych,
- masy o mniejszej sztywności to liny nośne i wyrównawcze.

Przy opisie dynamiki lin najczęściej stosuje się model sprężysty, ewentualnie przy dłuższych przebiegach czasowych model lepko-sprężysty, przy czym uwzględnia się ciągłość rozłożenia masy lin lub się ją dyskretyzuje zależnie od wymaganej dokładności wyników. W przypadku masy lin rozłożonej w sposób ciągły korzysta się z równania falowego [1], [2] lub równania energii układu, co powoduje konieczność rozwiązania równań różniczkowych cząstkowych. Dyskretyzacja układu prowadzi w efekcie bądź to do opisu modelu równaniami różnicowymi, bądź to układem równań różniczkowych liniowych dając, przy znacznym uproszczeniu obliczeń pogorszenie dokładności rozwiązania [4], [5].

Poniżej przedstawiono rozwiązanie problemu na modelu urządzenia wyciągowego z tarczą pędną usytuowaną na wieży w oparciu o równanie falowe. W modelu jak na rys.1 przyjęto niezbędne uproszczenie:
- masy wirujące oraz oba naczynia są doskonale sztywne,
- liny nośne i wyrównawcze są doskonale sprężyste,
- charakterystyki dynamiczne lin nośnych i wyrównawczych są takie same i stałe na całej długości,
- długość lin jest w procesie hamowania stała,
- odcinek liny od naczynia górnego do tarczy pędnej jest doskonale sztywny, masę naczynia górnego i zredukowane masy wirujące traktuje się łącznie,
- do masy naczynia dolnego włączono masę krótkiego odcinka liny wyrównawczej,
- przez pętlę liny wyrównawczej w nawrocie nie są przenoszone drgania z jednej strony na drugą,
- pomija się drgania poprzeczne i skrętne lin.



Rys.1. Model urządzenia wyciągowego z maszyną w wieży bez kół odchylających

Założono ponadto, że hamowanie awaryjne odbywa się tylko przy pomocy sił F_1 i F_2 przyłożonych do naczyń przy wyłączonym silniku głównym i nie działającym hamulcu maszyny, a poślizg niesprężysty liny na tarczy pędnej nie występuje. Analizie poddano przebiegi dynamiczne odkształceń, przemieszczeń, sił itd., ponieważ składowe statyczne odkształceń, sił oraz prędkość unoszenia i opóźnienie wolnego wybiegu wygodnie jest uwzględnić w końcowej fazie rozważań przy dobieraniu bezwzględnych wartości poszczególnych wielkości.

Równanie falowe

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{1}$$

przy warunkach początkowych

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial u(x,o)}{\partial t} &= v \\ u(x,o) &= o \end{aligned}\right] \tag{2}$$

i warunkach brzegowych

$$\left.\begin{aligned} m_1 \frac{\partial^2 u(o,t)}{\partial t^2} &= S - S_w - F_1 \\ m_2 \frac{\partial^2 u(l,t)}{\partial t^2} &= -S - F_2 \end{aligned}\right| \tag{3}$$

gdzie:

$u(t,x)$ – przemieszczenie dynamiczne przekroju x liny nośnej,

$a = \sqrt{\frac{E}{\varsigma}}$ – prędkość rozchodzenia się fali sprężystego odkształcenia podłużnego liny,

v – prędkość mas wyciągu w chwili rozpoczęcia hamowania krańcowego,

S, S_w – siły wzdłużne w linie nośnej i wyrównawczej,

m_1, m_2 – masy skupione w wieży i rząpiu,

rozwiązano dla liny nośnej i wyrównawczej w postaci przekształconej za pomocą transformacji Laplace´a – Carsona $\bar{u}(x,s) = \mathcal{L}[u(x,t)]$ przyjmując skokowe przyłożenie sił hamujących F_1 i F_2. W efekcie otrzymano przekształcone wzory na siły dynamiczne w linach

$$\bar{S} = \frac{F_1}{q \cdot M}\left[k_2 \cdot q \cdot \cosh q\left(1 - \frac{x}{l}\right) + \sinh q\left(1 - \frac{x}{l}\right)\right] - \\ - \frac{F_2}{q \cdot M}\left[\sinh q \frac{x}{l} + \left(k_1 q + \operatorname{tgh} q \frac{l_w}{l}\right) \cdot \cosh q \frac{x}{l}\right] \tag{4}$$

$$\bar{S}_w = -\frac{1}{q \cdot M}\left[F_1\left(k_2 q \sinh q + \cosh q\right) + F_2\right] \operatorname{tgh} q \frac{l_w}{l} \tag{5}$$

gdzie:

$$q = s\frac{l}{a}, \quad k_1 = \frac{m_1}{l\gamma}, \quad k_2 = \frac{m_2}{l\gamma}$$

$$M = \left[k_1 k_2 q^2 + k_2 q \,\mathrm{tgh}\, q \frac{l_w}{l} + 1\right] \sinh q + + \left[(k_1 + k_2) q + \mathrm{tgh}\, q \frac{l_w}{l}\right] \cosh q \tag{6}$$

Funkcji pierwotnych $S(x,\tau)$ i $S_w(x,\tau)$ poszukuje się korzystając z twierdzenia o residuum

$$S(x,\tau) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathrm{res}\left[\bar{S}(x,q) \exp q\tau\right]$$

gdzie: $\tau = \frac{a}{l}$ - czas względny,

q_m - bieguny funkcji $\bar{S}(x,q)$

Pierwszy biegun $q = 0$ jest rzeczywisty dwukrotny /ponieważ dla $q = 0$, $M = 0$/. Kolejne bieguny znajduje się z zależności $M = 0$, co daje w efekcie postać równania charakterystycznego

$$\mathrm{tgh}\, q_m = \frac{-(k_1 + k_2)\, q_m - \mathrm{tgh}\, q_m \frac{l_w}{l}}{k_1 k_2 q_m^2 + k_2 q_m \cdot \mathrm{tgh}\, q_m \frac{l_w}{l} + 1} \tag{7}$$

Można udowodnić, że wzór (7) jest słuszny dla nierzeczywistych wartości $q_m = \pm i\alpha_m$, tak więc po przekształceniach

$$\mathrm{tg}\,\alpha_m = \frac{(k_1 + k_2)\alpha_m + \mathrm{tg}\,\alpha_m \frac{l_w}{l}}{k_1 k_2 \alpha_m^2 + k_2 \cdot \alpha_m \cdot \mathrm{tg}\,\alpha_m \frac{l_w}{l} - 1} \tag{8}$$

natomiast wartość funkcji $S(x,\tau)$ wyniesie

$$S(x,\tau) = \underset{q=0}{\mathrm{res}}\left[\bar{S}(x,q) \exp q\tau\right] + \sum_{m=1}^{\infty} \underset{q=q_m}{\mathrm{res}}\left[\bar{S}(x,q) \exp q\tau\right]$$

co praktycznie oblicza się za pomocą granic

$$S(x,\tau) = \lim_{q \to 0} \frac{d}{dq}\left[\bar{S}(x,q) \cdot (q - 0)^2 \exp q\tau\right] + + \sum_{m=1}^{\infty} \lim_{q \to \pm i\alpha_m} \left[\bar{S}(x,q) \cdot (q \mp i\alpha_m) \cdot \exp q\tau\right] \tag{9}$$

Podobnie oblicza się $S_w(x,\tau)$.

3. Przebiegi czasowe sił dynamicznych w linach urządzenia wyciągowego podczas hamowania krańcowego naczyń

Mając na uwadze dążenie do znalezienia optymalnych proporcji pomiędzy siłami F_1 i F_2 hamującymi oba naczynia, dogodnie jest w dalszej analizie procesu znaleźć odpowiedź modelu na jednostkowe wymuszenie $F_1 = F_2 = 1$. Należy poza tym zauważyć we wzorach (4) i (5), że siły S i S_w są sumą odpowiedzi od sił wymuszających F_1 i F_2, co można zapisać

$$\begin{aligned} S(x,\tau) &= S_{F_1}(x,\tau) + S_{F_2}(x,\tau), \\ S_w(x,\tau) &= Sw_{F_1}(x,\tau) + Sw_{F_2}(x,\tau). \end{aligned} \tag{10}$$

Aby wykonać obliczeń sił zgodnie z wzorem (9) należy najpierw znaleźć liczbowe wartości biegunów α_m, czyli rozwiązać równanie (8). Można to przeprowadzić np. metodą graficzno-analityczną. Jeżeli dla prostoty rachunku przyjąć, że $l_w = 1$, co z błędem najwyżej kilkuprocentowym ma miejsce w rzeczywistości to wzór (8) po przekształceniu uprości się do postaci

$$\operatorname{tg}\alpha_m = \sqrt{\frac{2-k_1k_2\alpha_m^2 \pm \sqrt{4+k_1^2\cdot k_2^2\alpha_m^4 + 4k_2^2\alpha_2^2}}{2k_2\alpha_m}} \tag{11}$$

Rozwiązanie pokazano na rys.2. Funkcja po prawej stronie równości posiada dwie gałęzie, przy czym gałęź dodatnia /ściślej nieparzyste α / obrazuje drgania liny nośnej, - ujemna zaś drgania liny wyrównawczej o swobodnym, nieobciążonym końcu. Znając współczynniki α_m przy kolejnych częstościach drgań własnych można wyprowadzić z (9) wzory na siły dynamiczne w linach spowodowane jednostkowymi wymuszeniami $F_1 = F_2 = 1$.

$$S_{F_1=1} = \frac{k_2+1-\frac{x}{l}}{2+k_1+k_2} + 2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_m\cdot N_m}\left[k_2\alpha_m\cos\alpha_m\left(1-\frac{x}{l}\right)+\sin\alpha_m\left(1-\frac{x}{l}\right)\right]\cos\alpha_m\cdot\tau \tag{12}$$

$$S_{F_2=1} = -\frac{k_1+\frac{x}{l}+1}{2+k_1+k_2} - 2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_m\cdot N_m}\left[\sin\alpha_m\frac{x}{l}+(k_1\alpha_m+\operatorname{tg}\alpha_m)\cos\alpha_m\frac{x}{l}\right]\cos\alpha_m\tau \tag{13}$$

$$S_{w_{F_1=1}} = -\frac{1}{2+k_1+k_2} - 2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_m\cdot N_m}\left[\cos\alpha_m-k_2\alpha_m\cdot\sin\alpha_m\right]\operatorname{tg}\alpha_m\cdot\cos\alpha_m\tau \tag{14}$$

$$S_{w_{F_2=1}} = -\frac{1}{2+k_1+k_2} - 2\sum_{m=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_m\cdot N_m}\operatorname{tg}\alpha_m\cdot\cos\alpha_m\tau, \tag{15}$$

gdzie: $N_m = \frac{dM}{dq}$

$$N_m = \frac{dM}{dq}\Big|_{q=i\alpha_m} = -\left[\left(k_1+k_2+2k_1k_2+k_2\cdot\sec^2\alpha_m\right)\alpha_m+\left(1+k_2\right)\mathrm{tg}\,\alpha_m\right]\sin\alpha_m -$$

$$-\left[k_1k_2\,\alpha_m^2+\alpha_m k_2\,\mathrm{tg}\,\alpha_m-k_1-k_2-1-\sec^2\alpha_m\right]\cos\alpha_m\,. \qquad (16)$$

Jak widać w powyższych wzorach występuje człon stały odpowiadający średniej sile dynamicznej w linach oraz m członów oscylacyjnych obrazujących składowe zmienne sił o częstościach $\alpha_m \cdot \frac{a}{l}$.

Tytułem przykładu wykonano obliczenia dla modelu urządzenia wyciągowego o następujących parametrach:

$G = 61{,}3$ Mg - zregulowana masa części wirujących,
$Q_u = 50$ Mg - masa ładunku użytecznego,
$Q_m = 40$ Mg - masa naczynia,
$l = l_w = 1450$ m - długości lin,
$\gamma = \gamma_w = 52{,}2$ kg m^{-1} - masa 1 mb lin,
$a = 4200$ m s^{-1}.

Odpowiednie stosunki mas wynoszą

$$k_1 = 1{,}14\ ;\quad k_2 = 0{,}5$$

zaś wyliczone z równania charakterystycznego (11) współczynniki α rad są następujące:

$$\alpha_1 = 1{,}2333;\ \alpha_2 = 2{,}038;\ \alpha_3 = 3{,}79;\ \alpha_4 = 4{,}897;\ \alpha_5 = 6{,}7;$$

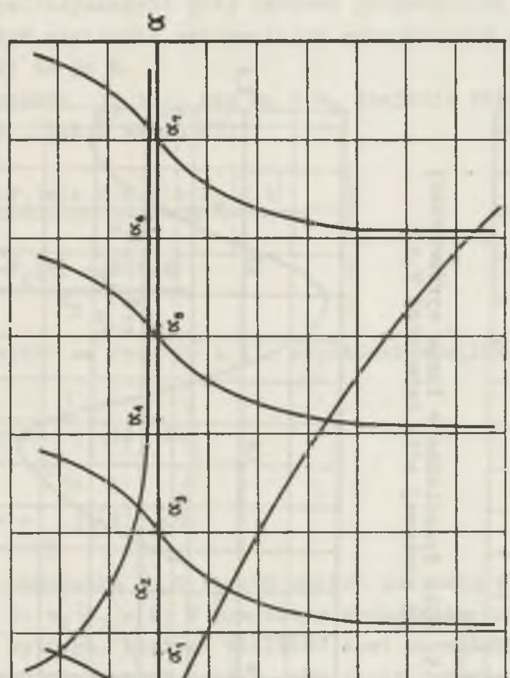
$$\alpha_6 = 7{,}97;\ \alpha_7 = 9{,}76.$$

Dla najbardziej interesujących przekrojów lin $x = 0$, $x_w = l_w$, oraz $x = l$ przedstawiono na kolejnych wykresach rys.3 do 8 przebiegi sił dynamicznych spowodowanych skokowym przyłożeniem do naczyń mas m_1 i m_2 jednostkowych sił hamujących $F_1 = F_2 = 1$.

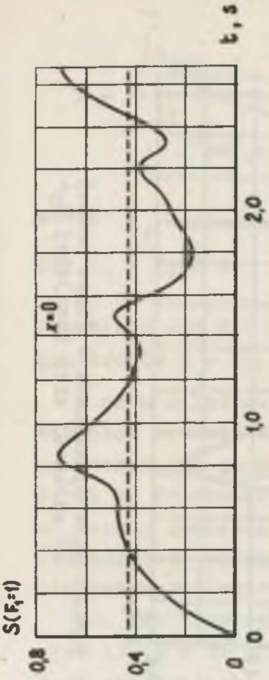
Z przyczyn technicznych siła hamująca F_1 musi być oczywiście większa od siły F_2. Odpowiedniego stosunku $h = F_1/F_2$ można poszukiwać kierując się różnymi kryteriami np.:

- rozkładem mas wyciągu na które działają te siły,
- minimalizacją składowych zmiennych sił dynamicznych $S = S_{F_1} + S_{F_2}$, $S_w = S_{w_{F_1}} + S_{w_{F_2}}$ w linach nośnych i wyrównawczych,
- minimalizacją składowych zmiennych sumy sił dynamicznych działających na masę m_1 i na masę m_2,
- minimalizacją całkowitej drogi hamowania w wieży i rząpiu.

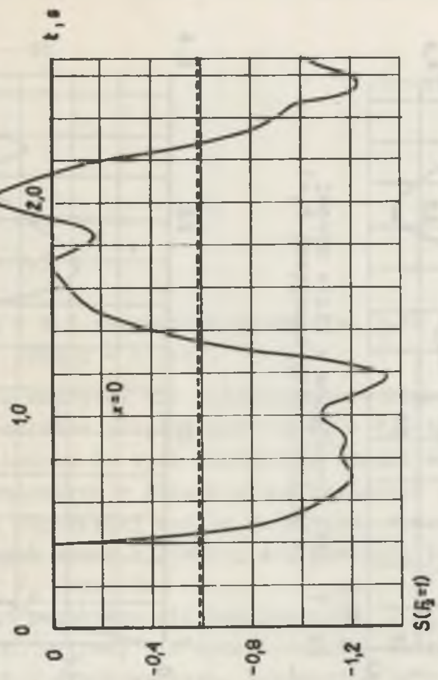
Pierwszą np. częstość drgań siły w najbardziej obciążonym przekroju liny nośnej $x = 0$ można wygasić przy $h = 3{,}6$, zaś minimalizację składowych zmiennych siły S w tym przekroju można uzyskać przy



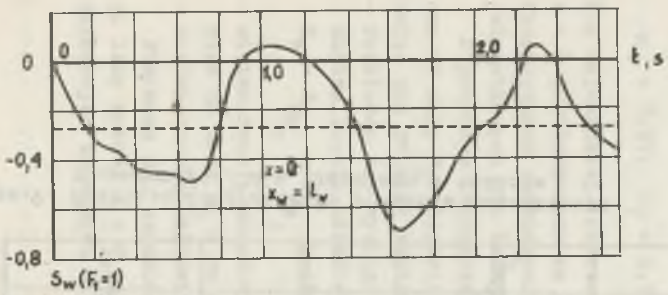
Rys.2. Rozwiązanie graficzne równania charakterystycznego /11/ dla przykładu w tekście



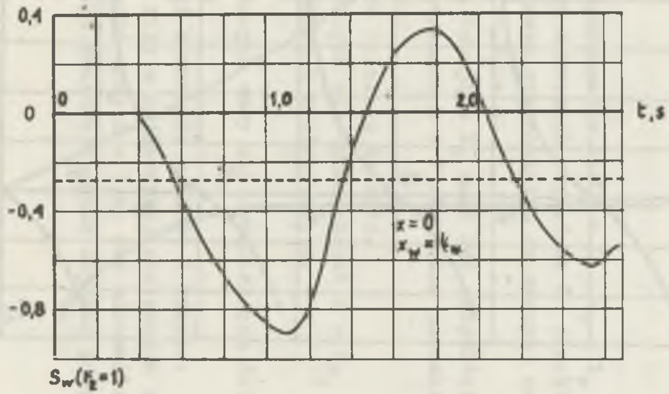
Rys.3. Siła dynamiczna w linie nośnej od skokowej siły hamującej $F_1=1$



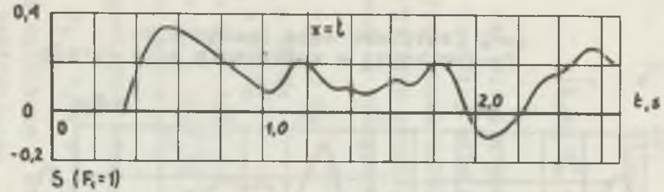
Rys.4. Siła dynamiczna w linie nośnej od skokowej siły hamującej $F_2=1$



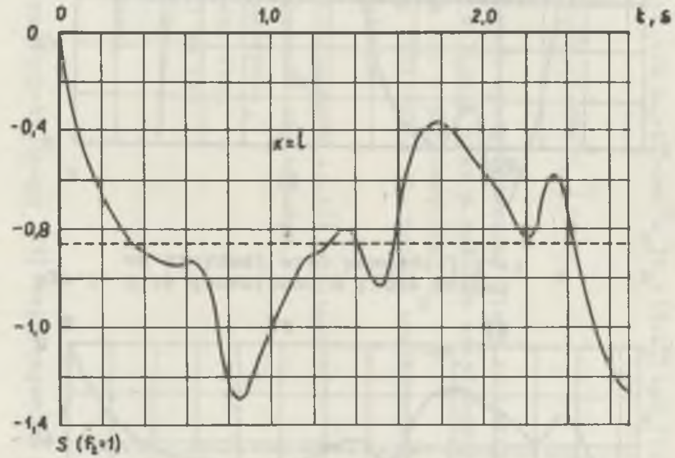
Rys.5. Siła dynamiczna w linie wyrównawczej od skokowej siły hamującej $F_1=1$



Rys.6. Siła dynamiczna w linie wyrównawczej od skokowej siły hamującej $F_2=1$



Rys.7. Siła dynamiczna w linie nośnej od skokowej siły hamującej $F_1=1$



Rys.8. Siła dynamiczna w linie nośnej od skokowej siły hamującej $F_2=1$

$$h = \frac{\int_0^{t_1} S_{zmF_1=1} \cdot S_{zmF_2=1} \cdot dt}{\int_0^{t_1} S^2_{zmF_1=1} \cdot dt} \tag{17}$$

gdzie: t_1 - domniemany czas hamowania.

Dla $t_1 = 2{,}68$ s, $h = \frac{F_1}{F_2} = 2{,}5$

Przebiegi sił S i S_w przy h = 2,5 przedstawiono na rys. 9,10 i 11 dla przekrojów x = 0, $x_w = l_w$ oraz x = l liny.

W celu dalszego obniżenia nadwyżek sił dynamicznych w linach ponad wartości średnie zmieniono skokowe przyłożenie sił $F_1 = 2{,}5$ i $F_2 = 1{,}0$ na początkowo narastające liniowo do tych wartości w czasie od 0 do 0,525 s. Przebiegi sił dynamicznych w linach można wyznaczyć stosunkowo łatwo, ponieważ znane są odpowiedzi modelu na skokowe wymuszenia jednostkowe, szeregiem których można z dowolną dokładnością zastąpić liniowe narastanie sił F_1 i F_2 /rys.12/.

Dla tak zaprogramowanego przebiegu sił hamujących F_1 i F_2 na rys. 13,14 i 15 przedstawiono wykresy sił dynamicznych w interesujących przekrojach lin nośnych i wyrównawczych. Porównując je z poprzednimi wykresami uzyskanymi przy skokowo przyłożonych siłach hamujących można zauważyć obniżenie maksymalnych wartości sił dynamicznych w linach o ok. 23 do 38 %.

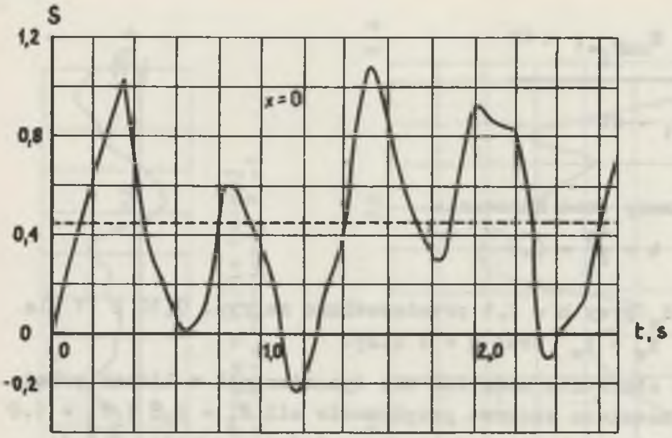
Przyspieszenia $\dot{j}_1$ i $\dot{j}_2$ mas m_1 i m_2 znajduje się z sumy sił na nie działających i tak z wzoru (3)

$$\left.\begin{aligned} \dot{j}_1(t) &= \frac{-F_1(t) + S(0,t) - S_w(0,t)}{m_1} \\ \dot{j}_2(t) &= \frac{-F_2(t) - S(l,t)}{m_2} \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

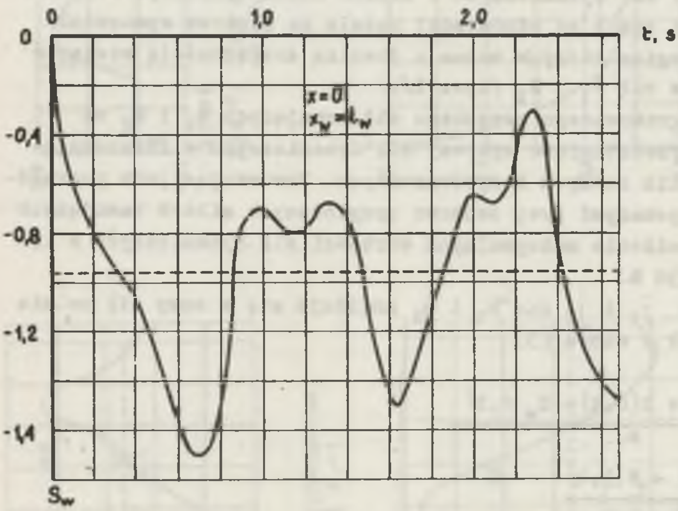
co przedstawiono na rys. 16 i 17. Prędkości chwilowe mas m_1 i m_2 wynoszą

$$\left.\begin{aligned} v_1(t) &= v + \int_0^{t_1} \dot{j}_1(t) \, dt \\ v_2(t) &= v + \int_0^{t_1} \dot{j}_2(t) \, dt \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

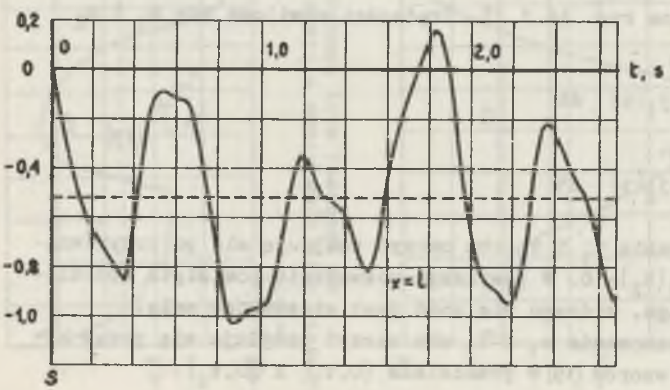
gdzie czasy hamowania t_1 i t_2 obu naczyń znajdują się po przyrównaniu $v_1(t_1) = 0$, $v_2(t_2) = 0$. W powyższym rozważaniu pominięto opóźnienie wolnego wybiegu, którego wielkość jest stosunkowo mała.
Całkowite drogi hamowania z_1 i z_2 obu naczyń znajduje się przez kolejne całkowanie wzorów (19) w przedziale $(0,t_1)$ i $(0,t_2)$.



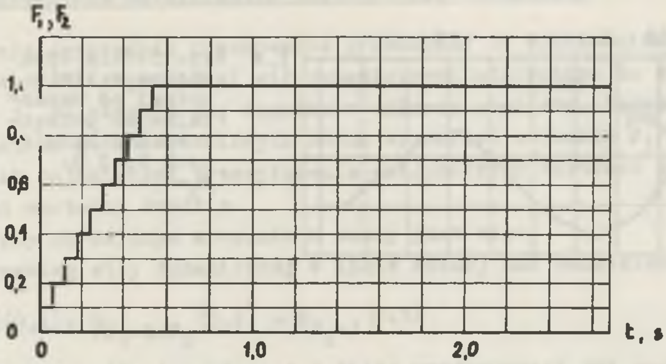
Rys.9.Siła dynamiczna w linie nośnej od skokowych sił hamujących $F_1=2,5$; $F_2=1$



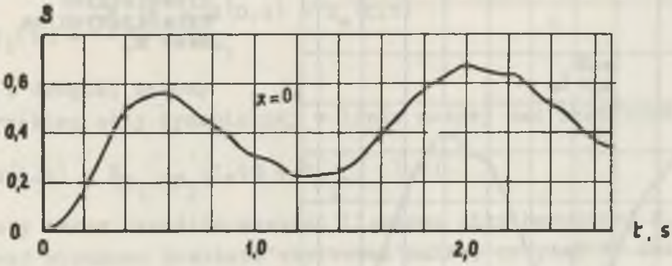
Rys.10.Siła dynamiczna w linie wyrównawczej od skokowych sił hamujących $F_1=2,5$; $F_2=1$



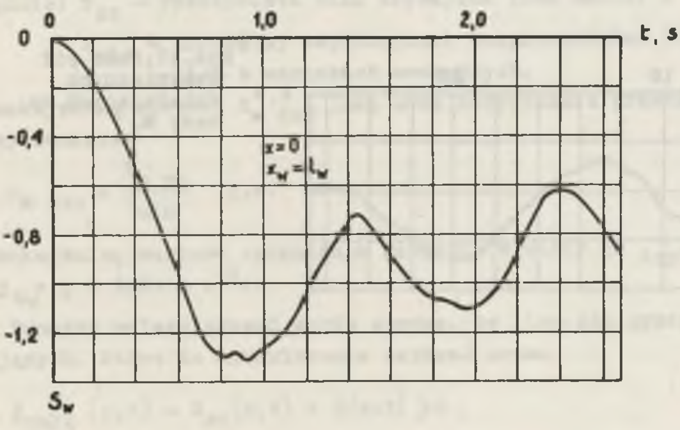
Rys.11. Siła dynamiczna w linie nośnej od skokowych sił hamujących $F_1=2,5$; $F_2=1$



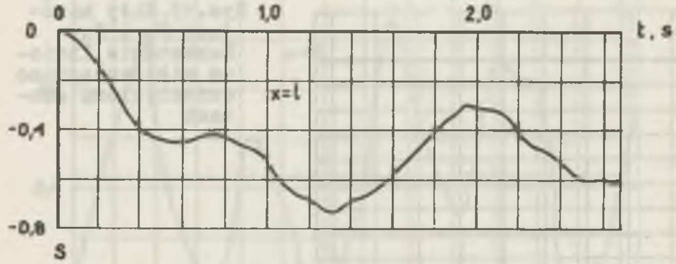
Rys.12.Siły hamujące F_1 i F_2. Narastanie liniowe sił zastąpiono dziesięcioma skokami



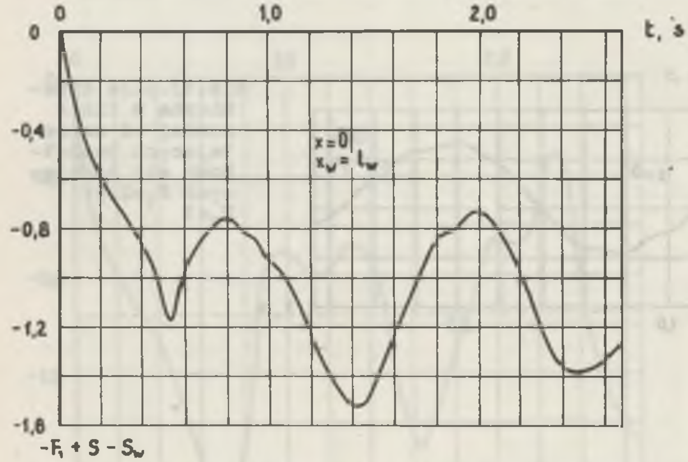
Rys.13.Siła dynamiczna w linie nosnej od narastających początkowo sił hamujących $F_1=2,5$; $F_2=1$



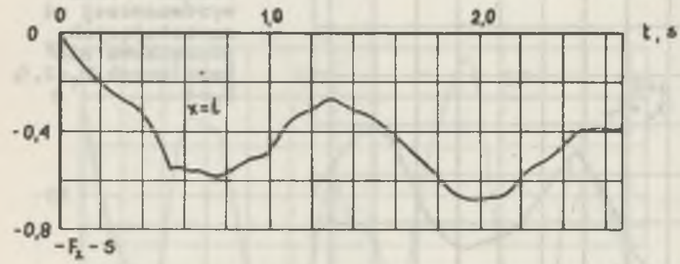
Rys.14.Siła dynamiczna w linie wyrównawczej od narastających początkowo sił hamujących $F_1=2,5$; $F_2=1$



Rys.15.Siła dynamiczna w linie nośnej od narastających początkowo sił hamujących $F_1=2,5$; $F_2=1$



Rys.16.Suma sił dynamicznych działających na masę m_1



Rys.17.Suma sił dynamicznych działających na masę m_2

4. Określenie maksymalnych wartości sił hamujących

Całe poprzednie rozumowanie prowadzono na wielkościach względnych tj. wszystkie przebiegi sił dynamicznych odniesiono do siły hamującej $F_2 = 1$, co okazuje się wygodne w dalszej analizie. Podano również kryteria, na podstawie których można wyznaczyć stosunek F_1/F_2 zapewniający jak najmniejsze przewyższenia maksymalnych wartości sił w linach ponad wartości średnie.

Przy określonym stosunku h znany jest więc:

- przebieg siły dynamicznej w linie nośnej nad naczyniem w wieży

$$S(0,t) = S_{F_1=h\cdot F_2}(0,t) + S_{F_2=1}(0,t)$$

- przebieg siły dynamicznej w linie wyrównawczej pod naczyniem w wieży

$$S_w(0,t) = S_{wF_1=hF_2}(0,t) + S_{wF_2=1}(0,t)$$

- przebieg przyspieszenia masy m_1

$$j_1(t) = \frac{-F_1(t) + S(0,t) - S_w(0,t)}{m_1}$$

a z drugiej strony

- przebieg siły dynamicznej w linie nośnej nad naczyniem w rząpiu

$$S(1,t) = S_{F_1=hF_2}(1,t) + S_{F_2=1}(1,t).$$

Aby teraz określić wartość liczbową siły hamującej F_2, za pomocą której wyrażono powyższe wielkości należy przyjąć do dalszych rozważań

- maksymalną wartość siły S_{dop} jaką może bezpiecznie przenieść lina nośna

$$S_{dop} = \frac{P_{rz}}{n_{min}}, \qquad (20)$$

gdzie: P_{rz} – rzeczywista siła zrywająca linę nośną, N

n_{min} – minimalny współczynnik bezpieczeństwa liny przed zerwaniem w warunkach awaryjnych,

- maksymalną wartość $S_{w\ dop}$ jaką może bezpiecznie przenieść lina wyrównawcza

$$S_{w\ dop} = \frac{P_{w\ rz}}{n_{min}} \quad \text{j.w.} \qquad (20')$$

- maksymalną wartość opóźnienia naczynia w wieży $j_{1\ dop}$, /najczęściej $j_{1dop} = g = 9{,}81\ \mathrm{m\ s^{-2}}$/. (21)

Ponadto należy zdawać sobie sprawę, że liny nie przenoszą sił ściskających, które to ograniczenie zapisać można

$$S_{całk}(x,t) = S_{st}(x,t) + S(x,t) \geqslant 0, \qquad (22)$$

gdzie: $S_{całk}$ – całkowita siła w linie nośnej,

S_{st} - statyczna siła w linie nośnej od zawieszonych ciężarów.

W linie nośnej warunek ten nie zawsze musi być spełniony dla x = l tj. nad naczyniem w rząpiu, w szczególności bowiem przy intensywnym hamowaniu krańcowym następuje tam zluzowanie liny, co nie jest specjalnie niebezpieczne ponieważ później nie następuje jej ponowne gwałtowne obciążenie. Zmienia się jednak wtedy model wyciągu, gdyż koniec x = l liny jest swobodny.

Ważniejsze jest spełnienie warunku (22') w linie wyrównawczej

$$S_{w\ całk}(x_w t) = S_{w\ st}(x_w t) + S_w(x_w t) \geqslant 0 \qquad (22')$$

gdyż w tym przypadku pozorne napięcie zluzowanej liny przy jej sztywnym mocowaniu do naczynia w wieży może łatwo spowodować jej zerwanie w przekroju $x_w = l_w$.

Warunki (20) i (22) można zapisać łącznie

$$\left.\begin{aligned} 0 \leqslant S_{st}(x,t) + S(x,t) \leqslant S_{dop} &= \frac{P_{rz}}{n_{min}} \\ 0 \leqslant S_{w\ st}(x_w,t) + S_w(x_w,t) \leqslant S_{w\ dop} &= \frac{P_{w\ rz}}{n_{min}}\ . \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Po wstawieniu do warunków (23) wartości obciążenia statycznego w wybranych przekrojach liny nośnej i wyrównawczej można wyznaczyć z nich wartość liczbową górnej i dolnej granicy sił dynamicznych. Granice te można nanieść na wykresy sił dynamicznych S(0,t), S(l,t) i $S_w(0,t)$ w taki sposób aby przebiegi sił nie wychodziły poza ich obręb. Podobnie warunek (21) nanosi się na wykres przyspieszenia $j_1(t)$. Przyrównując wartości liczbowe naniesionych granic sił i przyspieszenia z wyrażonymi krotnością $F_2 = 1$ wartościami osi rzędnych wspomnianych wykresów dostaje się zbiór wartości F_2 wyrażonych w jednostkach siły. Ze zbioru tego wybiera się najmniejszą wartość F_2, gdyż tylko ona spełnia warunki (21) i (23). Wartość siły hamującej F_1 jest oczywiście h - krotnie większa.

5. Uwagi końcowe

Przedstawiona w niniejszym opracowaniu metoda rozwiązania zagadnienia hamowania krańcowego naczyń stanowi pewien krok naprzód w stosunku do spotykanych często rozwiązań nie uwzględniających sprężystości liny wyrównawczej. Daje też dokładniejsze w porównaniu z modelami dyskretnymi wyniki, a ponieważ rozwiązanie przeprowadza się na drodze analitycznej - technikę cyfrową wykorzystuje się tylko pomocniczo w końcowej fazie do wyliczenia samych przebiegów czasowych, nie zaś do rozwiązywania układu dużej liczby równań różniczkowych opisujących model dyskretny. Ponieważ do samego końca operuje się wartościami względnymi można zagadnienie ująć kompleksowo, co jest o wiele trudniejsze w rozwiązywanym na m.c. modelu dyskretnym, gdzie rozwiązania optymalnego poszukuje się metodą kolejnych prób, przez wprowadzanie np. kolejnych zdeterminowanych charakterystyk sił hamujących.

Poza tym należy zaznaczyć, że w pracy podano możliwość znalezienia optymalnych charakterystyk sił hamujących, ograniczoną do dwóch parametrów, a mianowicie:

- stosunku $h = F_1/F_2$,
- czasu narastania sił hamujących.

Dzięki zastosowanej metodzie badania modelu wyciągu na wymuszenia jednostkowe można ilość tych parametrów powiększyć o

- zróżnicowanie czasów narastania sił hamujących,
- wprowadzenie zwłoki pomiędzy hamowaniem w wieży i rząpiu,
- założenie innych niż liniowe i stałe - charakterystyk sił hamujących.

Spis literatury

[1] Fitzpatrick R.D., Maguire B.A.: "A theoretical investigation into the arresting of friction winders in the event of an overwind". SMRE Research Raport No 214, 1963.

[2] Knop H.: "Wybrane zagadnienia dynamiki urządzeń wyciągowych". Zeszyty Naukowe AGH. Z.67. Kraków 1975.

[3] Niesterow A.P.: "O priwiedienii raspriedielonnych mass kanatow mnogokanatnoj podjemnoj ustanowki". Woprosy Rudnicznogo Transporta. Wypusk 10. Niedra. Moskwa 1967.

[4] Szklarski L., Skalny A.: "Teoretyczne zagadnienia maszyn wyciągowych". Część I. PWN Warszawa 1975.

[5] Wójcik M.: "Analiza dynamiczna procesu awaryjnego hamowania urządzenia wyciągowego po przejeździe skrajnych poziomów". Rozprawa doktorska. AGH Kraków 1976.

DETERMINATION OF THE FORCES COURSE IN HEAD AND TAIL ROPES OF A HOIST DURING THE OVERWIND ARRESTING OF CONVEYANCES

This paper presents the analytical dependences worked out from the wave equation to determine the dynamic forces in the ropes generated there due to the overwind arresting of the conveyances, all based on the pattern of a hoist installation including the elasticity of both the head and the tail ropes as well as their continuous mass distribution. The dependences have been plotted. The simplified criteria to set the characteristics of the arresting forces are also given.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В ГЛАВНЫХ И УРАВНОВЕШИВАЮЩИХ КАНАТАХ ПОДЪЁМНОЙ УСТАНОВКИ В АВАРИЙНОМ СОСТОЯНИИ ПРИ КОНЕЧНОМ ПОЛОЖЕНИИ ПОДЪЁМНЫХ СОСУДОВ

Опираясь на модели подъёмной установки в которой учитывается упругость канатов, а также непрерывное размещение их массы выводятся уравнения динамических сил в канатах. Дается пример расчётов для большого подъёмного устройства с машиной на копёре. Работа иллюстрируется соответствующими графиками,