

KONFERENCJA : MODELOWANIE GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH

9-10.XII.1977

JACEK M. CZAPLICKI

INSTYTUT MECHANIZACJI GÓRNICZWA

POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ

GLIWICE

PEWIEN MODEL PROCESU EKSPLOATACJI
MASZYN WYCIĄGOWYCH

W pracy omówiono trójstanowy proces Markowa jako model procesu eksploatacji maszyn wyciągowych skipowych.

1. Wstęp

Istnieje klasa obiektów technicznych, w stosunku do których wymagania pod względem niezawodności ich działania są szczególnie wysokie. Klasę tą tworzą takie obiekty techniczne, jak : samoloty, statki, kolejki linowe itp. Górnicze maszyny wyciągowe możemy niewątpliwie zaliczyć do powyższej klasy obiektów.

Maszyny wyciągowe mogą spełniać szereg różnorodnych funkcji; mogą realizować transport załogi, zadanie wydobywcze kopalni i inne. W zależności od spełnianych funkcji, stawiamy przed maszynami wyciągowymi różne wymagania. W pierwszym rzędzie wymagania te dotyczą bezpieczeństwa, w drugim zaś poprawnego przebiegu procesu wydobycia.

W celu zorientowania się w rzeczywistej zdolności wydobywczej maszyn wyciągowych, w celu oszacowania efektywności pracy maszyny, czy też w celu oceny niezawodności ich działania niezbędne jest przeprowadzenie badań niezawodnościowych i dokonanie identyfikacji procesu eksploatacji maszyn.

Przedmiotem rozważań niniejszej pracy jest zaprezentowanie matematycznego modelu procesu eksploatacji dla pewnej grupy maszyn wyciągowych skipowych oraz podanie wstępnych oszacowań estymatorów parametrów procesu uzyskanych na podstawie badań [1].

2. Model procesu eksploatacji maszyn wyciągowych skipowych

Proces eksploatacji dowolnego obiektu technicznego, z niezawodnościowego punktu widzenia, można zidentyfikować jako proces zmiany stanów.

Dla pewnej grupy maszyn wyciągowych skipowych proces zmiany stanów zidentyfikowano, na podstawie informacji uzyskanych z badań [1], jako trójstanowy proces Markowa, gdzie stanami są :

- praca /oznaczenie: 0 /,
- awaria / ozn.: 1 /,
- postój / ozn.: 2 /.

/Rozważano postój z przyczyny niewłaściwej maszyn wyciągowych; postoju koncesyjnego w godzinach nocnych nie uwzględniano/.

Czasy trwania stanów okazały się o charakterze wykładniczym, co pozwoliło na rozważenie właśnie markowskiego modelu procesu eksploatacji.

A zatem:

- rozkład czasów trwania stanu pracy jest postaci

$$F/t = 1 - \exp(-\phi t), \quad \phi > 0 \quad (1)$$

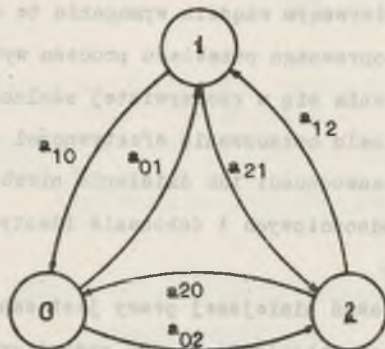
- rozkład czasów trwania stanu awarii jest postaci

$$G/t = 1 - \exp(-\mu t), \quad \mu > 0 \quad (2)$$

- rozkład czasów trwania stanu postoju jest postaci

$$H/t = 1 - \exp(-\xi t), \quad \xi > 0 \quad (3)$$

Ilustracja graficzna trójstanowego procesu Markowa przedstawiona została na rys.1.



Rys.1 Trójstanowy proces Markowa - proces eksploatacji maszyny wyciągowej skipowej

Macierz intensywności przejścia pomiędzy stanami procesu jest następująca:

$$A = \begin{vmatrix} - / a_{01} + a_{02} / & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & - / a_{10} + a_{12} / & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & - / a_{20} + a_{21} / \end{vmatrix} \quad (4)$$

Podstawowymi charakterystykami niezawodnościowymi obiektu technicznego, którego proces eksploatacji jest procesem Markowa - a więc podstawowymi charakterystykami niezawodnościowymi omawianych maszyn - są:

- prawdopodobieństwa przejścia ze stanu i do stanu j w czasie t , $P_{ij}/t/$; $i, j = 0, 1, 2$; przy przyjętym rozkładzie początkowym wartości procesu $P_i/0/$; $i = 0, 1, 2$,
- prawdopodobieństwa stanu procesu w chwili t - rozkład chwilowy wartości procesu $P_j/t/$; $j = 0, 1, 2$,
- graniczne prawdopodobieństwa stanów - rozkład graniczny wartości procesu $P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} P_j/t/$; $j = 0, 1, 2$.

Dla jednorodnego procesu Markowa /a z takim mamy do czynienia w tym przypadku/ każdy rozkład chwilowy procesu można wyrazić przez rozkład początkowy i prawdopodobieństwa przejścia w następujący sposób:

$$P_j/t/ = \sum_{i=0}^2 P_i/0/ P_{ij}/t/ \quad (5)$$

Rozkład chwilowy wartości procesu spełnia układ równań różniczkowych:

$$P_j'/t/ = \sum_{i=0}^2 P_i/t/ a_{ij} \quad (6)$$

Rozpisując powyższe mamy:

$$\begin{aligned} P_0'/t/ &= -/a_{01} + a_{02}/ P_0/t/ + a_{10} P_1/t/ + a_{20} P_2/t/ \\ P_1'/t/ &= a_{01} P_0/t/ - /a_{10} + a_{12}/ P_1/t/ + a_{21} P_2/t/ \\ P_2'/t/ &= a_{02} P_0/t/ + a_{12} P_1/t/ - /a_{20} + a_{21}/ P_2/t/ \end{aligned} \quad (6a)$$

Przyjmując, że w chwili rozpoczęcia obserwacji maszyna wyciągowa była w stanie pracy, tzn. rozkład początkowy jest postaci $P_0/0=1$, $P_1/0=0$, $P_2/0=0$ i rozwiązując powyższy układ równań różniczkowych za pomocą przekształceń Laplace'a otrzymujemy

$$P_0/t/ = \frac{a_{10}a_{20} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}}{z_1 z_2} + \frac{z_1/a_{10} + a_{20} + a_{21} + a_{12} + a_1/a_{10} + a_{20} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}}{z_1/z_1 - z_2/} - \frac{a_{10}a_{21}}{z_1 z_2} \exp/z_1 t/ + \left[1 - \frac{a_{10}a_{20} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}}{z_1 z_2} - \frac{z_1/a_{10} + a_{20} + a_{21} + a_{12} + z_1/a_{10} + a_{20} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}}{z_1/z_1 - z_2/} \right] e^{z_1 t}$$
(7)

$$P_1/t/ = \frac{a_{01}a_{20} + a_{01}a_{21} + a_{02}a_{21}}{z_1 z_2} + \frac{a_{01}/z_1 + a_{20} + a_{21}/ + a_{02}a_{21}}{z_1/z_1 - z_2/} \exp/z_1 t/ - \left[\frac{a_{01}a_{20} + a_{01}a_{21} + a_{02}a_{21}}{z_1 z_2} + \frac{a_{01}/z_1 + a_{20} + a_{21}/ + a_{02}a_{21}}{z_1/z_1 - z_2/} \right] \exp/z_2 t/$$
(8)

$$P_2/t/ = \frac{a_{01}a_{12} + a_{10}a_{02} + a_{02}a_{12}}{z_1 z_2} + \frac{a_{02}/z_1 + a_{12} + a_{10}/ + a_{01}a_{21}}{z_1/z_1 - z_2/} \exp/z_1 t/ - \left[\frac{a_{01}a_{12} + a_{10}a_{02} + a_{02}a_{12}}{z_1 z_2} + \frac{a_{02}/z_1 + a_{12} + a_{10}/ + a_{01}a_{21}}{z_1/z_1 - z_2/} \right] \exp/z_2 t/$$
(9)

przy czym

$$z_1, z_2 = - \frac{1}{2} \frac{a_{10} + a_{21} + a_{12} + a_{01} + a_{20} + a_{02}}{a_{10}a_{21} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}} \pm \sqrt{\frac{a_{10} + a_{21} + a_{12} + a_{01} + a_{20} + a_{02}}{a_{10}a_{21} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}} - 4 \frac{a_{10}a_{20} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}}{a_{10}a_{21} + a_{12}a_{20} + a_{10}a_{21}}} \quad (10)$$

Rozkład graniczny wartości procesu otrzymuje się rozwiązując układ równań liniowych postaci

$$\sum_{i=0}^k P_i a_{ij} = 0 \quad (11)$$

pod warunkiem, iż $\sum_{i=0}^k P_i = 1$.

Rozpisując układ równań (11) mamy:

$$\begin{aligned}
 -/a_{01}+a_{02}/P_0+a_{10}P_1+a_{20}P_2=0 \\
 a_{01}P_0+/a_{10}+a_{12}/P_1+a_{21}P_2=0 \\
 a_{02}P_0+a_{12}P_1-/a_{20}+a_{21}/P_2=0
 \end{aligned}
 \tag{11a}$$

Odrzucając jedno z powyższych równań i zastępując go równaniem pełności prawdopodobieństw do jedności otrzymujemy

$$\begin{aligned}
 P_0 &= C^{-1} [a_{12}a_{20}+a_{10}/a_{20}+a_{21}/] \\
 P_1 &= C^{-1} [a_{01}/a_{20}+a_{21}/+a_{02}a_{21}] \\
 P_2 &= C^{-1} [a_{10}a_{02}+a_{12}/a_{01}+a_{02}/]
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

gdzie: $C = /a_{01}+a_{02}/+a_{12}+a_{21}/+a_{20}/a_{01}+a_{12}+a_{10}/+a_{10}/a_{02}+a_{21}/$

Reasumując możemy powiedzieć, że:

- rozkład graniczny wartości procesu - prawdopodobieństwa zdarzeń polegających na tym, że w dowolnej chwili t maszyna wyciągowa będzie w danym stanie, pod warunkiem, iż czas obserwacji jest dostatecznie duży, są określone wzorami (12) ,
- rozkład chwilowy wartości procesu - prawdopodobieństwa zdarzeń polegających na tym, że w danej chwili t maszyna wyciągowa będzie w danym stanie /przy określonym rozkładzie początkowym procesu/ są określone wzorami (7) ÷ (10) ,
- prawdopodobieństwa przejścia ze stanu i do stanu j w czasie t przy określonym rozkładzie początkowym można wyznaczyć ze wzoru (5) .

3. Estymatory i oszacowania parametrów modelu; wyniki badań eksploatacyjnych

W celu identyfikacji procesu eksploatacji maszyn wyciągowych skipowych przeprowadzono badania a następnie:

- oszacowano parametry rozkładów czasów trwania stanów,
- oszacowano prawdopodobieństwa graniczne stanów.

Plan przeprowadzonych badań niezawodnościowych, dla każdej maszyny z osobna, był postaci

$$[N=1, W, T]$$

gdzie: W -oznacza wymianę uszkodzonej części /usunięcie awarii/ w trakcie trwania badania, T - kryterium ukończenia badania: czas T .

Dla tak przyjętego planu badania estymatorem parametru rozkładu wykładniczego jest statystyka:

$$\hat{\zeta} = \frac{d/T_i}{T_i} \quad (13)$$

przy czym d/T_i oznacza liczbę zaobserwowanych zmian danego i -tego stanu w czasie trwania badania, T_i oznacza sumaryczny czas trwania danego i -tego stanu w czasie badania.

Estymator (13) jest zgodny, nieobciążony i najefektywniejszy.

Wariancja estymatora (13) dana jest wzorem

$$D^2(\hat{\zeta}) = \frac{\zeta}{T_i} \quad (14)$$

natomiast oszacowanie przedziałowe parametru uzyskać można ze wzoru

$$P \left\{ \frac{\xi_1 [d/T_i - 1]}{T_i} < \zeta < \frac{\xi_2 [d/T_i]}{T_i} \right\} = 1 - \alpha \quad (15)$$

gdzie: ξ_1, ξ_2 - kwantyle rozkładu Poissona,

$1 - \alpha$ - założony współczynnik ufności.

Jako estymator prawdopodobieństwa granicznego stanu P_i ; $i=0, 1, 2$ przyjęto statystykę

$$\hat{P}_i = \frac{\sum_{k=1}^{n_i} t_{ki}}{T} \quad (16)$$

Wariancja powyższego estymatora dana jest wzorem

$$D^2/\hat{P}_i = \frac{n_i}{\zeta^2 T_i^2} \quad (17)$$

Wyniki oszacowań, na podstawie danych uzyskanych z eksploatacyjnych badań niezawodnościowych [1], powyższych parametrów statystycznych dla trzech maszyn wyciągowych ilustruje tabl.1.

W wierszu 3, 6 i 9 podano granice dwustronnego przedziału ufności dla $1 - \alpha = 0,9$; czas liczony jest w minutach.

Aby móc oszacować wszystkie omówione w niniejszym artykule charakterystyki niezawodnościowe celowe jest oszacowanie wszystkich intensywności przejścia podanych w macierzy (4). Jeżeli macierz /kwadratowa/ intensywności przejścia w procesie Markowa jest o wymiarach $s \times s$, to nieznanymi intensywnościami jest $s \times s - s$. W naszym przypadku $s=3$, a zatem trzeba oszacować sześć intensywności.

	K - 6500/2400	K - 6500/2400	4L - 3400/2400
$\hat{\varphi}$	0,0231	0,0192	0,0140
$D^2/\hat{\varphi} /$	$1,72 \cdot 10^{-5}$	$0,92 \cdot 10^{-5}$	$0,49 \cdot 10^{-5}$
$\hat{\mu}_1 < \varphi < \hat{\mu}_2$	$0,0215 < \varphi < 0,0260$	$0,0182 < \varphi < 0,0202$	$0,0133 < \varphi < 0,0147$
$\hat{\mu}$	0,0500	0,0267	0,0139
$D^2/\hat{\mu} /$	$27,77 \cdot 10^{-5}$	$14,29 \cdot 10^{-5}$	$6,48 \cdot 10^{-5}$
$\hat{\mu}_1 < \mu < \hat{\mu}_2$	$0,0260 < \mu < 0,0872$	$0,0105 < \mu < 0,0562$	$0,0038 < \mu < 0,0360$
\hat{P}_0	0,69529	0,65641	0,80518
$D^2/\hat{P}_0 /$	0,02348	0,01463	0,01567
\hat{P}_1	0,00046	0,00051	0,00032
$D^2/\hat{P}_1 /$	$2,35 \cdot 10^{-8}$	$5,20 \cdot 10^{-8}$	$3,41 \cdot 10^{-8}$
\hat{P}_2	0,30425	0,34308	0,19450
$D^2/\hat{P}_2 /$	$6,12 \cdot 10^{-4}$	$27,50 \cdot 10^{-4}$	$12,70 \cdot 10^{-4}$
\hat{P}_3	0,0527	0,0367	0,0418
$D^2/\hat{P}_3 /$	$7,93 \cdot 10^{-5}$	$6,75 \cdot 10^{-5}$	$5,14 \cdot 10^{-5}$

Pierwsze trzy równania uzyskujemy dysponując oszacowaniami prawdopodobieństw granicznych P_i i porównując je z równaniami (12). Dalsze trzy równania można uzyskać biorąc pod uwagę, że

$$O^{P_{ij}}/t/ = \begin{cases} \exp/-a_1 t/ & \text{dla } i=j, \\ 0 & \text{dla } i \neq j \end{cases} \quad (18)$$

gdzie:

$$a_1 = \sum_{j=1}^3 a_{1j},$$

$O^{P_{ij}}/t/$ - prawdopodobieństwo przejścia ze stanu i do stanu j w czasie t gdy w tym czasie nie nastąpiła żadna zmiana stanu /stąd indeks 0 przed prawdopodobieństwem/.

Powyższe równanie oznacza, że

$$\begin{aligned} \varphi &= a_{01} + a_{02} \\ \mu &= a_{10} + a_{12} \\ \xi &= a_{20} + a_{21} \end{aligned} \quad (19)$$

Literatura:

- [1] Antoniak J., Czaplicki J., Lutyński A. i in.: Badania niezawodnościowe urządzeń wyciągowych z uwzględnieniem badań rozruchowych./mater. niepubl./, IMG Pol. Sl., Gliwice 1976.

A CERTAIN MODEL OF THE EXPLOITATION PROCESS OF
HOISTING MACHINES

The paper presents three states Markov process which is the model of the exploitation process of skip hoisting machines. The estimation of the parameters' process and probabilities for the three exploiting machines are showned.

НЕКОТОРАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ЭКСПЛУАТАЦИИ ПОДЪЕМНЫХ МАШИН

В работе рассматривается трёхсостоянный процесс Маркова как модель процесса эксплуатации подъёмных скиповых машин.