

KONFERENCJA: MODELOWANIE GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH  
9-10.XII.1977JAN HANKUS  
GŁÓWNY INSTYTUT GÓRNICZTWA  
KATOWICEMODELE REGRESYJNE WZDŁUŻNYCH  
ODKSZTAŁCEŃ I MODUŁU SPRĘŻYSTOŚCI  
LIN WYCIĄGOWYCH

W referacie omówiono wyniki doświadczalnych badań wydłużenia i modułu sprężystości lin wyciągowych, fabrycznie nowych i wstępnie obciążonych. W oparciu o wyniki tych badań opracowane zostały modele matematyczne pozwalające na określanie trwałego i całkowitego wydłużenia lin przy pierwszym ich obciążeniu oraz modułu sprężystości lin pracujących. Przeprowadzone analizę uzyskanych modeli i podano przykłady ich zastosowania do lin nośnych górniczych urządzeń wyciągowych.

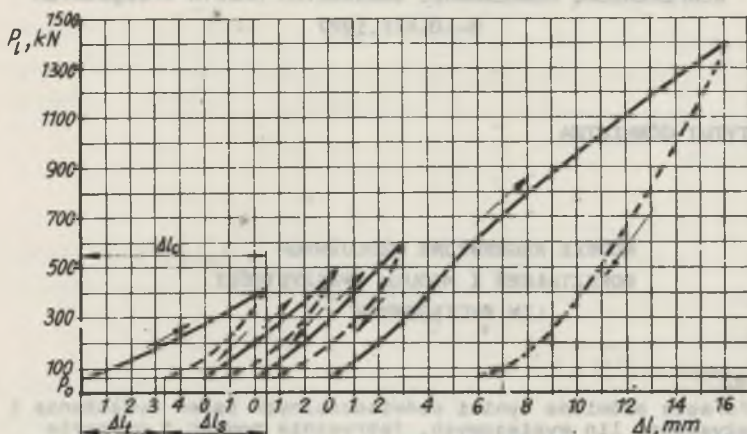
### 1. Wydłużenie i moduł sprężystości lin wyciągowych fabrycznie nowych

Przeprowadzone badania statycznego rozciągania 35 lin wyciągowych różnych konstrukcji [3] wykazały, że wydłużenie całkowite  $\Delta l_c$  lin fabrycznie nowych składa się z wydłużenia sprężystego  $\Delta l_s$  i trwałego  $\Delta l_t$  /rys. 1/.

Wydłużenie trwałe osiąga przy pierwszym obciążeniu znaczną wartość, zależną od konstrukcji, technologii i jakości wykonania liny oraz od wielkości obciążenia. Przy następnych jednakowych lub nieco większych obciążeniach trwałe wydłużenia są już znacznie mniejsze ale przebieg krzywej przy obciążaniu i odciążaniu lin jest inny.

Moduł sprężystości liny  $E_1$  nie ma więc wartości stałej i nie może być jednoznacznie określony jak np. dla stali. Różne możliwe definicje modułu sprężystości  $E_1$  omówione w [4].

Moduł sprężystości lin fabrycznie nowych ma znacznie mniejszą wartość przy obciążaniu  $/E_{11}/$  niż przy odciążaniu  $/E_{12}/$ . Wielkości  $E_{11}$  cechuje duży rozrzut a ich minimalne wartości, dla obciążeń odpowiadających współczynnikom pewności  $m = 7$  do 5 zawierają się w granicach 3000 do 3800 daN/cm<sup>2</sup>. Są to wartości bardzo niskie. Dlatego też proces pierwszego obciążenia lin fabrycznie nowych, lepiej jest scharakteryzować zależnościami opisującymi całkowite  $\xi_c$  i trwałe  $\xi_t$  wydłużenie względne niż moduł sprężystości  $E_{11}$  i  $E_{12}$ .



Rys. 1. Wykresy rozciągania liny owalnosplotkowej fabrycznie nowej  $\phi$  62 mm w czasie 4 kolejnych serii obciążania i odciążania.

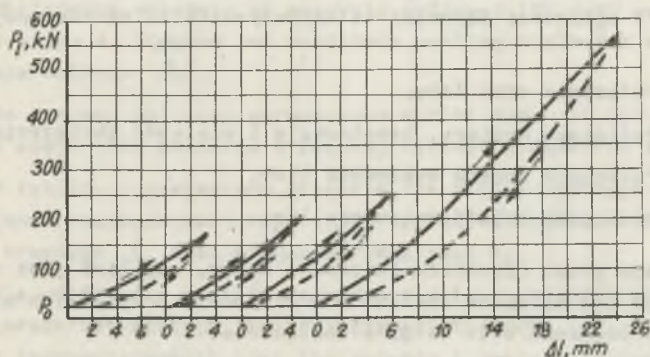
Wydłużenie względne, wyrażone w % obliczamy ze wzoru

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{L} \cdot 100, \quad /1/$$

gdzie:  $\Delta l$  - bezwzględne wydłużenie całkowite lub trwałe, mm  
 $L$  - długość pomiarowa liny, mm,

## 2. Wydłużenie i moduł sprężystości lin wyciągowych wstępnie obciążonych

Liny wstępnie obciążone wykazują znacznie mniejsze wydłużenie trwałe niż liny fabrycznie nowe /rys. 2/. Wykresy rozciągania lin wstępnie obciążonych mają również przebieg krzywoliniowy. Histerety odkształceń mają powierzchnie znacznie mniejsze niż w przypadku lin fabrycznie nowych a lina po odciążeniu wraca do stanu pierwotnego z niewielkim wydłużeniem trwałą wywołanym głównie oporami tarcia między drutami i splotkami.



Rys. 2. Wykresy rozciągania liny owalnoślądkowej  $\phi$  40 mm wstępnie obciążonej w czasie 4 kolejnych serii obciążenia i odciążenia

Moduły sprężystości przy obciążeniu  $E_{11}$  i odciążeniu  $E_{12}$  mają większe wartości niż w przypadku lin fabrycznie nowych, natomiast różnica między nimi znacznie się zmniejsza. Dla celów praktycznych można więc przyjmować jedną wartość modułu sprężystości  $E_1$  wyznaczoną z krzywej obciążania według zależności

$$E_{11} \approx E_{12} \approx E_1 = \frac{(P_{11} - P_0) L_0}{\Delta l_c F} \quad \text{daN/mm}^2, \quad /2/$$

gdzie:  $P_{11}$  - obciążenie liny, daN

$P_0$  - obciążenie początkowe liny, daN

$\Delta l_c$  - całkowite wydłużenie bezwzględne liny, mm

$F$  - przekrój nośny liny,  $\text{mm}^2$ .

Ta wartość modułu sprężystości charakteryzować może proces rozciągania liny pracującej w urządzeniu wyciągowym.

### 3. Modele matematyczne określające wydłużenie i moduł sprężystości lin wyciągowych

Dla celów praktycznych, koniecznym jest określenie matematycznych zależności pomiędzy  $\varepsilon_c$ ,  $\varepsilon_t$  i  $E_1$  a wielkością naprężenia  $\sigma$  oraz parametrami konstrukcyjnymi lin. Z uwagi na duże trudności opracowania



tych zależności w postaci funkcji analitycznych, wyniki badań własnych opracowano metodami statystyki matematycznej [1].

Wydłużenie i moduł sprężystości lin stalowych zależy od wielu czynników. W ogólności czynniki te można podzielić na następujące grupy:

- 1/ określające stan liny,
- 2/ określające wymiary, konstrukcję i wielkość obciążenia liny,
- 3/ określające sposób wykonania liny,
- 4/ określające jakość wykonania liny.

Pierwsza grupa czynników informuje o tym, czy lina jest fabrycznie nowa lub wstępnie obciążona oraz podaje przy jakich wielkościach sił prowadzone było wstępne obciążanie.

Druga grupa czynników zawiera tzw. wielkości mierzalne, a mianowicie: nominalną średnicę  $d$ , liczbę warstw drutów w splotce  $i_w$ , liczbę wszystkich drutów w linie  $i_d$ , liczbę warstw splotek w linie  $i_s$  oraz wartość naprężenia liny  $\sigma$ .

Trzecia grupa podaje tzw. wielkości niemierzalne, jak: rodzaj styku drutów - punktowy  $p_s$ , liniowy  $l_s$  lub mieszany, sposób skręcenia liny - liny współzwite  $l_w$ , liny przeciwzwite  $l_p$ .

Czwarta grupa zawiera czynniki przypadkowe występujące w procesie wykonania drutów i liny. Mogą one powodować: rozrzut średnicy i modułu sprężystości drutów, nierówny naciąg drutów w splotkach, odstępstwo od ustalonej technologii skręcenia drutów i liny, wykonanie rdzenia organicznego o niejednakowej średnicy i twardości. Są to więc nieuniknione czynniki losowe, trudne do ilościowego określenia, wywołujące zmienne własności lin.

Dla uzyskania wzajemnego powiązania wyżej wymienionych czynników wpływających istotnie na proces rozciągania lin, wyniki badań opracowano metodą regresji wielorakiej za pomocą wielomianowego modelu stopnia drugiego o postaci

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_p X_p + a_{11} X_1^2 + a_{22} X_2^2 + \dots + a_{pp} X_p^2 \quad /4/$$

gdzie:

$Y$  - zmienna zależna - trwałe  $\mathcal{E}_t$ , całkowite  $\mathcal{E}_c$  wydłużenie względne lub moduł sprężystości  $E_1$ .

$x_1, x_2, \dots, x_p$  - zmienne niezależne określające wartość naprężenia oraz parametry konstrukcyjne lin wyciągowych.

Obliczenia wykonano na maszynie cyfrowej ICL 4-50 według programu systemu 4. Program ten umożliwia analizę wielkości mierzalnych i niemierzalnych [1].

Do procesu obliczeń wprowadzono wyniki badań 35 lin obejmujących w sumie 1195 pomiarów o łącznej liczbie parametrów 11500.

W tabelicy 1 zestawiono uzyskane dla zbioru ogólnego /liny różnych konstrukcji/, modele regresyjne względnego wydłużenia całkowitego  $\epsilon_c$  i trwałego  $\epsilon_t$  oraz modułu sprężystości  $E_1$ .

Dla uściślenia wyników prowadzono dalszą analizę regresji na podzbiorach dotyczących lin trójkątnosplotkowych, lin okrągłosplotkowych jednowarstwowych oraz lin okrągło i owalnosplotkowych wielowarstwowych [3], [4].

#### 4. Analiza modeli regresyjnych

Modele regresyjne opisują  $\epsilon_c, \epsilon_t$  i  $E_1$  w przestrzeni wielowymiarowej i dlatego otrzymane wyniki trudno jest przedstawić graficznie. Można natomiast przeprowadzić analizę jakościową i ilościową /tzw. kierunek i siłę/ oddziaływania pojedynczej zmiennej  $x_j$  na zmienną zależną  $Y$  przy przyjęciu wartości stałych dla pozostałych zmiennych niezależnych /równych np. ich wartościom średnim/ [3]. Funkcję regresji przyjmować mogą wówczas następujące postacie:

$$Y^c = a_0 + a_j x_j \quad /5/$$

$$Y^c = a_0 + a_{jj} x_j^2 \quad /6/$$

$$Y^c = a_0 + a_j x_j + a_{jj} x_j^2 \quad /7/$$

gdzie:  $Y^c$  - cząstkowa wartość zmiennej zależnej kształtowana przez zmienną niezależną  $x_j$ ,

$x_j$  - analizowana zmienna niezależna rozpatrywana w granicach wartości występujących w macierzy danych wejściowych.

Zmienne zależne  $x_j$  określające rodzaj styku drutów lub sposób skrzywienia liny jako cechy o charakterze dyskretnym, przyjmują wartość 1 gdy dana cecha występuje lub 0 gdy cecha ta nie występuje.

Funkcje /5/ i /6/ są funkcjami monotonicznymi /rosnącymi lub malejącymi/, zaś funkcja /7/ osiąga ekstremum w punkcie  $x_{j0} = -\frac{a_j}{2a_{jj}}$

Tablica 1

Regresyjne modele względnego wydłużenia trwałego  $\mathcal{E}_t$ , całkowitego  $\mathcal{E}_c$  i modułu sprężystości  $E_1$  lin wyciągowych różnych konstrukcji

| Lp. | Stan liny               | Funkcje regresji  | Liczba obserwacji | Uwagi   |
|-----|-------------------------|---|-------------------|---|
| 1.  | liny fabrycznie nowe    | $\mathcal{E}_t = 0,0434 + 0,00801 \sigma + 15,827 p_B + 14,022 l_B - 0,297 i_B + 0,066 l_W + 0,0000144 d^2 - 15,773 p_B^2 - 14,034 l_B^2 + 0,0690 i_B^2$                    | 119               | dla zakresu zmian $\sigma = 20$ do 35 daN/mm <sup>2</sup> |
| 2.  | liny fabrycznie nowe    | $\mathcal{E}_c = 0,1116 + 0,01878 \sigma - 0,302 i_B + 0,04787 p_B - 0,06621 l_p + 0,0000148 d^2 + 0,0928 i_B^2$  | 290               | dla zakresu zmian $\sigma = 5$ do 35 daN/mm <sup>2</sup>  |
| 3.  | liny wstępnie obciążone | $E_1 = 7242,9 - 11,878 d + 3360,97 i_W - 25,568 i_d + 841,21 i_B - 330,557 p_B - 550,279 l_B - 588,018 l_p + 97,228 \sigma - 568,80 l_W^2 + 0,0487 i_d^2 - 0,5988 \sigma^2$ | 786               | dla zakresu zmian $\sigma = 5$ do 85 daN/mm <sup>2</sup>  |



i to:

minimum gdy  $\frac{\delta^2 Y_c}{\delta X_j^2} > 0$  /wykresem jest krzywa wypukła/,

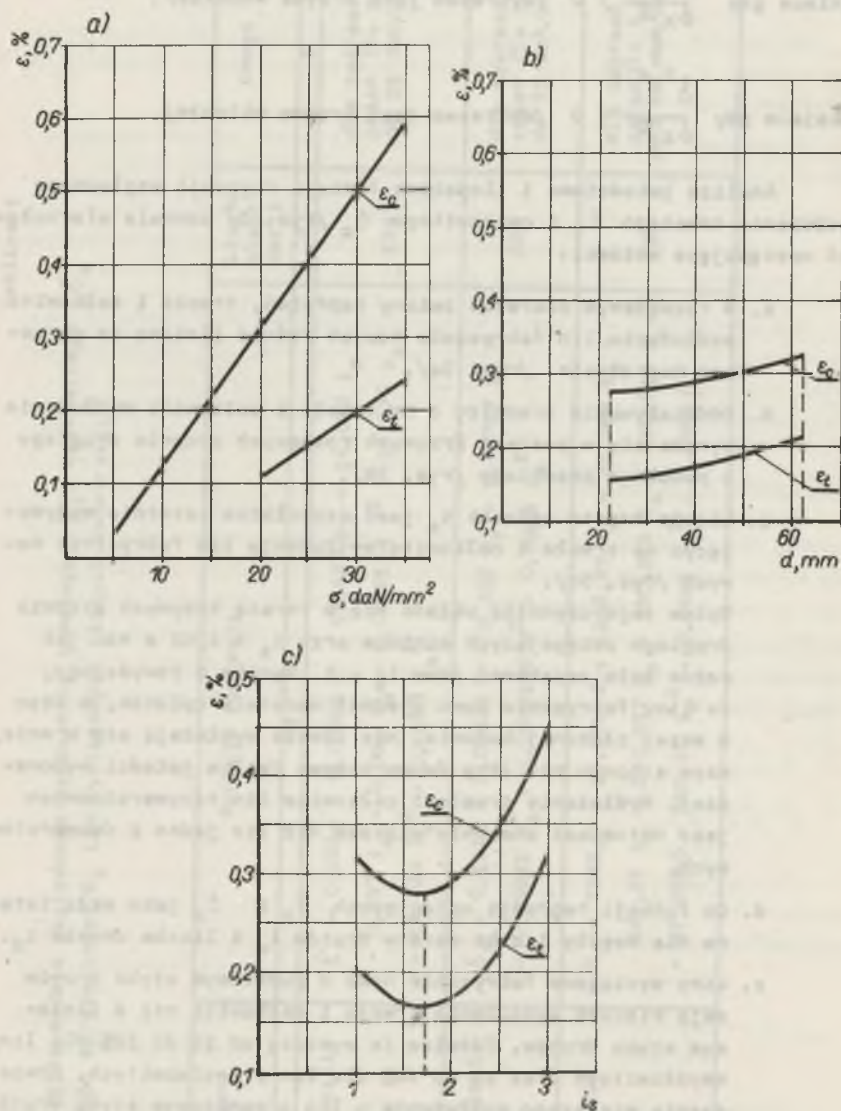
maksimum gdy  $\frac{\delta^2 Y_c}{\delta X_j^2} < 0$  /wykresem jest krzywa wklęsła/.

Analiza jakościowa i ilościowa funkcji regresji względniego wydłużenia trwałego  $\mathcal{E}_t$  i całkowitego  $\mathcal{E}_c$  /rys. 3/ pozwala sformułować następujące wnioski:

- W rozważanym zakresie zmiany naprężeń, trwałe i całkowite wydłużenie lin fabrycznie nowych rośnie liniowo ze wzrostem naprężenia /rys. 3a/.
- Oddziaływanie średnicy  $d$  na trwałe i całkowite wydłużenie wyraża się w postaci krzywych rosnących stopnia drugiego o podobnym przebiegu /rys. 3b/.
- Liczba warstw spletek  $i_s$  jest czynnikiem istotnie wpływającym na trwałe i całkowite wydłużenie lin fabrycznie nowych /rys. 3c/.

Wpływ tego czynnika układa się w formie krzywych stopnia drugiego osiagających minimum przy  $i_s = 1,62$  a nie jak można było oczekiwać przy  $i_s = 1$ . Wynika z powyższego, że liny fabrycznie nowe o jednej warstwie spletek, a więc o mniej złożonej budowie, nie zawsze wydłużają się w mniejszym stopniu niż liny dwuwarstwowe /wpływ jakości wykonania/. Wydłużenie trwałe i całkowite lin trzywarstwowych jest natomiast znacznie większe niż lin jedno i dwuwarstwowych.

- Do funkcji regresji opisujących  $\mathcal{E}_t$  i  $\mathcal{E}_c$  jako mało istotne nie weszły liczba warstw drutów  $i_w$  i liczba drutów  $i_d$ .
- Liny wyciągowe fabrycznie nowe o punktowym styku drutów mają większe wydłużenie trwałe i całkowite niż o liniowym styku drutów. Różnice te wynoszą od 16 do 30% dla lin współzwitych oraz 20 do 40% dla lin przeciwwzwitych. Stwierdzenie większego wydłużenia u lin o punktowym styku drutów jest zgodne z teorią Głuszki [2].



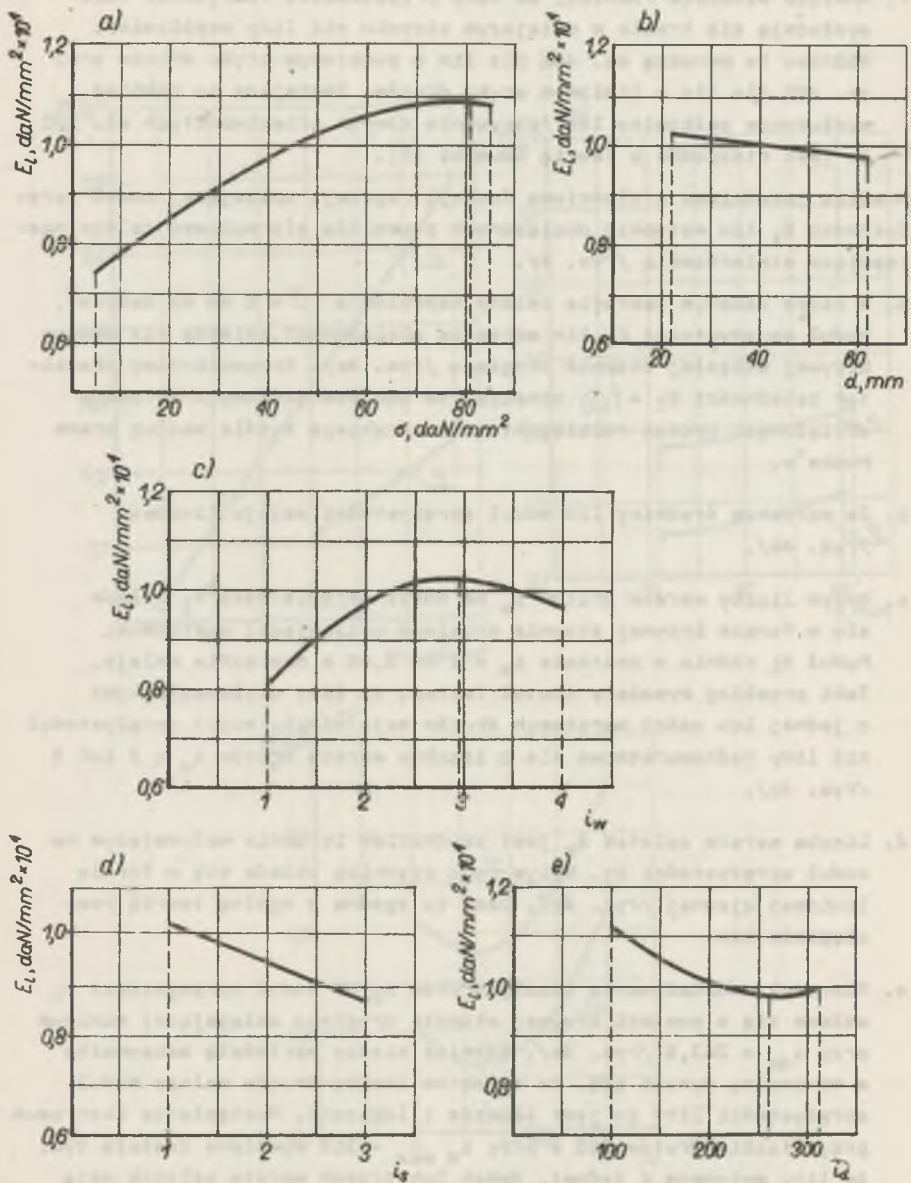
Rys. 3 Kierunek i wielkość oddziaływania zmiany naprężenia  $\sigma$ , średnicy  $d$  i liczby warstw splotek  $i_s$  na trwałe  $\epsilon_t$  i całkowite  $\epsilon_c$  wydłużenie lin fabrycznie nowych



f. Analiza wykazała również, że liny przeciwwzite fabrycznie nowe wydłużają się trwale w mniejszym stopniu niż liny współzwite. Różnice te wynoszą ok. 40% dla lin o punktowym styku drutów oraz ok. 48% dla lin o liniowym styku drutów. Zmniejsza to również wydłużenie całkowite lin fabrycznie nowych przeciwwzitych ok. 20% co jest niezgodne z teorią Głuszki [2].

Analiza jakościowa i ilościowa funkcji regresji opisującej moduł sprężystości  $E_1$  lin wstępnie obciążonych pozwoliła sformułować dalsze następujące stwierdzenia /rys. 4/.

- a. W całym badanym zakresie zmiany naprężenia  $\sigma = 5$  do  $85 \text{ daN/mm}^2$ , moduł sprężystości  $E_1$  lin wstępnie obciążonych zmienia się według krzywej wklęsłej stopnia drugiego /rys. 4a/. Krzywoliniowy charakter zależności  $E_1 = f(\sigma)$  oznacza, że dla lin stalowych wstępnie obciążonych proces rozciągania nie przebiega ściśle według prawa Hooke'a.
- b. Ze wzrostem średnicy lin moduł sprężystości maleje liniowo /rys. 4b/.
- c. Wpływ liczby warstw drutów  $i_w$  na moduł sprężystości  $E_1$  układu się w formie krzywej stopnia drugiego osiągającej ekstremum. Moduł  $E_1$  rośnie w zakresie  $i_w = 1$  do  $2,95$  a następnie maleje. Taki przebieg wywołany został faktem, że liny owalnosplotkowe o jednej lub dwóch warstwach drutów mają niższy moduł sprężystości niż liny jednowarstwowe ale o liczbie warstw drutów  $i_w = 2$  lub  $3$  /rys. 4c/.
- d. Liczba warstw splotek  $i_s$  jest czynnikiem istotnie wpływającym na moduł sprężystości  $E_1$ . Wpływ tego czynnika układu się w formie liniowej ujemnej /rys. 4d/. Jest to zgodne z ogólną teorią rozciągania lin.
- e. Kierunek oddziaływania liczby drutów  $i_d$  na moduł sprężystości  $E_1$  układu się w postaci krzywej stopnia drugiego osiągającej minimum przy  $i_{de} = 263,5$  /rys. 4e/. Różnica między wartością maksymalną a minimalną wynosi 15%. Ze wzrostem liczby drutów maleje moduł sprężystości liny co jest słuszne i logiczne. Wystąpienie ekstremum przy liczbie drutów  $262$  przy  $i_{d \max} = 312$  wywołane zostało tym, że liny wykonane z jednej, dwóch lub trzech warstw splotek mają zbliżone liczby drutów  $i_d$ . Na przykład lina trójkątnosplotkowa  $\phi 25 \text{ mm}$  i lina Seale  $\phi 26 \text{ mm}$  wykazują wysoki moduł sprężystości przy liczbie drutów odpowiednio  $108$  i  $114$ . Natomiast lina owalno-



rys. 4 Kierunek i wielkość oddziaływania zmiany naprężenia  $\sigma$ , średnicy  $d$ , liczby warstw drutów  $l_w$ , liczby warstw spleatów  $i_s$  i liczby drutów  $i_d$  na moduł sprężystości  $E_1$  lin wstępnie obciążonych

splotkowa  $\phi$  28 mm o liczbie drutów  $i_d = 100$  ma znacznie niższy moduł sprężystości.

f. Liny przeciwzwite zarówno o punktowym jak i liniowym styku drutów mają moduł sprężystości mniejszy o ok. 6% od modułu sprężystości lin współzwitych. Jest to zgodne z ogólną teorią dla tzw. czystego rozciągania lin [2]. Mały wpływ na moduł sprężystości  $E_1$  lin wstępnie obciążonych wywiera natomiast rodzaj styku drutów /punktowy lub liniowy/.

##### 5. Zastosowanie modeli regresyjnych dla wyznaczania wydłużenia i modułu sprężystości lin wyciągowych

Jeżeli do modeli regresyjnych podstawimy dane konkretnej liny, to na określenie względnego wydłużenia trwałego i całkowitego oraz modułu sprężystości otrzymamy następujące zależności:

$$\xi_t = a_0 + a_1 \bar{\sigma} \quad /8/$$

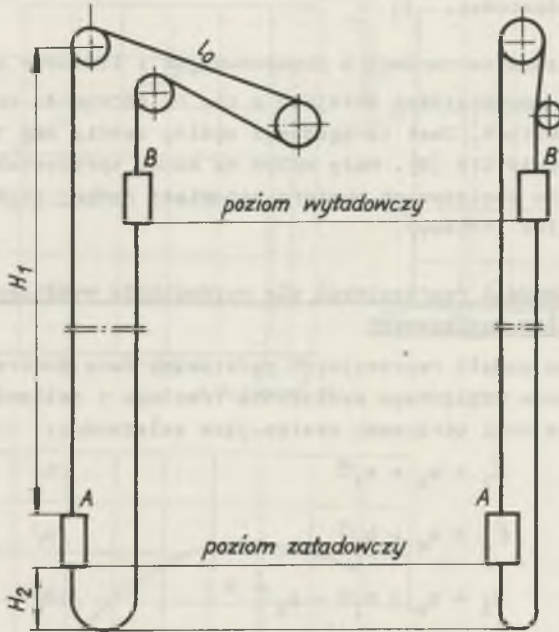
$$\xi_c = b_0 + b_1 \bar{\sigma} \quad /9/$$

$$E_1 = c_0 + c_1 \bar{\sigma} - c_2 \bar{\sigma}^2 \quad /10/$$

gdzie  $\bar{\sigma} = \frac{P_1}{F}$  jest średnim naprężeniem w linie od statycznego obciążenia,

$P_1$  - średnia siła w linie po uwzględnieniu połowy ciężaru liny nośnej  $/0,5 \cdot H_1 q/$





Rys. 5. Schematy górniczych urządzeń wyciągowych

Dla urządzeń wyciągowych z tarczą pędną jedno i wielolinowych, z maszyną usytuowaną na wieży lub na zrembie, skipowych lub klatkowych oraz dla urządzeń wyciągowych bębnowych, z linią wyrównawczą, średnie naprężenie w linie od statycznego obciążenia a w przybliżeniu określa zależność /rys. 5/

$$\sigma = \frac{Q_m + Q_u + 0,5 n_1 H_1 q + n_2 H_2 q_w}{F} \quad / 11 /$$

gdzie:

$Q_m$  - ciężar martwy /ciężar skipu lub klatki oraz zawiesi liny nośnej i wyrównawczej/,

$Q_u$  - ciężar urobku,

$F$  - przekrój nośny liny,

$q$  - ciężar 1 m liny nośnej,

$q_w$  - ciężar 1 m liny wyrównawczej,

- $n_1$  - liczba lin nośnych,  
 $n_2$  - liczba lin wyrównawczych.

Dla urządzeń wyciągowych bębnowych bez liny wyrównawczej

$$\bar{\sigma} = \frac{Q_m + Q_u + 0,5 H_1 q}{F} \quad /12/$$

W przypadku gdy naczynie jest puste  $Q_u = 0$ .

Obliczone ze wzorów /8/ i /9/ względne wydłużenie trwałe i całkowite wyrażone jest w % i dlatego interesujące nas wydłużenie bezwzględne w mm obliczamy z zależności

$$\Delta l = 10 \cdot \varepsilon \cdot L \quad /13/$$

gdzie:  $\varepsilon$  - względne wydłużenie trwałe  $\varepsilon_t$  lub całkowite  $\varepsilon_c$  w %,  
 $L$  - długość liny w mm.

W przypadku urządzeń wyciągowych z tarczą pędną  $L$  określa całkowitą długość liny między zawieszami. Dla urządzeń wyciągowych bębnowych,  $L$  określa długość liny od bębna do zawiesia naczynia przy dolnym położeniu naczynia wydobywczego.

#### Przykład liczbowy nr 1

W jednolinowym urządzeniu wyciągowym z tarczą pędną pracuje lina trójkątnosplotkowa  $\phi$  56 mm o przekroju nośnym  $F = 1424 \text{ mm}^2$  i ciężarze  $q = 13,5 \text{ daN/m}$ .

Konstrukcja liny: 6 /3 x 2 + 12 + 13 + 19/ + A<sub>0</sub>, współzwita o punktowym styku drutów. Podstawiając do modeli regresyjnych zestawionych w tab. 1  $d = 56$ ;  $i_w = 3$ ,  $i_d = 300$ ,  $i_s = 1$ ,  $p_s = 1$ ,  $l_s = 0$ ,  $l_w = 1$  i  $l_p = 0$  otrzymujemy:

$$\varepsilon_t = 0,0004 + 0,00801 \bar{\sigma} \quad /14/$$

$$\varepsilon_c = -0,0033 + 0,01878 \bar{\sigma} \quad /15/$$

$$E_l = 8412,6 + 97,23 \bar{\sigma} - 0,599 \bar{\sigma}^2 \quad /16/$$

Zgodnie z aktem koncesyjnym pozostałe parametry urządzenia wynoszą:

$$Q_m = 10650 \text{ daN} \quad /kG/,$$

$$Q_u = 7500 \text{ daN},$$

$$q_w = 14,45 \text{ daN},$$

$$n_1 = n_2 = 1,$$

$$H_1 = 541,3 \text{ m}$$

$$H_2 = 18,3 \text{ m}$$

$$l_0 = 57,5 \text{ m}$$

$$L = 670 \text{ m}$$

Średnie naprężenie w linie po obciążeniu pustym naczyniem

$$\sigma = \frac{10650 + 0,5 \cdot 541,3 \cdot 13,5 + 18,3 \cdot 14,5}{1424} = 10,2 \text{ daN/mm}^2 \quad /17/$$

Stąd zgodnie z /15/ całkowite wydłużenie względne  $\epsilon_c$  liny nowej po pierwszym obciążeniu

$$\epsilon_c = 0,1888\%$$

Natomiast wydłużenie bezwzględne zgodnie z /13/

$$\Delta_c = 1265 \text{ mm}.$$

#### 6. Wydłużenie i moduł sprężystości lin wyciągowych przy wzroście siły od $P_{11}$ do $P_{12}$

Modele regresyjne opisujące zależności  $\epsilon_c$  i  $E_1$  pozwalają wyznaczyć wydłużenie całkowite i moduł sprężystości dla przypadku gdy lina obciążona została od siły równej zero do  $P_{11}$ . W praktyce liny wyciągowe nośne przez cały okres swojej pracy obciążone są siłą  $P_{11}$  wynikającą z ciężaru pustego naczynia wydobywczego i zawiesi oraz ciężaru liny nośnej i wyrównawczej. Po napełnieniu pustego naczynia siła wzrośnie do  $P_{12}$  a lina nośna wydłuży się o  $\Delta l'$ . Wydłużenie to dla lin wstępnie obciążonych znaleźć możemy z zależności

$$\epsilon' = \frac{\Delta l'}{L} = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{E_L(\sigma)}, \quad /18/$$

gdzie  $E_L(\sigma)$  moduł sprężystości liny wyznaczony za pomocą modelu regresyjnego /tablica 1/. Zgodnie z /10/  $E_1 = f(\sigma)$  dla danej liny przybiera postać

$$E_1(\sigma) = c_0 + c_1 \sigma - c_2 \sigma^2. \quad /19/$$

Po podstawieniu /19/ do /18/ i scałkowaniu w granicach od  $\sigma_1$  do  $\sigma_2$  oraz dalszym przekształceniu [4] otrzymujemy:



a/ wydłużenie względne

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{D} \ln \frac{/D_1+2 c_2 \bar{\sigma}_2/ /D_2-2 c_2 \bar{\sigma}_1/}{/D_2-2 c_2 \bar{\sigma}_2/ /D_1+2 c_2 \bar{\sigma}_1/} \quad /20/$$

b/ wydłużenie bezwzględne

$$\Delta l^* = \bar{\epsilon} \cdot L \quad /21/$$

c/ średni moduł sprężystości w przedziale naprężeń od  $\bar{\sigma}_1$  do  $\bar{\sigma}_2$

$$E_1^* = \frac{D \cdot / \bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1 /}{\ln \frac{/D_1+2 c_2 \bar{\sigma}_2/ /D_2-2 c_2 \bar{\sigma}_1/}{/D_2-2 c_2 \bar{\sigma}_2/ /D_1+2 c_2 \bar{\sigma}_1/}} \quad /22/$$

przy czym:  $D = \sqrt{c_1^2 + 4 c_0 c_2}$

$$D_1 = D - c_1 \quad /23/$$

$$D_2 = D + c_1$$

Przykład liczbowy nr 2

W urządzeniu wyciągowym jak w przykładzie nr 1, naczynie wydobywcze na podszybiu napełnione zostało urobkiem o ciężarze  $Q_U = 7500$  daN. Obliczyć wydłużenie i moduł sprężystości liny nośnej, przyjmując długość liny od naczynia do koła pędnego  $L = H_1 + l_0 = 600$  m. Przy pustym naczyniu średnie naprężenie w linie wynosiło  $\bar{\sigma}_1 = 10,2$  daN/mm<sup>2</sup>, a po jego napełnieniu wzrosło do  $\bar{\sigma}_2 = 15,5$  daN/mm<sup>2</sup>. Dla analizowanej liny trójkątnosplotkowej  $\phi 56$  mm w wyniku obliczeń otrzymano:

$$E_1(\bar{\sigma}) = 8412,6 + 97,23 \bar{\sigma} - 0,599 \bar{\sigma}^2,$$

$$D = 172,1, \quad D_1 = 74,8, \quad D_2 = 269,3,$$

$$\bar{\epsilon} = 0,000593,$$

$$\Delta l^* = 355,8 \text{ mm}$$

$$E_1^* = 9443,1 \text{ daN/mm}^2.$$

Dla porównania przeprowadzono pomiary w urządzeniu wyciągowym. Wydłużenie liny określono przez pomiar przemieszczenia się naczynia wydobywczego po jego napełnieniu w czasie 14 kolejnych cykli pracy. Uzyskane z pomiarów średnie wartości wydłużenia i modułu sprężys-

tości wynoszą:

$$\Delta l^{\circ} = 310,7 \text{ mm}$$

$$E_1^{\circ} = 10170,9 \text{ daN/mm}^2.$$

Różnica pomiędzy obliczoną i pomierzoną wartością modułu sprężystości wynosi ok. 7%, natomiast różnica w wydłużeniu liny wynosi 45 mm przy długości liny 600 m. Wskazuje to na poprawność uzyskanych modeli matematycznych i możliwość wykorzystania ich w praktyce.

#### Literatura

1. Głównia G., Rosikoń W.: Metodyka korzystania z programów analizy regresji HPMOA Katowice 1974.
2. Głuszko M.F.: Stalnyje kanaty. Kijów 1966.
3. Hankus J.: Trwałe i całkowite wydłużenie lin wyciągowych fabrycznie nowych. Prace GIG. Komunikat nr 682, Katowice 1977.
4. Hankus J.: Moduł sprężystości górniczych lin wyciągowych w warunkach obciążeń statycznych. Prace GIG. Komunikat w druku.

Regression models of longitudinal strains and of elasticity modulus of winding ropes

The paper deals with the results of tests on elongation and on elasticity modulus of brand new and initially loaded winding ropes.

The tests showed that the elongation and the elasticity modulus depend on many factors which may be divided into the following groups determining:

1. condition of the rope
2. dimensions, design and load of the rope
3. way of rope make
4. quality of rope make

To obtain correlations of the above mentioned factors substantially influencing on the extension process of ropes, the test results were worked out by multiple regression method by means of polynomial quadratic model.

The obtained models set up in table 1 allow to determine the permanent and total elongation of ropes at their first loading and also the elasticity modulus of ropes in operation.

The regression models also allowed to introduce analytical relations enabling the determination of elongation and of elasticity modulus of winding ropes operating in the range of stress variation from  $\sigma_1$  to  $\sigma_2$ .

The mathematical models obtained were analysed and examples of their application to carrying ropes operating in mine winding gears were given.

#### РЕГРЕССИВНЫЕ МОДЕЛИ ПРОДОЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ И МОДУЛЯ УПРУГОСТИ ПОДЪЕМНЫХ КАНАТОВ

В докладе рассматриваются результаты исследований удлинения и модуля упругости предварительно нагруженных фабрично новых подъемных канатов. Эти исследования доказали, что величины удлинения и модуля упругости зависят от многих факторов, которых можно разделить на следующие группы определяющие:

1. состояние каната
2. размеры, конструкцию и величину нагрузки на канат
3. способ производства каната
4. качество производства каната

Чтобы взаимосвязать все вышеуказанные факторы, влияющие на процесс удлинения канатов, результаты исследований обрабатывались методом многообразной регрессии, с помощью модели квадратных многочленов. Приведенные в табл. I полученные модели позволяют определить остаточное и полное удлинения канатов при первой нагрузке, а также модуль упругости работающих канатов.

Регрессивные модели позволяют вывести аналитические зависимости, помогающие определить удлинение и модуль упругости подъемных канатов работающих в пределе изменения натяжений с  $\sigma_1$  до  $\sigma_2$ . В докладе проанализировались полученные математические модели и приведлись примеры их применения к несущим канатам работающим в рудничных подъемных установках.