ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977

Seria: GÓRNICTWO z. 80 Nr kol. 547

KONFERENCJA: MODELOWANIE GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH
9-10.XII.1977

ANTONI JAKUBOWICZ
JÓZEF KAPŁANEK
INSTYTUT PODSTAW KONSTRUKCJI MASZYN
POLITECHNIKA ŚLĄSKA GLIWICE

MODEL PRZENIESIENIA SIŁY PRZEZ CIĘGŁO NA KONSTRUKCJĘ KOSZA SKIPU

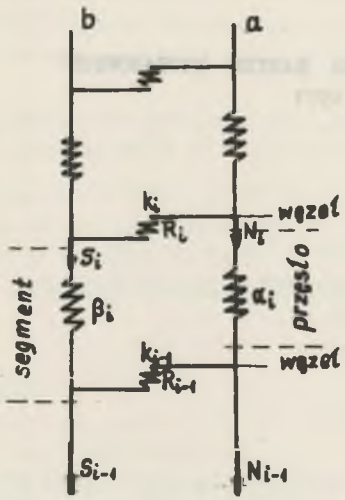
Przyjęto model cięgła przymocowanego wielopunktowo do konstrukcji sprężystej. Z warunków równowagi oraz nierozdzielności przemieszceń wyprowadzono postać macierzy przeniesienia dla jednego segmentu, jak też dla przęsła i węzła. Metodę macierzy przeniesienia zastosowano do wyznaczenia sił występujących w połączeniach cięgieł z koszem skipu wydobywczego.

1. Teoretyczny model przeniesienia siły w układach sprężystych

W budowie maszyn i urządzeń określanych jako ciężkie występują niekiedy we fragmentach konstrukcji cięgła przymocowane sztywno /nity, śruby , spawy/ lub podatnie /podkładki, sprężyny/ w wielu punktach wzdłuż swej osi do konstrukcji sprężystej. Interesującym nas przykładem może być połączenie kosza skipu z cięgłami przebiegającymi od głowicy skipu do dolnego podestu /rys 2/. Przyjmiemy model ogólny /rys.1/ cięgła a współpracującego z konstrukcją sprężystą b . Sztywności poszczególnych przęseł określają współczynniki α i β zaś sztywność połączenia współczynnik k. Miejsce połączenia cięgła a z konstrukcją określamy jako węzeł. Przemieszczenia u cięgła a ,przemieszczenia v konstrukcji b oraz odpowiednie siły wewnętrzne N i S określają stan w przęśle tuż przed odpowiednim węzłem.

2. Metoda macierzy przeniesienia

Macierz stanu Z_{i-1} dla przęsła i-1 ma postać:



Rys.1

$$\mathbf{Z}_{i-1}=\begin{bmatrix} u_{i-1} \\ v_{i-1} \\ N_{i-1} \\ S_{i-1} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Macierz stanu $\mathbf{Z}_i$ dla następnego przęła będzie określona relacją

$$\mathbf{Z}_i=\mathbf{B}_i\mathbf{Z}_{i-1} \tag{2}$$

gdzie $\mathbf{B}_i$ nazwiemy macierzą segmentu. W konwencji metody macierzy przenie - sienia [1] , [2] można ją przedstawić jako iloczyn macierzy węzła $\mathbf{H}_{i-1}$ i macierzy przęsła $\mathbf{F}_i$

$$\mathbf{B}_i=\mathbf{F}_i\mathbf{H}_{i-1} \tag{3}$$

Do ustalenia postaci macierzy $\mathbf{B}_i$/lub $\mathbf{F}_i$ i $\mathbf{H}_{i-1}$/ doprowadzi nas rozwiązanie następującego zagadnienia: dla znanych składowych stanu $\mathbf{Z}_{i-1}$ oraz α_i, β_i, k_i wyznaczyć składowe stanu $\mathbf{Z}_i$. Ustalamy warunki równowagi

$$N_i=N_{i-1}-R_{i-1} \quad , \quad S_i=S_{i-1}+R_{i-1} \tag{4}$$

gdzie R_{i-1} jest siłą przenoszoną przez połączenie,
oraz warunki nierozdzielności przemieszczeń z uwzględnieniem odkształceń układu

$$u_i=u_{i-1}-\frac{N_i}{\alpha_i} \quad , \quad v_i=v_{i-1}-\frac{S_i}{\beta_i} \quad , \quad \frac{R_{i-1}}{k_{i-1}}=u_{i-1}-v_{i-1} \tag{5}$$

Po wyrugowaniu wielkości R_{i-1} i rozwiązaniu układu równań (4) i (5) ze względu na składowe stanu $\mathbf{Z}_i$ otrzymujemy

$$\begin{aligned} u_i &= u_{i-1}\frac{\alpha_i+k_{i-1}}{\alpha_i} + v_{i-1}\left(-\frac{k_{i-1}}{\alpha_i}\right) + N_{i-1}\left(-\frac{1}{\alpha_i}\right) + S_{i-1}\cdot 0 \\ v_i &= u_{i-1}\left(-\frac{k_{i-1}}{\beta_i}\right) + v_{i-1}\frac{\beta_i+k_{i-1}}{\beta_i} + N_{i-1}\cdot 0 + S_{i-1}\left(-\frac{1}{\beta_i}\right) \\ N_i &= u_{i-1}(-k_{i-1}) + v_{i-1}\cdot k_{i-1} + N_{i-1}\cdot 1 + S_{i-1}\cdot 0 \\ S_i &= u_{i-1}\cdot k_{i-1} + v_{i-1}(-k_{i-1}) + N_{i-1}\cdot 0 + S_{i-1}\cdot 1 \end{aligned} \tag{6}$$

Z rozwiązania (6) ustalamy postać macierzy segmentu $\mathbf{B}_i$

$$\mathbf{B}_i=\begin{bmatrix} \frac{\alpha_i+k_{i-1}}{\alpha_i} & -\frac{k_{i-1}}{\alpha_i} & -\frac{1}{\alpha_i} & 0 \\ -\frac{k_{i-1}}{\beta_i} & \frac{\beta_i+k_{i-1}}{\beta_i} & 0 & -\frac{1}{\beta_i} \\ -k_{i-1} & k_{i-1} & 1 & 0 \\ k_{i-1} & -k_{i-1} & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

Zgodnie z relacją (3) można ją rozbić na macierz węzła $\mathbf{H}_{i-1}$

$$\mathbf{H}_{i-1}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -k_{i-1} & k_{i-1} & 1 & 0 \\ k_{i-1} & -k_{i-1} & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

i macierz przęsła $\mathbf{F}_i$

$$\mathbf{F}_i=\begin{bmatrix}1 & 0 & -\frac{1}{\alpha_i} & 0\\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{\beta_i}\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix} \tag{9}$$

W przypadku sztywnego połączenia cięgła z konstrukcją $v_i=u_i$ ilość składowych stanu ogranicza się do u_i, N_i, S_i

$$\mathbf{Z}_i=\begin{bmatrix}u_i\\ N_i\\ S_i\end{bmatrix} \tag{10}$$

Ustalamy warunki równowagi

$$N_i=N_{i-1}-R_{i-1}\,, \qquad S_i=S_{i-1}+R_{i-1} \tag{11}$$

oraz warunki nierozdzielności przemieszczeń

$$u_i=u_{i-1}-\frac{N_i}{\alpha_i}\,, \qquad u_i=u_{i-1}-\frac{S_i}{\beta_i} \tag{12}$$

Po wyrugowaniu R_{i-1} wyliczamy

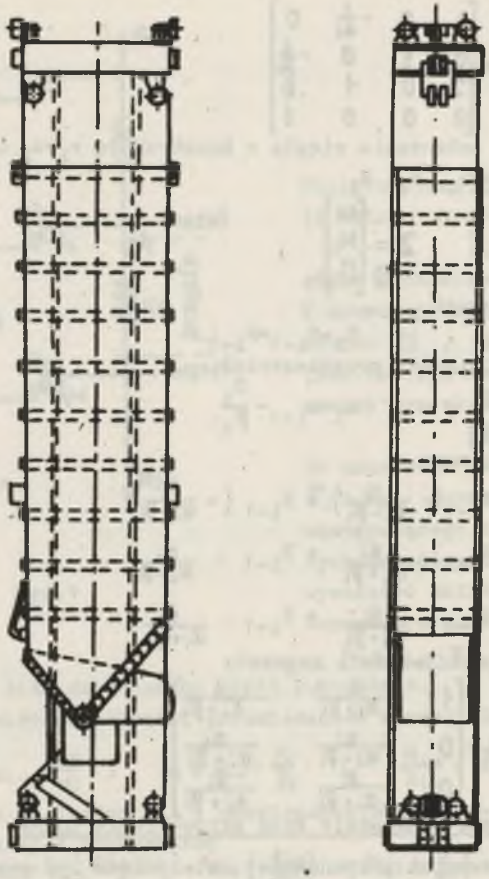
$$\begin{aligned} u_i&=u_{i-1}\cdot 1+N_{i-1}\left(-\frac{1}{\alpha_i+\beta_i}\right)+S_{i-1}\left(-\frac{1}{\alpha_i+\beta_i}\right)\\ N_i&=u_{i-1}\cdot 0+N_{i-1}\cdot\frac{\alpha_i}{\alpha_i+\beta_i}+S_{i-1}\cdot\frac{\alpha_i}{\alpha_i+\beta_i}\\ S_i&=u_{i-1}\cdot 0+N_{i-1}\cdot\frac{\beta_i}{\alpha_i+\beta_i}+S_{i-1}\cdot\frac{\beta_i}{\alpha_i+\beta_i}\end{aligned} \tag{13}$$

i wyznaczamy macierz przeniesienia segmentu

$$\mathbf{B}_i=\begin{bmatrix}1 & -\frac{1}{\alpha_i+\beta_i} & -\frac{1}{\alpha_i+\beta_i}\\ 0 & \frac{\alpha_i}{\alpha_i+\beta_i} & \frac{\alpha_i}{\alpha_i+\beta_i}\\ 0 & \frac{\beta_i}{\alpha_i+\beta_i} & \frac{\beta_i}{\alpha_i+\beta_i}\end{bmatrix} \tag{14}$$

3. Przeniesienie sił w układzie kosz skipu-cięgła nośne

Praktycznym zastosowaniem proponowanej metody może być przykład współpracy ścianek kosza skipu i cięgieł nośnych łączących kosz z głowicą i stopą skipu /rys. 2/. Rozważmy skip $30\cdot10^4$N /30T/ w którym kosz połączony jest z cięgłami nośnymi za pomocą dziewięciu obwodowych stężeń ceownikowych. Wewnątrz kosza znajduje się urobek o ciężarze $Q_u=30\cdot10^4$N, który przy pominięciu tarcia przenosi się poprzez dno na ścianki kosza traktowane w modelu jako konstrukcja a . Cięgła nośne traktowane są jako cięgło b i są obciążone ciężarem $Q_2=5{,}7\cdot10^5$N, na który składa się ciężar stopy skipu oraz lin wyrównawczych. Część a obciążona jest ciężarem $Q_1=Q_u+Q_k=4\cdot10^5$N, przy czym Q_k określa ciężar własny kosza skipu. Model taki wraz z obciążeniem przedstawiono na rysunku 3. Założono przy tym, że sztywność k_i połączeń ceownikowych obu cięgieł jest bardzo duża $k\to\infty$ i do obliczeń przyjęto szczególny wariant macierzy przeniesienia (14). Z uwagi na brak wpływu przemieszczeń na wartości sił wewnętrznych dla rozważenia sposobu przenoszenia się sił poprzez sztywne połączenia rozważono macierz (14) w postaci zwężonej:



Rys.2

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_i}{\alpha_i+\beta_i} & \frac{\alpha_i}{\alpha_i+\beta_i} \\ \frac{\beta_i}{\alpha_i+\beta_i} & \frac{\beta_i}{\alpha_i+\beta_i} \end{bmatrix} \tag{15}$$

gdzie:

α_i - sztywność wszystkich czterech ścianek kosza w i-tym przekroju poprzecznym,

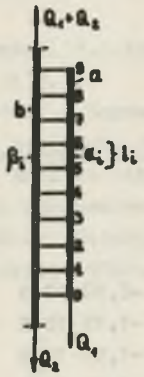
β_i - sztywność wszystkich czterech cięgieł nośnych w i-tym przekroju poprzecznym,

$$\alpha_i = \frac{E_i A_i}{l_i}, \qquad \beta_i = \frac{E_i a_i}{l_i} \tag{16}$$

przy czym

E_i - moduł sprężystości podłużnej dla stali,

A_i - pole przekroju poprzecznego ścianek kosza skipu w i-tym segmencie,



Rys.3

l_i - odległość pomiędzy i-tym i /i-1/ ceownikiem,

a_i - pole przekroju poprzecznego cięgieł nośnych w i-tym segmencie ,

$E_i = 2,1 \cdot 10^5$ MN/m^2 = const

W poszczególnych segmentach wyznaczono macierze przeniesienia i wymnożono je sposobem Falka [2]

$$\begin{array}{c} \\ S_1 \\ N_1 \end{array} \begin{bmatrix} 0,405 & 0,405 \\ 0,595 & 0,595 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,405 & 0,405 \\ 0,595 & 0,595 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_2 \\ N_2 \end{array} \begin{bmatrix} 0,405 & 0,405 \\ 0,595 & 0,595 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,405 & 0,405 \\ 0,595 & 0,595 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_3 \\ N_3 \end{array} \begin{bmatrix} 0,402 & 0,402 \\ 0,598 & 0,598 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,402 & 0,402 \\ 0,598 & 0,598 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_4 \\ N_4 \end{array} \begin{bmatrix} 0,400 & 0,400 \\ 0,600 & 0,600 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,400 & 0,400 \\ 0,600 & 0,600 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_5 \\ N_5 \end{array} \begin{bmatrix} 0,398 & 0,398 \\ 0,602 & 0,602 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,398 & 0,398 \\ 0,602 & 0,602 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_6 \\ N_6 \end{array} \begin{bmatrix} 0,396 & 0,396 \\ 0,604 & 0,604 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,396 & 0,396 \\ 0,604 & 0,604 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_7 \\ N_7 \end{array} \begin{bmatrix} 0,394 & 0,394 \\ 0,606 & 0,606 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,394 & 0,394 \\ 0,606 & 0,606 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_8 \\ N_8 \end{array} \begin{bmatrix} 0,391 & 0,391 \\ 0,609 & 0,609 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,391 & 0,391 \\ 0,609 & 0,609 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \\ S_9 \\ N_9 \end{array} \begin{bmatrix} 0,391 & 0,391 \\ 0,609 & 0,609 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,391 & 0,391 \\ 0,609 & 0,609 \end{bmatrix}$$

Z powyższego wymnożenia macierzy uzyskujemy wszystkie siły w cięgłach . Na przykład:

$$S_1 = 0,405\ S_o + 0,405\ N_o$$

$$N_1 = 0{,}595\ S_o + 0{,}595\ N_o$$

. . . . . .

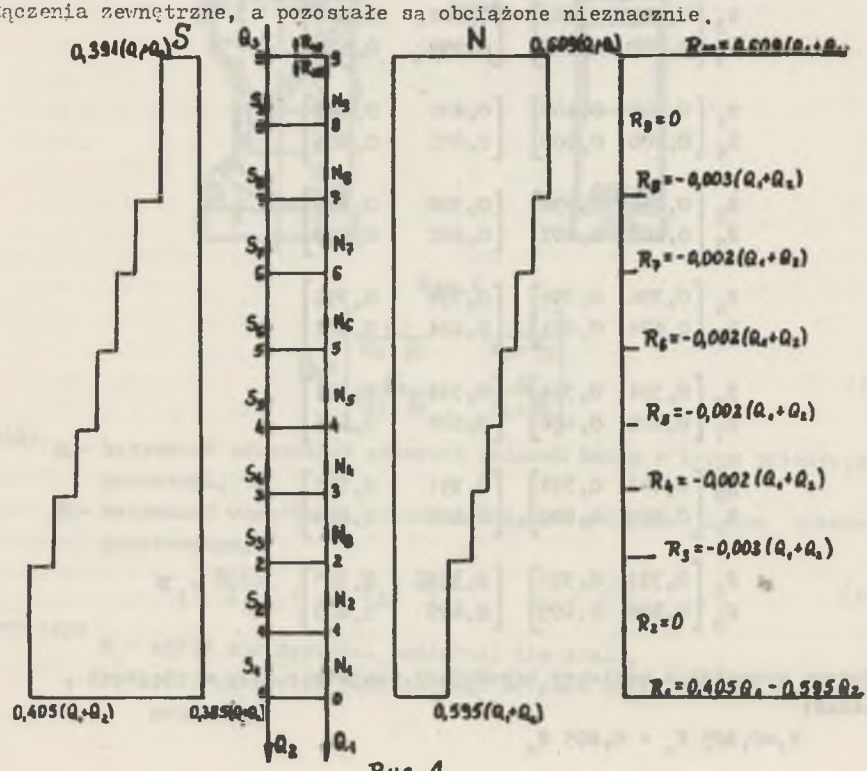
gdzie:

$S_o = Q_2$, $N_o = Q_1$.

Z warunków równowagi dla poszczególnych węzłów ustalono siły wewnętrzne występujące w połączeniach z ceownikami.

$$R_1 = Q_1 - N_1 = -1{,}74 \cdot 10^5 N$$
$$R_2 = N_1 - N_2 = 0$$
$$R_3 = N_2 - N_3 = -0{,}003(Q_2 + Q_1) = -2{,}92 \cdot 10^5 N$$
$$R_4 = N_3 - N_4 = -0{,}002(Q_2 + Q_1) = -1{,}95 \cdot 10^5 N$$
$$R_5 = N_4 - N_5 = -0{,}002(Q_2 + Q_1) = -1{,}95 \cdot 10^5 N$$
$$R_6 = N_5 - N_6 = -0{,}002(Q_2 + Q_1) = -1{,}95 \cdot 10^5 N$$
$$R_7 = N_6 - N_7 = -0{,}002(Q_2 + Q_1) = -1{,}95 \cdot 10^5 N$$
$$R_8 = N_7 - N_8 = -0{,}003(Q_2 + Q_1) = -2{,}92 \cdot 10^5 N$$
$$R_9 = N_8 - N_9 = 0$$
$$R_{10} = 0{,}609(Q_2 + Q_1) = 5{,}95 \cdot 10^5 N$$

Wielkości sił w cięgłach i połączeniach przedstawiono na rysunku 4 . Z analizy wartości przenoszonych sił wynika, że połączenia z ceownikami nie pracują równomiernie. Przeniesienie obciążenia następuje głównie poprzez połączenia zewnętrzne, a pozostałe są obciążone nieznacznie.



Rys. 4

Literatura

[1] E.C.Pestel, F.A.Leckie - Matrix Methods in Elastomechanics, Mc Graw-Hill 1963r.

[2] G.Rakowski - Zastosowanie macierzy do analizy statycznej i dynamicznej prętów prostych, Arkady 1968r.

[3] Ogólna analiza stereomechaniczna skipu ze szczególnym uwzględnieniem kubła i wskazaniem możliwości zmniejszenia ciężaru - Praca Zespołu Wytrzymałości Materiałów, Instytut Podstaw Konstrukcji Maszyn Politechniki Śląskiej 1976r.

MODEL OF THE FORCE TRANSFER FROM THE COUPLING BAR ONTO THE SKIP BUCKET

When considering a construction of the mechanical devices, one can find some coupling bars axially fixed flexibly/stiffly in seberal points of the elastic construction.
A general pattern has been adopted to describe this arrangement.
A matrix of displacements for a joint, a span and a segment has been worked out due to the conditions of the displacement integrity and the conditions of the equilibrium.
Owing to the matrix of displacements both the forces and the displacements can be determined in any point of the construction.
Due to the presented method, there have been calculated the forces carried by a joint of the skip bucket of $30 \cdot 10^4$ N capacity /with a longitudinal carrying pull rod/.

МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА СИЛЫ ТЯГОЙ НА КОНСТРУКЦИЮ КОВША СКИПА

В машиностроении и строительстве технических оборудований выступают иногда в частях конструкций тягибжестко или податливо прикреплены по многом пунктам в длину своей оси к упругой конструкци. Принято общую модель таково система. Из условий неразделимых перемещений и условий равновеся выведено вид матрицу передача по узлам,прислам и сегментам. Определение сил и перемещений произвольных пунктов системы сводится к применении метода матрицов передача. Применяют предлагаемый метод определено силы которые переносят отдельные соединения шахтового короба /скипа/ грузоподемности $30 \cdot 10^4$Н с несущими продольными тягами.