ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977

Seria: GÓRNICTWO z. 80 Nr kol. 547

KONFERENCJA: MODELOWANIE GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH
9-10.XII.1977

ADAM KLICH
STANISŁAW WOLNY
AKADEMIA GÓRNICZO-HUTNICZA
KRAKÓW

DRGANIA PARAMETRYCZNE W UKŁADZIE NACZYNIE WYDOBYWCZE - ZBROJENIE SZYBOWE

W referacie w oparciu o model układu naczynie wydobywcze - zbrojenie szybowe z uwzględnieniem zmiennej sprężystości zbrojenia przeprowadzono analizę drgań naczynia. Podano równania ruchu naczynia wydobywczego określając poziome przemieszczenia za pomocą równań parametrycznych drugiego rodzaju. Następnie wyznaczono obszary stabilnych rozwiązań tych równań poprzez ich sprowadzenie do ogólnej postaci równania Mathie'u, jako funkcji elementów prowadzenia i zbrojenia szybowego. Przeprowadzono analizę doboru parametrów prowadzenia i zbrojenia szybowego zapewniających stabilność rozwiązań równań ruchu jak i minimalizację sił ich wzajemnego oddziaływania.

W oparciu o ogólną metodę asymptotyczną określono rozwiązania tych równań i przeprowadzono dyskusję wpływu zmiennej sprężystości zbrojenia na amplitudę drgań naczynia wydobywczego.

Analiza drgań naczynia wydobywczego, którego wymuszeniami z położenia równowagi są nierówności prowadników była tematem kilku prac przy pominięciu wpływu zmiennej sprężystości zbrojenia na ich amplitudę i stabilność [3] [2]. Przyjęcie takiego uproszczenia w znaczny sposób ułatwia przeprowadzenie dalszej analizy, dla jakich jednak parametrów zbrojenia szybu można go wprowadzić przy sztywnym prowadzeniu naczyń wydobywczych jest treścią niniejszego opracowania.

Analizę drgań naczynia wydobywczego przeprowadzono w oparciu o model przedstawiony na rysunku 1.

Do opisania położenia równowagi naczynia wydobywczego przyjęto ruchomy układ współrzędnych x, y, z o początku w jego środku masy "s" i osiach równoległych do osi symetrii naczynia, układ nieruchomy x_1, y_1, z_1 którego oś z_1 jest równoległa do osi szybu, początek układu znajduje się w podszybiu, oraz układ x_o, y_o, z_o przechodzący przez geometryczne osie symetrii naczynia wydobywczego.

Analizę przemieszczeń naczynia wydobywczego przeprowadzono przy następujących założeniach:

- naczynie wydobywcze potraktowano jako ciało sztywne, które w swym ruchu w szybie posiada 6 stopni swobody, może doznawać przemieszczeń w kierunku osi x, y, z oraz obrotów względem tych osi.

Z tego przestrzennego ruchu wyodrębniono za [3] następujące składowe

1/ pionowy ruch naczynia w kierunku osi "z" z prędkością v

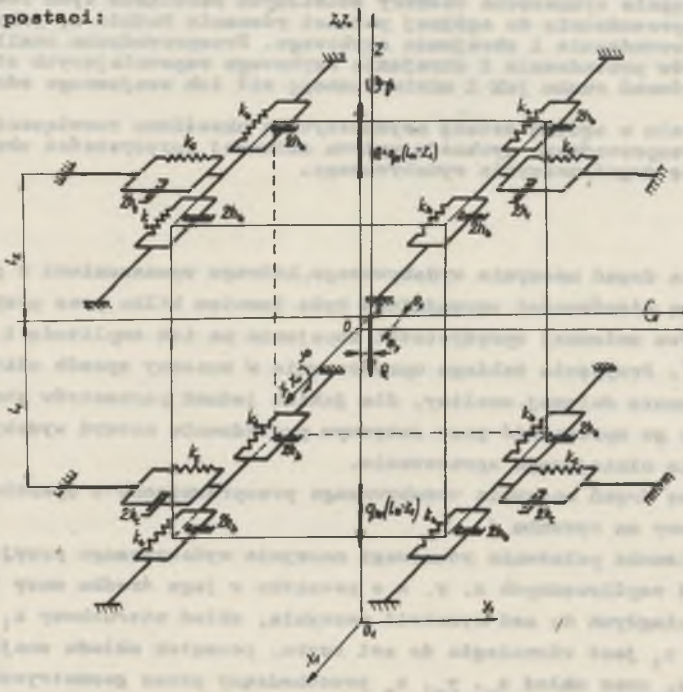
2/ przemieszczenia w kierunku osi "x" oraz obrót wokół osi "y"

3/ przemieszczenia w kierunku osi "y" oraz obroty wokół osi "x" i "z".

Przy przyjęciu dodatkowych założeń upraszczających a mianowicie:

- uważając pionową prędkość naczynia za stałą
- rozpatrując odrębnie składowe wymienione w p.2 i p.3
- wymuszeniami naczynia z położenia równowagi jest zmienna sprężystość zbrojenia
- prowadnica przez cały czas ruchu naczynia pozostaje w kontakcie z prowadnikiem
- odległość prowadnicy górnej od środka masy naczynia wydobywczego jest równa odległości prowadnicy dolnej od środka masy naczynia wydobywczego.

Dla modelu układu przedstawionego na rys.1 przy uwzględnieniu powyższych założeń oraz rzeczywistych parametrów elementów prowadzenia, korzystając z równań Lagrange'a drugiego rodzaju, równania ruchu naczynia zapisano w postaci:



Rys. 1. Model mechaniczny układu naczynie wydobywcze - zbrojenie szybowe z uwzględnieniem zmiennej sprężystości zbrojenia.

$$m\ddot{x}_s + 8h_b \cdot \dot{x}_s + \left[2k_{b(t)} + 2k_{b(t+\tau)}\right] \cdot x_s = 0 \tag{1}$$

$$m\ddot{y}_s + 4h_c \cdot \dot{y}_s + \left[k_{c(t)} + k_{c(t+\tau)}\right] \cdot y_s = 0 \tag{2}$$

$$I_x\ddot{\varphi} + 4h_c \cdot l^2 \cdot \dot{\varphi} + \left[k_{c(t)} + k_{c(t+\tau)}\right] \cdot \varphi \cdot l^2 = (Q + q)\, e_y - \left[(Q + q) \cdot l + 2q_w \cdot (H - z_1) \cdot l\right]\varphi \tag{3}$$

$$I_y\ddot{\psi} + 8h_b \cdot l^2 \cdot \dot{\psi} + \left[2k_{b(t)} + 2k_{b(t+\tau)}\right] \cdot \psi \cdot l^2 = (Q + q)\, e_x - \left[(Q + q) \cdot l + 2q_w (H - z_1) \cdot l\right]\psi \tag{4}$$

$$I_z\ddot{\vartheta} + 8h_b \cdot b^2 \cdot \dot{\vartheta} + \left[2k_{b(t)} + 2k_{b(t+\tau)}\right] \cdot \vartheta \cdot b^2 = M_{OLN}(z_1) + M_{OLW}(z_1) \tag{5}$$

gdzie:

x_s, y_s - współrzędne liniowe środka masy naczynia wydobywczego,

φ, ψ, ϑ - kąty obrotu naczynia wydobywczego względem osi x, y, z,

$2h_b$ - współczynnik tłumienia wiskotycznego układu prowadnica krążkowa boczna - zbrojenie szybowe,

$2h_c$ - współczynnik tłumienia wiskotycznego układu prowadnica krążkowa czołowa - zbrojenie szybowe,

k_b - współczynnik sprężystości układu prowadnica krążkowa boczna - zbrojenie szybowe z uwzględnieniem zmiennej sprężystości zbrojenia,

k_c - współczynnik sprężystości układu prowadnica krążkowa czołowa - zbrojenie szybowe z uwzględnieniem zmiennej sprężystości zbrojenia,

I_x, I_y, I_z - momenty bezwładności naczynia wydobywczego względem osi x, y, z,

m - masa naczynia wydobywczego,

e_x, e_y, e_z - współrzędne przesunięcia środka masy naczynia wydobywczego poza jego geometryczne osie symetrii,

Q - ciężar urobku,

q - ciężar naczynia wydobywczego,

H - głębokość ciągnienia,

q_w - ciężar 1 mb liny wyrównawczej,

$\tau = \frac{v}{2l}$ - czas przejazdu przez naczynie drogi równej odległości między górnymi a dolnymi prowadnicami,

2l - odległość między prowadnicami

2b - odległość między prowadnicami w płaszczyźnie poziomej /górnymi lub dolnymi/

v - prędkość naczynia,

$M_{OLN}(z_1)$ - moment odkrętu liny nośnej,

$M_{OLW}(z_1)$ - moment odkrętu liny wyrównawczej,

Jeżeli połączenia prowadników z dźwigarami są dostatecznie sztywne, to ciąg prowadnikowy można traktować jako belkę na sprężystych podporach o jednakowej rozpiętości przęseł l_o równej odległości dźwigarów. Z wystarczającą dokładnością można założyć, że zmiana zastępczej sprężystości zbrojenia szybowego /dźwigary plus prowadnik/ zachodzi wg wzoru:

$$k_z = \frac{k_d + k_p}{2} - \frac{k_d - k_p}{2} \cos\omega t \tag{6}$$

gdzie:

k_z - zastępczy współczynnik sprężystości zbrojenia szybowego,

k_d - współczynnik sprężystości zbrojenia w miejscu zamocowania prowadnika na dźwigarze,

k_p - współczynnik sprężystości zbrojenia w środku rozpiętości między dźwigarami.

Wprowadzając oznaczenia:

$$\frac{k_d + k_p}{2} = C \qquad \frac{k_d - k_p}{2} = D \tag{7}$$

Sumaryczny współczynnik sprężystości układu prowadnica czołowa - zbrojenie szybowe przyjmuje postać:

$$k_c = \frac{E \cdot C\left(1 - \frac{D}{C}\cos\omega t\right)}{(E + C)\left(1 - \frac{D}{E + C}\cos\omega t\right)} \tag{8}$$

gdzie: $E = k_{p_c} = k_{p_b}$ - współczynnik sprężystości prowadnicy krążkowej czołowej lub bocznej.

Jak wykazały przeprowadzone rozważania [3] decydujący wpływ na amplitudę poziomych drgań naczynia wydobywczego mają przemieszczenia w płaszczyźnie z, y. Dlatego w oparciu o równania dotyczące przemieszczeń względem współrzędnych y, φ postanowiono rozważyć wpływ zmiennej sprężystości zbrojenia szybowego na amplitudę drgań i obszary stabilnych rozwiązań tych równań.

Równanie ruchu naczynia wydobywczego wzdłuż współrzędnej "y" z uwzględnieniem zmiennej sprężystości zbrojenia przyjmuje postać:

$$m\ddot{y} + 4h_o \cdot \dot{y} + \left\{\frac{EC\left(1 - \frac{D}{C}\cos\omega t\right)}{(E + C)\left(1 - \frac{D}{E + C}\cos\omega t\right)} + \frac{EC\left[1 - \frac{D}{C}\cos\omega(t + \lambda)\right]}{(E + C)\left[1 - \frac{D}{E + C}\cos\omega(t + \lambda)\right]}\right\} y = 0 \tag{9}$$

Wprowadzając następujące podstawienia:

$$\alpha = \frac{E \cdot C}{E + C}; \qquad \varepsilon_1 = \frac{D}{E \cdot C}; \qquad \varepsilon_2 = \frac{D}{E + C}$$

Wobec małych wartości ε_1 i ε_2 w porównaniu z jednością, wyrażenie przy y w równaniu ruchu można przedstawić następująco:

$$\frac{1 - \varepsilon_1 \cdot \cos\omega t}{1 - \varepsilon_2 \cdot \cos\omega t} = 1 - \varepsilon \cdot \cos\omega t$$

gdzie: $\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$

Wówczas równanie ruchu przyjmuje postać:

$$m\ddot{y} + 4h\dot{y} + k\left[1 + \varepsilon\cos\omega t + 1 + \varepsilon\cos\omega(t + \tau_0)\right] \cdot y = 0 \qquad (10)$$

oraz

$$\ddot{y} + \delta\dot{y} + \left(\lambda + \gamma\cos\omega t_0\right) = 0 \qquad (11)$$

po wprowadzeniu następujących oznaczeń:

$$\delta = \frac{4h}{m}; \quad \lambda = \frac{2k}{m}; \quad \frac{2k}{m} \cdot \varepsilon \cdot \cos\frac{\omega\tau}{2} = \gamma; \quad t + \frac{\tau}{2} = t_0$$

Podstawiając:

$$\omega t_0 = 2\tau; \quad w_{0(\tau)} = y_{(\tau)}$$

otrzymano:

$$\frac{d^2 w_0}{d\tau^2} + \frac{2\delta}{\omega} \cdot \frac{dw_0}{d\tau} + \left(\frac{4\lambda}{\omega^2} + \frac{4\gamma}{\omega^2}\cos 2\tau\right) w_0 = 0 \qquad (12)$$

Wprowadzając podstawienia:

$$\frac{4\lambda}{\omega^2} = a_0; \quad \frac{\gamma}{4\omega^2} = q_0$$

otrzymano:

$$\frac{d^2 w_0}{d\tau^2} + \frac{2\delta}{\omega} \cdot \frac{dw_0}{d\tau} + \left(a_0 + 16q_0\cos 2\tau\right) w_0 = 0 \qquad (13)$$

Stosując transformatę:

$$w_{0(\tau)} = u_{(\tau)} \cdot e^{-\delta\tau/\omega}$$

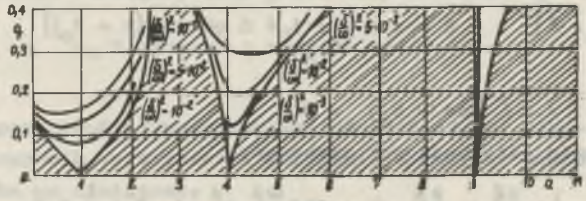
otrzymujemy następujące równanie określające przemieszczenie naczynia:

$$\frac{d^2 u}{d\tau^2} + \left(a_0 - \frac{\delta^2}{\omega^2} + 16q_0\cos 2\tau\right) u = 0 \qquad (14)$$

Równanie (14) jest szczególnym przypadkiem równania liniowego drugiego rzędu o współczynnikach okresowych zwanym równaniem Mathie'ugo. Równanie to charakteryzuje się obszarami statecznego i niestatecznego rozwiązania. Rozwiązania równania (14) o okresie 4π lub 2π nazywają się funkcjami Mathie'ugo. Ażeby takie rozwiązania mogły istnieć, parametr a_0 dla ustalonej wartości q_0 powinien przyjmować pewną określoną wartość wybraną z nieskończonego ciągu wartości.

Na rys.2 przedstawiono charakterystyczne krzywe dzieląc płaszczyznę q_0, a_0 na obszary stateczności i niestateczności. Równanie (14) ma rozwiązania niestateczne, jeśli punkt odpowiadający wartościom a_0 i q_0 leży w obszarze niestateczności nie zakreskowanym, ma zaś rozwiązanie stateczne, jeśli punkt odpowiadający wartościom a_0 i q_0 leży w obszarze stateczności

/zakreskowanym/. Obszarów stateczności i niestateczności jest nieskończenie wiele. Z praktycznego punktu widzenia najważniejsze są pierwsze z nich. Dzięki współczynnikowi tłumienia obszary rezonansowe zwężają się i ostrza ich oddalają się od osi a_o /rys.2/. Wpływ ten uwydatnia się szczególnie w odniesieniu do obszarów rezonansowych wyższych rzędów /2. 3 .../.



Rys. 2.

Z dwu pierwszych związków 70.5 [1] otrzymano pierwszy obszar rezonansowy określony w przybliżeniu nierównością:

$$1 - 8q_o < a_o - \frac{\delta^2}{\omega^2} < 1 + 8q_o \tag{15}$$

a po uwzględnieniu wyżej wprowadzonych oznaczeń:

$$1 - \frac{\alpha\,\varepsilon}{m\cdot\omega^2}\cdot\cos\frac{\omega\tau}{2} < \frac{1}{\omega^2}\left(\frac{4\alpha}{m} - \frac{16h^2}{m}\right) < 1 + \frac{\alpha\,\varepsilon}{m\cdot\omega^2}\cdot\cos\frac{\omega\tau}{2} \tag{16}$$

obszar rezonansowy wystąpi więc dla $a_o = n^2$, tj. gdy

$$\omega^2 = \frac{1}{n^2}\,\frac{16\cdot E\cdot C}{(E + C)\,m} \tag{17}$$

Podstawiając za

$$\omega = \frac{\pi\cdot v}{l_o}$$

gdzie: v - prędkość naczynia,

l_o - odległość dźwigarów w pionie

Wyrażenie (17) przyjmuje postać:

$$\frac{\pi^2\cdot v^2}{l_o^2} = \frac{16}{n^2}\,\frac{E\cdot C}{E + C}\cdot\frac{1}{m} \tag{18}$$

Wprowadzając podstawienie:

$$\frac{E\cdot C}{E + C} = k_o \tag{19}$$

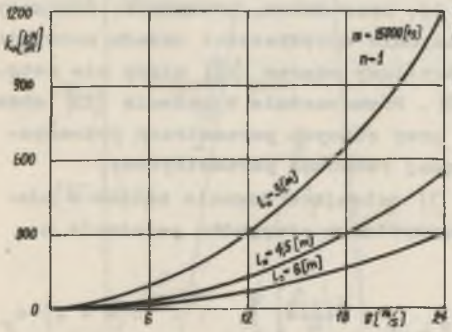
k_o - nazwano średnim współczynnikiem sprężystości układu naczynie wydobywcze - zbrojenie szybowe dla prowadnic czołowych

$$k_o = \frac{\pi^2\cdot v^2\cdot m}{8l_o^2}\cdot n^2 \tag{20}$$

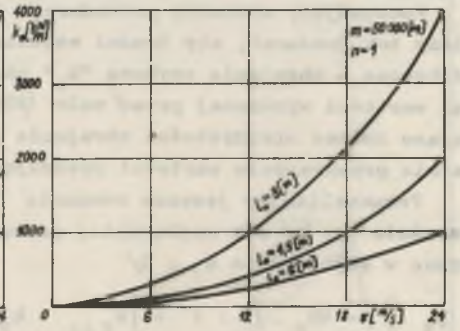
Jeżeli prawa strona równania (20) osiągnie wartość równą średniemu współczynnikowi sprężystości k_o określonego wzorem (19) wówczas należy się li-

czyć z nieograniczonym wzorem amplitudy drgań naczynia wydobywczego. Pojawienie się drgań rezonansowych prowadzi w konsekwencji do zniszczenia układu. Aby zjawisku temu zapobiec należy tak dobierać parametry zbrojenia szybowego oraz prowadnic aby współczynnik sprężystości k_o przy zmiennej wartości prędkości v jak również zmiennej masie urządzenia wydobywczego nigdy nie osiągnął wartości powodującej rezonans parametryczny.

Na wykresach rys.3 i 4 podano wartości średniego współczynnika sprężystości powodującego rezonans parametryczny dla różnych wartości parametrów naczynia wydobywczego i zbrojenia szybowego. Wartości te dotyczą drgań poziomych określonych równaniem (2) dla pierwszego obszaru rezonansowego n = 1 . Dla pozostałych obszarów rezonansowych wartości te zgodnie z równaniem (20) będą odpowiednio większe, np. n = 2 cztery razy, dla n = 3 dziewięć razy itd.



Rys.3.



Rys.4.

Na wspomnianych wykresach wartości średniego współczynnika sprężystości k_o powodującego rezonans podano dla następujących danych:

- masa naczynia wydobywczego m = 15 000; 50 000 kg
- prędkość ciągnienia v = 6; 12; 18, 24 m/s
- odległość między dźwigarami w pionie l_o = 3; 4,5; 6 m.

Ponieważ szerokość obszaru rezonansowego jest uzależniona od wartości parametrów a_o i q_o istnieje konieczność jego określenia, która wynosi

$$16q_o = \varepsilon \cdot \cos \frac{\omega \tau_o}{2} \tag{21}$$

Należy tu pamiętać, że na jego wartość mają wpływ współczynniki sprężystości zbrojenia i prowadnic. Dla najbardziej niekorzystnego przypadku prowadzenia tj. gdy stosunek odległości prowadnic górnych od dolnych "21" do odległości dźwigarów w pionie "l_o" jest liczbą naturalną n/1, 2, .../ wtedy τ_o = 0, a $\cos \frac{\omega \tau_o}{2}$ = 1, szerokość obszaru rezonansowego wynosi .

$$\varepsilon = \frac{E \cdot D}{(E + C)\, C} = 16q_o \tag{22}$$

Podstawiająo wyrażenie (19) do (22) otrzymano:

$$q_o = \frac{k_o}{16} \cdot \frac{D}{C^2} \Rightarrow \frac{D}{C^2} \leqslant \frac{16q_o}{k_o} \tag{23}$$

Na podstawie rys.3 [1] określono wartości q_o dla konkretnego parametru a_o przy którym naczynie wydobywcze znajduje się na granicy stabilności. Wartości te zestawiono w tablicy 1.

Tablica 1

a_o	1	2	3	4	5	6	7	8	9
q_o	0	0,14	0,4	0	0,18	0,26	0,35	0,5	0

Dla pierwszych trzech obszarów stabilności /dla a_o = 9/ pozostałe w praktyce nie mają większego znaczenia [4] określono dopuszczalny stosunek $\frac{D}{C^2}$ nie powodujący jeszcze rezonansu, dla różnych wartości parametrów zbrojenia szybowego i naczynia wydobywczego, co przedstawiono na rys.5.

Reasumując, elementy prowadzenia tj. prowadnica, prowadnik, dźwigary należy tak dobierać, aby średni współczynnik sprężystości układu naczynie wydobywcze - zbrojenie szybowe "k_o" określony wzorem (19) nigdy nie osiągnął wartości wyrażonej przez wzór (20). Równocześnie wyrażenie (23) określające zmianę sprężystości zbrojenia przy różnych parametrach prowadzenia nie przekraczało wartości powodującej rezonans parametryczny.

Przeanalizujmy jeszcze równanie (3) opisujące drgania kątowe w płaszczyźnie /y, z/ dla najbardziej niekorzystnego przypadku położenia naczynia w szybie /dla z_1 = 0/

$$J_x \cdot \ddot{\varphi} + 4h_o \cdot \dot{\varphi} \cdot l^2 + \left[k_{c\,(t)} + k_{c\,(t+l)} + \frac{Q+q}{l}\right] \varphi \cdot l^2 = (Q+q)\, e_y$$

Wyrażenie $\frac{Q+q}{l}$ pominięto jako małe w porównaniu z $k_{c\,(t)}$ i $k_{c\,(t+l)}$

Postępując analogicznie jak w przypadku równania (2) określono wzór na średni współczynnik sprężystości zbrojenia powodujący rezonans

$$k_o = \frac{m \cdot \chi^2 \cdot v^2}{2l_o^2} \cdot n^2 \tag{24}$$

oraz dopuszczalny stosunek zmiennej sprężystości zbrojenia

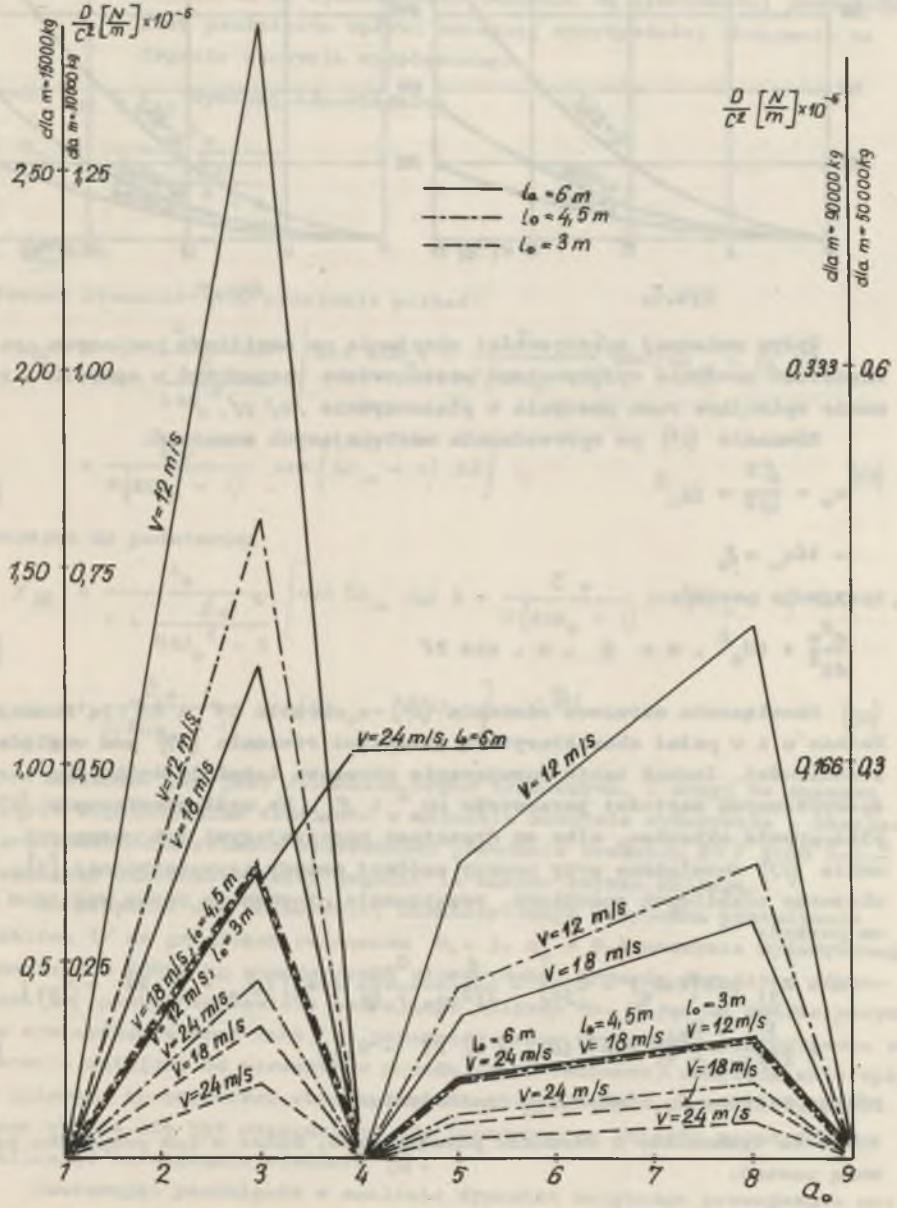
$$\frac{D}{C^2} = \frac{16q_o}{k_o} \tag{25}$$

gdzie: k_o - określona wzorem (24).

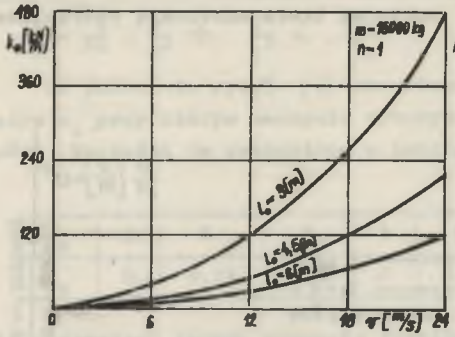
Podobnie jak dla drgań poziomych, określono wartości współczynnika k_o powodującego rezonans dla tych samych parametrów naczynia wydobywczego i zbrojenia szybowego, co przedstawiono na wykresach /rys.6 i 7/.

Dopuszczalna wartość stosunku D/C^2 nie powodująca jeszcze rezonansu parametrycznego w przypadku drgań skrętnych jest 2,5 raza większa niż w przypadku drgań poziomych dla tych samych parametrów urządzenia wydobywczego. Ponieważ ograniczenia te muszą być równocześnie spełnione, wystar-

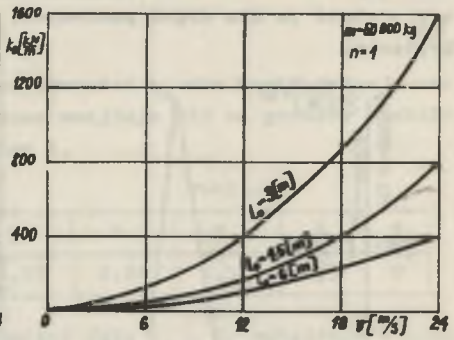
czy spełnić je dla drgań poziomych, ponieważ tamte narzucają ostrzejsze kryteria.



Rys.5. Wykres wyrtości $\frac{D}{C^2}$ po przekroczeniu której następuje rezonans parametryczny.



Rys.6.



Rys.7.

Wpływ zmiennej sprężystości zbrojenia na amplitudę poziomych przemieszczeń naczynia wydobywczego postanowiono rozpatrzyć w oparciu o równanie opisujące ruch naczynia w płaszczyźnie /z, y/.

Równanie (14) po wprowadzeniu następujących oznaczeń:

$$a_o = \frac{\delta^2}{\omega^2} = \omega_o^2 \tag{26}$$

$$-16q_o = \varepsilon$$

przyjmuje postać:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2} + \omega_o^2 \cdot u = \varepsilon \cdot u \cdot \cos 2\tau \tag{27}$$

Rozwiązania okresowe równania (27) o okresie 2π i 4π są funkcjami Mathie'u i w pełni charakteryzują własności równania (27) pod względem stabilności. Jednak takie rozwiązanie okresowe istnieje tylko dla bardzo specyficznych wartości parametrów ω_o^2 i ε_o. Na ogół rozwiązania (27) są albo prawie okresowe, albo są drganiami narastającymi lub gasnącymi. Równanie (27) rozwiązano przy pomocy ogólnej metody asymptotycznej [5]. W obszarze stabilnych rozwiązań, rozwiązanie pierwszego rzędu względem ε_o ma postać:

$$u = C_{31} \cos\left(2\omega_o\tau - C_{32}\right) - \frac{\varepsilon_o \cdot C_{31}}{2\left(2\omega_o + 1\right)} \cos\left[\left(\omega_o + 1\right) 2\tau - C_{31}\right] +$$

$$+ \frac{\varepsilon_o \cdot C_{31}}{2\left(2\omega_o - 1\right)} \cos\left[\left(\omega_o - 1\right) 2\tau - C_{32}\right] \tag{28}$$

gdzie: zarówno C_{31} jak i C_{32} są stałymi.

Stałe te wyznaczono z warunków początkowych, które w tym przypadku przyjmują postać:

$$\tau = 0 \qquad u_{(0)} = A_o$$

$$\tau = 0 \qquad \dot{u}_{(0)} = 0$$

gdzie: A_o - maksymalna amplituda przemieszczeń naczynia wzdłuż współrzędnej y określona w przeprowadzonym rozważaniu [2], przy założeniu że wymuszeniami naczynia są nierówności prowadników przy pominięciu wpływu zmiennej sprężystości zbrojenia na drgania naczynia wydobywczego.

Stałe C_{31} i C_{32} wynoszą odpowiednio:

$$C_{31} = \frac{A_o}{1 + \frac{\varepsilon_o}{4\omega_o^2 - 1}}$$

$$C_{32} = 0$$

Wówczas równanie (28) przyjmuje postać:

$$u_{(\tau)} = \frac{A_o}{1 + \frac{\varepsilon_o}{4\omega_o^2 - 1}} \left[\cos 2\omega_o \tau - \frac{\varepsilon_o}{2(2\omega_o + 1)} \cos(\omega_o + 1)\, 2\tau + \right.$$

$$\left. + \frac{\varepsilon_o}{2(2\omega_o - 1)} \cos(\omega_o - 1)\, 2\tau \right] \tag{29}$$

wracając do podstawień

$$y_{(t)} = \frac{A_o}{1 + \frac{\varepsilon_o}{4\omega_o^2 - 1}} \left[\cos \omega_o \cdot \omega\, t - \frac{\varepsilon_o}{2(2\omega_o + 1)} \cos(\omega_o + 1)\, \omega\, t + \right.$$

$$\left. + \frac{\varepsilon_o}{2(2\omega_o - 1)} \cos(\omega_o - 1)\, \omega\, t \right] \cdot e^{-\frac{\alpha}{m} t} \tag{30}$$

Równanie (30) jest równaniem drgań tłumionych. Z uwagi na znaczną wartość współczynnika tłumienia w układzie naczynie wydobywcze - zbrojenie szybowe /dla obecnie stosowanych prowadnic średnich $2h > 5000 \frac{N \cdot s}{m}$ a wymagane znacznie wyższe/ drgania te bardzo szybko znikają.

Na przykład dla najbardziej niekorzystnego przypadku prowadzenia /tablica 1/ na granicach rezonansu $\alpha_o = 3$, $q_o = 0,4$ naczynia wydobywczego o masie m = 50000 kg znajdującego się w ruchu, drgania określone równaniem (30) prawie całkowicie znikają po upływie 4s. Mając na uwadze powyższe stwierdzenie oraz fakt, że parametry pracy urządzenia wydobywczego są znacznie mniejsze od parametrów powodujących rezonans, uwzględnienie wpływu zmiennej sprężystości zbrojenia na amplitudę drgań naczynia wydobywczego wydaje się być uzasadnione. Do identycznego wniosku można dojść analizując rozwiązanie równania (3).

Reasumując pominięcie w analizie dynamiki sztywnego prowadzenia naczyń dla obecnie stosowanej konstrukcji urządzeń wyciągowych wpływu zmiennej sprężystości zbrojenia dla rozwiązań stabilnych na amplitudę poziomych drgań naczynia wydobywczego jest uzasadnione, a dla celów prak-

tycznych nawet konieczne.

[1] Hayashi Ch. - Drgania nieliniowe w układach fizycznych. WNT. Warszawa 1968.

[2] Klich A, Wolny S. - Dynamika sztywnego prowadzenia naczyń wydobywczych z prowadnicami krążkowymi. Materiały z XV Sympozium "Optymalizacja w mechanice", Gliwice - Wisła 1976 rok.

[3] Knop H. - Zagadnienie sił działających na zbrojenie szybowe w czasie ruchu naczyń wydobywczych. Praca doktorska, AGH, Kraków 1964 r.

[4] Piszczek K., Wołczak J. - Drgania w budowie maszyn. PWN. Warszawa 1972 r.

[5] Struble R.A. - Równania różniczkowe nieliniowe. PWN. Warszawa 1965 r.

A Parametric Vibration in the System a Gin Tub - - Shaft Reinforcement

Summary

The paper presents the analysis of Vibration of a gin tub assuming that it is forced by variable elasticity of shaft reinforcement. Using the Lagrange's equations of the second type independent equations were obtained of the tub motion in relation to generalized coordinates. These equations were reduced to a general form of the Mathieu's equation which is characteristic for the regions of stable and unstable solution.

The regions were determined of stable solution of these equations as functions of the parameters of shaft reinforcement.

On the basis of the general asymptotic method the solutions were determined of these equations and the discussion was carried-out of the influence of variable elasticity of reinforcement on the amplitude of vibration of a gin tub.

Параметрические колебания подёмного сосуда и армирования шахтного ствола

Резюме

В реферате произведен анализ кол ебаний подъёмного сосуда с учётом, что их принуждениями является переменная упругость армирования шахтного ствола. Пользуясь уравнениями Лагранжа II рода, были получены независимые движения сосуда по отношению к обобщающим координатам. Уравнения эти были проверены до общего вида уравнения Матье которые характеризуется областями устойчивого и неустойчивого решения.

Определены области устойчивого решения этих уравнений как функции параметров армирования шахтного ствола.

На основании общего асимптотического метода определены решения этих уравнений и была проведена дискуссия влияния переменной упругости армирования на амплитуду колебаний подъёмного сосуда.