Serie: GORNICTWO z. 81

Nr. kol. 548

1977

KONFERENCJA: MODELOWANIE GÓRNICZYCH MASZYN WYCIAGOWYCH 9-10.XII.1977

a property optorywaysh bated entering at

In avenue, the allowers of even I trenate

JAN KOSZELSKI POLITECHNIKA ŚLASKA GLIVICE

WPŁYW WYKŁADZINY CIERNEJ NA OBCIAŻENIE POWŁOKI WIELOLINOWEGO KCŁA PEDNEGO

W artykule przedstawiono modyfikację metody obliczeń momentów po-łudnikowych występujących w powłoce wielolinowego koła pędnego. Podstawą modyfikacji jest założenie, że wykładzina cierna obciążona jest siłą skupioną i pracuje jako belka sprężysta na podłożu sztywnym, którym jest powłoka. Podano wyrażenia na wykonanie obliczeń momentów południkowych oraz przykłady obliczeń tych momentów w powłoce maszyny wyciągowej typu MK-3, 25x4 dla obciążenia: skupionego, równomiernie rozłożonego i nierównomiernie rozłożonego wynikającego z pracy wykła-dziny jako belki sprężystej. W drugim i trzecim przypadku otrzymano odpowiednic o około 30 i 20 % mniejsze wartości momentów w porównaniu do przymadku nierwszego. do przypadku pierwszego.

1. Watep

W obliczeniach stereomechanicznych powłoki wielolinowego koła pędnego zakłada się, że obciążenie liną tworzącej powłoki działa jako siła skupiona i tym samyn nie uwzglednia się wykładziny ciernej współpracującej z liną i powłoką [4]5]. Przy takim założeniu w wykonywanych obliczeniach otrzymuje się większe wartości naprężeń w porównaniu do naprężeń występujących rzeczywiście w powłoce, o czym już zasygnalizowano w pracy [4] .

W Instytucie Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej przeprowadzono badania modelowe powłoki wielolinowego koła pędnego, z których wynika, że odkształcenia powłoki wywołane momentami południkowymi są mniejsze niż odkaztałcenia obliczone przy przyjęciu obciążenia działającego jako siła skupiona. Badania przeprowadzono na powłoce gładkiej, przy czym lina bezpośrednio obciążała powłokę. Pod wpływem obciążenia

T od

(2)

liny, jej profil przekrojowy uległ deformacji w wyniku której utworzyła się odpowiednia powierzchnia styku między liną a powłoką, co w pewnym stopniu modelowało wpływ wykładziny ciernej. Uwzględniając powierzchnię styku liny, w obliczeniach maksymalnego momentu południkowego, otrzymano o 7 % mniejszą jego wartość w porównaniu do wyniku obliczonego przy założeniu siły skupionej [2]. Szerokość wykładziny ciernej w kole pędnym wynosi około dwie średnice liny i tym samym wpływ wykładziny ciernej na przeroszenie obciążenia liny na powłokę jest wyrcźnie większy niż w przypadku opisywanych badań modelowych.

Celem niniejszej pracy jest podjęcie próby rozwiązania zagadnienia przenoszenia obciążenia liny na powłokę, za pośrednictwem wykładziny ciernej i przez to otrzymanie dokładniejszych niż dotychczas wyników obliczeń wytrzymałościowych.

2. Rozkład momentów południkowych wzdłuż tworzącej powłoki

Momenty południkowe, które zginają tworzące powłoki przy obciążeniu jedną liną określamy [6]

$$\mathbf{M}_{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{P}}{4 \, \beta} \cdot e^{-\beta \mathbf{X}} \left(\cos \beta \mathbf{X} - \sin \beta \mathbf{X} \right); \qquad (1)$$

- P siža skupiona;
- $P = \frac{Z}{5}$:
- R promień środkowy powłoki;
- Z naciąg liny;

$$7 = \frac{1}{R^2 + R^2}$$

g - grubość powłoki:

Y - liczba Poissona;

e - podstawa logarytmów naturalnych.

Przykładowo, na rys.1 przedstawiono rozkład momentów południkowych obliczony przy korzystaniu z (1), dla powłoki koła pędnego maszyny wyciągowej typu MK-3, 25x4. Parametry powłoki: R=1, 5m, długość powłoki L=1,2m, g=0,016m, P=73 kN/m i $\gamma = 0,29$.

Odległości punktów, w których wartości momentów wynoszą zero przy obciążeniu powłoki jedną liną obliczamy z warunku spełniającego równanie (1)

cos AI - sin AI = 0;

 $\mathbf{x} = \frac{\mathbf{x}}{\mathbf{4}\mathbf{A}} + \frac{\mathbf{n}\mathbf{x}}{\mathbf{A}}$

Odległości punktów, w których występują maksyna momentów wtórnych przy obciążeniu powłoki jedną liną oblaczamy z warunku

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\mathbf{x}} = -\frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{e}^{-\beta \mathbf{x}} \cos \beta \mathbf{x} = 0;$$

$$\cos \beta \mathbf{x} = 0;$$

$$\mathbf{x} = \frac{\pi}{2\beta} + \frac{\mathbf{n}^{\mathbf{x}}}{\beta} :$$

$$\mathbf{n} = 0, 1, 2, 3, 4...$$

W powłoce obciążonej więcej niż jedną liną występuje zjawisko superpozycji momentów. Przykładowo na rys.1 przedstawiono wykres momentów w powłoce maszyny wyciągowej typu MK-3, 25x4 wywołany obciążeniem powłoki czterema linami, linia przerywana b.





17

(3)

(4)

Z rys.1 wykres a, zauważamy, że w miarę zwiększania się odległości od siły skupionej wartość momentu szybko się zmniejsza. Wartość bezwzględna momentu spowodowanego obciążeniem jednej liny leżącej najbliżej brzegu powłoki, spada do 10 % wartości początkowej pod drugą kolejną liną od brzegu, a pod kclejną trzecią liną spada do 1 %.

3. Rozkład momentów przy równomiernym obciążeniu powłoki lina

Obciążenie równomierne odcinka tworzącej powłoki spowodowane działaniem liny otrzymamy wówczas, jeśli zastosujemy podkładkę stalową o odpowiedniej grubości pod wykładziną cierną. W takim przypadku maksymalny momen+ południkowy [2]

$$\mathbb{M}_{\max} = \frac{q}{2\beta^2} \cdot e^{-\beta\frac{2}{2}}, \quad \sin\beta\frac{\pi}{2}$$

gdzie: $q = \frac{p}{s}$

s - szerokość podkładki pod wykładziną cierną.

Momenty południkowe występujące na brzegach podkładki i za podkładką obliczamy odpowiednio

$$M_{\rm g} = \frac{q}{4\beta^2} \cdot e^{-\beta g} \cdot \sin \beta \eta; \qquad (5)$$

$$M_{x} = \frac{q}{46^{2}} \cdot e^{-6\theta} \cdot \min_{\beta x} \cdot e^{-\beta (x - \frac{\theta}{2})} \cos(x - \frac{\theta}{2})_{\beta} - \min(x - \frac{\theta}{2})_{\beta} \quad (6)$$

W przykładzie omawianym już przez nas przebiegi momentów obliczone przy korzystaniu z (1), (4), (5) i (6) przedstawiono na rys.2. Wartość momentu maksymalnego obliczona dla obciążenia równomiernie rozłożonego wypada o około 30 % mniejsza w porównaniu do momentu obliczonego przy założeniu obciążenia działającego jako siła skupiona. Ponadto pierwszy punkt zerowy przy obciążeniu równomiernym jest bardziej oddalony od przyłożonej liny niż w przypadku przyjęcia do obliczeń siły skupionej. Podobnie oddalone jest pierwsze maksymum momentu wtórnego, co w naszym przykładzie jest przypadkiem korzystnym albowiem wówczas wieksza wartość momentu ujemnego redukuje się z pikiem momentu dodatniego pod siłą skupioną działającą w sąsiedniej linie. Korzystając z równania (1) i (4) można dobrać szerokość podkładki jak również i grubość powłoki przy stałym jej promieniu, tak, że pierwsze momenty wtórne wynikające z obciążenia linami sąsiadującymi zredukują się z momentami globalnymi. Wartość pierwszego momentu wtórnego wynosi około 21 % · wartości momentu globalnego. Reali: ując geometrię powłoki, tak aby uzyskać całkowitą redukcję pierwszego momentu wtórnego z momentem globalnym otrzymujemy zmniejszenie tego ostatniego o około 42 \$ pod drugą liną licząc położenie lin od brzegu powłoki.

Wartość druglego maksymum wtórnego jest do pominięcia w obliczeniach wytrzymałościowych powłoki albowiem wynosi ona około 1 % war-

18

tości momentu globalnego.





4. <u>Momenty południkowe przy uwzględnieniu wpływu wykładziny</u> ciernej

Stosowana w kołach pędnych wykładzina cierna jest materiałem cechującym się niską wartością modułu Younga w porównaniu do modułu stali, z której wykonana jest powłoka. Mozna więc przyjąć, że wykładzina pracuje jako belka sprężysta, przy czym obciążona jest siłą skupioną i spoczywa na podłożu sztywnym, za które uważamy powłokę. Oczywiście tą sztywność powłoki uważamy jako względną.

Obciążenie wykładziny liną daje naciski wzdłuż tworzącej powłoki, które określa prawo Winklera [3]

(7)

gdzie: y - ugięcie belki pracującej na sprężystym podłożu,

k - ugięcie jednostkowe wykładziny.

Ugięcie belki o skończonej długości i pracującej na sprężystym podłożu oraz obciążonej siłą skupioną określamy [3]

 $y = e^{\alpha x} / C_1 \cos \alpha x + C_2 \sin \alpha x / + e^{-\alpha x} / C_3 \cos \alpha x + C_4 \sin \alpha x /;$ (8)

gdzie: C1, C2, C3 i C4 - stałe całkowania;

$$d = \sqrt{\frac{k}{4 \text{ EI}}};$$

E - moduł Younga materiału powłoki;

I - jednostkowy moment bezwładności przekrou powłoki.

Znając wartość y i k obliczymy nacisk q wykładziny na powłokę korzystając z (7).

Stałe całkowania C_1 , C_2 , C_3 i C_4 wyznaczamy z warunków początkowych, dla x = 0:

$$\frac{dy}{dx} = 0;$$

$$\frac{dy^3}{dx^3} = \frac{P}{2EI}$$

i warunków brzegowych, dla x = $\frac{3}{2}$:

$$\frac{dy^2}{dx^2} = 0;$$
$$\frac{dy^4}{dx^4} = 0.$$

Po wykonaniu różniczkowań (8) i przeprowadzeniu odpowiednich podstawień wynikćw tych różniczkowań otrzymujemy: dla x = 0;

$$C_{3} = C_{1} + C_{2} + C_{4} ; \qquad (9)$$

$$C_{2} = \frac{P}{8 \alpha^{3} EI} - \frac{C_{4}}{2} , \qquad (10)$$

dla $x = \frac{8}{2};$

$$\frac{dy^2}{dx^2} = 2C_1 \alpha^2 \operatorname{sinax} (e^{-x\alpha} - e^{-\alpha x}) + 2C_2 \alpha^2 e^{\alpha x} \operatorname{cos} \alpha x - \frac{2}{2} 2C_2 \alpha^2 e^{-\alpha x} \operatorname{sinax} - 2\operatorname{cos} \alpha x - \frac{2}{2} \operatorname{sin} e^{-x} (\operatorname{cos} \alpha x - \operatorname{sin} \alpha x) = 0; \quad (11)$$

$$\frac{dy^4}{dx^4} = -2C_1 \alpha^4 \operatorname{cos} \alpha x (2e^{\alpha x} + e^{-\alpha x}) \cdot 4\alpha^4 C_2 e^{\alpha x} \operatorname{sinax} + \frac{2}{2} \operatorname{sinax} + \frac{2}{2}$$

Wpływ wykładziny ciernej na obciążenie powłoki....

+
$$2C_2 \alpha^4 e^{-\alpha x} (3\cos\alpha x - 5\sin\alpha x) - \frac{P}{21} - e^{-\alpha x} (\cos\alpha x + \sin\alpha x) = 0,$$
(12)

Podstawiając odpowiednie dane na wartość $x = \frac{8}{2}$ do wyrażenia (11) i (12) otrzymujemy stałe C₁ i C₂, a następnie z (9) i (10) stałe C₃ i C₄.

Dla omawianego przez nas już przykładu, przy wykładzinie o wysokości h = 0,08 m, z tworzywa sztucznego, które zakładamy, że jest poliamidem, moduł Younga wynosi 2000 MN/m² [1].

Ugiecie jednostkowe

$$k = \frac{8}{h/2}$$
 (13)

Z (13) dla podanych warunków otrzymujemy k = 50000 MN/m² oraz z (9) \div (12) stałe całkowania:

1=	- 0,000004066;	^c ₂ = -	0,00003258;
J ₃ =	0,000029046;	C ₄ =	0,00003637.

Maksymalna wartość ugięcia wykładziny

$$y = C_1 e^{\alpha X} \cos \alpha x + C_3 e^{-\alpha X} \cos \alpha x = 0,00002498 m.$$
 (14)

Na rys.3 przedstawiono przebieg nacisków wykładziny na powłokę wyznaczony na podstawie podanych stałych całkowania i wartości k oraz przy korzystaniu z (7) i (8).



Rys.3. Naciski wykładziny ciernej wzdłuż tworzącej powłoki przy wykładzinie z poliamidu o wysokości h = 0,08 m i module Younga E = 2000 ME/m²

Maksymalny moment określamy

$$\mathbf{M}_{\text{max}} = \int_{0}^{\frac{2\beta}{2\beta}} e^{-\beta B/2} \left(\cos\beta x - \sin\beta x\right) dB; \qquad (15)$$

gdzie: a = ky:

v - określa (8).

Autorowi nie powiodły się próby z całkowania (15) jednakże maksymalny moment można obliczyć również w sposób przybliżony, dzieląc przedział obciażenia s na odpowiednią ilość odcinków n o ich szerokości ds.

$$\mathbf{M}_{\max} = \sum_{1}^{L} \frac{\mathrm{qd}_{\mathrm{s}}}{2\beta} \cdot e^{-\beta \mathbf{x}} \left(\cos\beta \mathbf{x} - \sin\beta \mathbf{x}\right); \qquad (16)$$

gds1e: $ds = -\frac{s}{r}$;

i = $\frac{n}{2}$;

Moment w punkcie, w którym występuje skok obciążenia i za przedziałem obciążenia wyznaczymy odpowiednio

$$\mathbf{M}_{\mathrm{g}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{-i\mathrm{d}3}{4\beta} \, \mathrm{e}^{-\beta \mathbf{X}} \left(\cos \beta \mathbf{x} - \sin \beta \mathbf{x} \right) ; \qquad (17)$$

gdzie: x & s;

$$M_{x} = \sum_{4}^{n} \frac{qds}{4\beta} e^{-\beta X} (\cos \beta x - \sin \beta x) \cdot e^{-\beta B} (\cos \beta s - \sin \beta s); \quad (18)$$

gdzie: a - odległość od przyłożonej siły do punktu, w którym wyznaczamy moment, przy czym a > s/2; x 4 s.

Na rys.3 przedstawiono przebieg momentów - krzywa c obliczona za pomocą wyrażeń: (15),(16) i (17) oraz przy podziale odcinka obciążenia na 8 części. Maksymalny moment zaznaczony na krzywej c jest o 20% mniejszy od momentu obliczonego przy założeniu obciążenia jako siły skupionej - krzywu a. W miarę zwiększania odległości od siły skupionej wartości momentów wyznaczone krzywą c, zbliżają się coraz bardziej do wartości oznaczonych przez krzywą b.

5. Wnioski

Z uwzględnienia wpływu wykładziny ciernej na obciążenie powłoki wielolinowego koła pędnego w obliczeniach stereomechanicznych otrzymujemy:

- Zmniejszenie wartości maksymalnych momentów południkowych, które dla powłoki maszyny wyciągowej typu MK-3,25 wynosi około 20 % w porównaniu do otrzymywanych metodą dotychczas znaną.
- Przesunięcie maksymum pierwszego momentu wtórnego, co zwiększa stopień jego zredukowania się z momentem maksymalnym.

22

Wpływ wykładziny ciernej na obciążenie powłoki....

- Przez zastosowanie podkładki stalowej zmniejszenie maksymalnego momentu o 30 %, w porównaniu do momentu maksymalnego obliczonego, przy przyjeciu obciażenia działającego jako siła skupiona.
- 4. Lepsze rozeznanie do zastosowania geometrii powłoki takiej, aby pierwsze momenty wtórne uległy całkowitej redukcji.

6. Literatura

- Antoniak J. Podstawowe maszyny robocze kopalnianego transportu nomocniczego. Wydawnictwo "Śląsk" Katowice 1973, 8.364.
- 2. Koszelski J. Badania stanu naprężenia powłoki walcowej wielolinowego koła pędnego maszyny wyciągowej. Praca doktorska, Główny Instytut Górnictwa, Katowice 1973, s. 64, 68.
- Kurowski R., Niezgodziński M.E. Wytrzymałość materiałów. Łódź 1949.
- 4. Popowicz O. Maszyny wyciągowe bębny i koła pędne. Politechnika Ślaska, Gliwice 1964, s. 71 + 72.
- 5. Szevčenko F.L. Približennyj rasčet oboločki podemnoj mašiny MK-3,25x4. Razrabotka mestoroždenij poleznych iskropaemych, nr 29, Izdatelstvo "Technika", Kiev 1972, s.153.
- 6. Timoshenko S.P., Goodier I.M. Teoria Sprężystości. Arkady, Warszawa, 1952, g.419 · 430.

EFFECT OF THE FRICTION LINING ON LOAD OF THE CONTING OF A MULTIROPE KOEPE PULLEY

The paper gives the known calculations of meridional moments in the coating of a multi-rope Koepe pulley and modifications of these calculations. It was assumed that the coating is loaded with a concentrated force and works as as elastic beam on the elastic foundation. The examples of calculations for the coating of a MK-3, 25x4 winding machine are given for the loads by concentrated force and uniformly and not uniformly distributed force. In the second and third case the lower values of moments were obtained by about 30 and 20 per cent compared with the first case. The results of calculations are also shown in figures.

ВЛИЯНИЕ ФРИКЦИОННОЙ ФУТЕРОВКИ НА НАГРУЗКУ ПОКРЫТИЯ МНОГОКАНАТНОГО ШКИВА ТРЕНИЯ

24

В статье представлены ранние расчеты меридианных моментов, возникающих в покрытии многоканатного шкива трения и разработана модификация этих расчетов. Принято, что футеровка нагружена сосредоточенной силой и работает как упругая балка на жестком основании. Даны примеры расчетов покрытия подъемной машины типа МК-3,25х4 для нагрузок: сосредоточенной силой, а также равномерно и неравномерно распределенными силами. Во втором и третьем случае получены примерно на 30 и 20 % меньшие значения моментов по сравнению с первым случаем. Результаты расчетов представлены также на рисунках.