ZESZYTY NAUKOWE POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ 1977
Seria: GÓRNICTWO z. 81 Nr kol. 548

KONFERENCJA : MODELOWANIE GÓRNICZYCH MASZYN WYCIĄGOWYCH
9 - 10. XII. 1977

ZYGFRYD LIBERUS
KRYSTIAN KALINOWSKI
INSTYTUT ELEKTRYFIKACJI I AUTOMATYZACJI GÓRNICTWA POLITECHNIKI ŚLĄSKIEJ
GLIWICE

PROBLEMY OPTYMALIZACJI MOMENTU DYNAMICZNEGO MASZYNY WYCIĄGOWEJ SZYBU GŁĘBOKIEGO

Uwzględniając wpływ sprężystości lin na drgania pionowe naczyń wydobywczych, podjęto próbę określenia wymaganego przebiegu momentu dynamicznego w aspekcie minimalizacji tych drgań.

1. Wstęp

Minimalno-czasowe kryterium sterowania maszyn wyciągowych oraz ograniczenia techniczne dyktują trójokresowy trapezowy diagram prędkości jazdy naczyń wydobywczych. Ścisła realizacja tego diagramu wymaga skokowych zmian momentu dynamicznego, jeśli pominąć sprężystość części składowych maszyny wyciągowej, a zwłaszcza liny nośnej i wyrównawczej. W praktyce nie dysponujemy bezinercyjnymi napędami ani maszynami o pomijalnie małej sprężystości, ani hamulcami wywołującymi skokowe zmiany siły hamowania. Zatem naturalne własności napędu, maszyny i hamulca nie dopuszczają do ściśle trapezowego przebiegu prędkości jazdy naczyń. Można tu wyróżnić dwa rodzaje odstępstwa, które zilustrowano na rys. 1. Odstępstwo I, jako wynik bezwładności elektromechanicznej układu, nie stanowi istotnego problemu sterowania. Jest ono nawet korzystne z uwagi na naprężenia w elementach całego urządzenia wyciągowego. Odstępstwo II pojawia się dlatego, że długa lina jest zdecydowanie elementem o parametrach rozłożonych. Ono właśnie stanowi problem techniczno-ruchowy z uwagi na naprężenia dynamiczne i czas zanikania drgań naczynia dolnego.

Odstępstwo II można względnie łatwo zwalczyć przez zmodyfikowanie trapezowego diagramu prędkości i prostokątnego przebiegu momentu dynamicznego [1]. Modyfikacja ta, zilustrowana na rys.2, nieuchronnie wydłuża cykl jazdy. Albowiem czasy zmian przyspieszenia, a tym samym siły dynamicznej, powinne wynosić [1] : $t_1 = k.T_1$, $t_3 = k.T_3$, $t_5 = k.T_5$, $t_7 = k.T_7$, gdzie : T_1 do T_7 oznacza okres drgań własnych swobodnych naczynia dolnego w

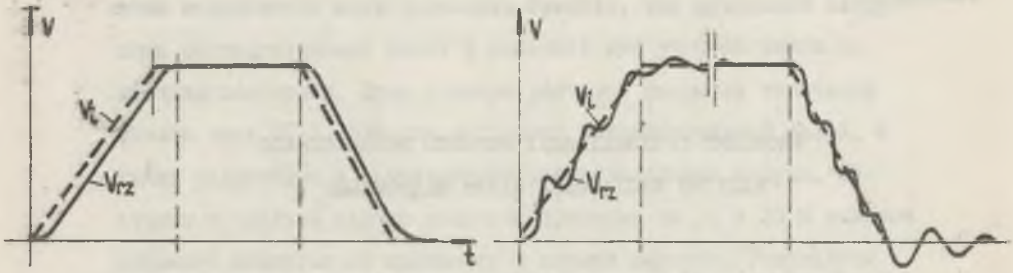
poszczególnych jazdach ruchu, natomiast k = 1,2,3...

Nasuwa się pytanie : jaka powinna być zmienność momentu dynamicznego na wale koła pędnego, aby zwalczyć odstępstwo II bez wydłużania czasu jazdy? Próbę udzielenia odpowiedzi na to pytanie podjęto niżej.

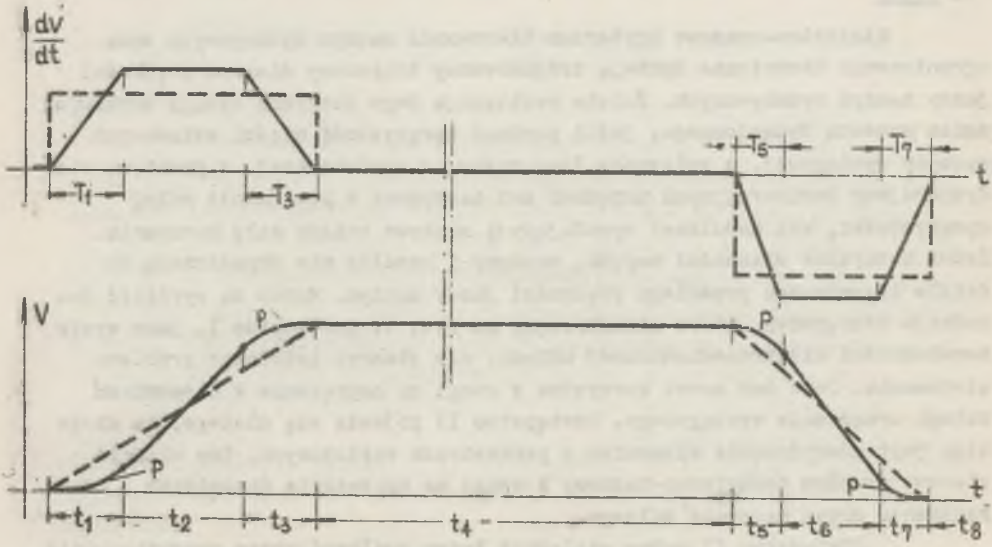
2. Model i opis matematyczny urządzenia wyciągowego

Do analizy matematycznej celu sterowania przyjęto model urządzenia wyciągowego pokazany na rys.3 oraz następujące założenia upraszczające, zgodne z przyjmowanymi w literaturze [2].

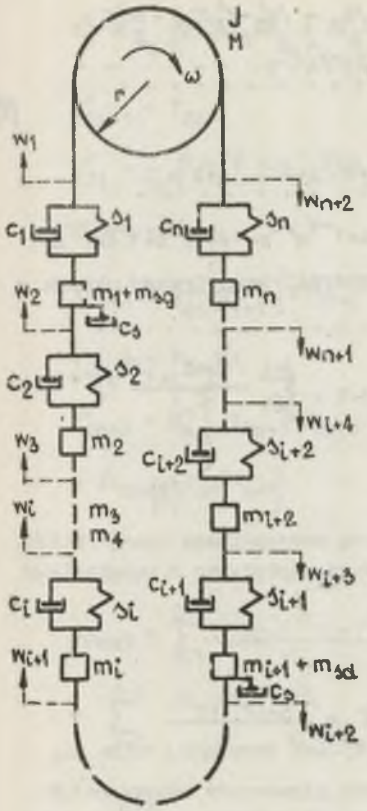
1- sprzężenie cierne między kołem pędnym a liną nośną jest idealne, czyli



Rys. 1. Ilustracja odstępstwa prędkości rzeczywistej v_{rz} od prędkości idealnej v_i naczynia dolnego ; a - odstępstwo I, b - odstępstwo II



Rys. 2. Zmodyfikowany przebieg przyspieszenia i prędkości w celu zwalczenia drgań pionowych naczynia dolnego



oznaczenia :

J - zastępczy moment bezwładności elementów układu będących w ruchu obrotowym przeliczony na wał koła pędnego

M - moment przyłożony na wał koła pędnego

- prędkość kątowa koła pędnego

r - promień koła pędnego

w - przemieszczenie punktu elementu cząstkowego

s - stała sprężystość elementu cząstkowego liny

c - stała tarcia lepkiego elementu cząstkowego liny

m - masa elementu cząstkowego liny

1,2...i...n - numer kolejny elementu cząstkowego liny

c_s - stała tarcia lepkiego skipu

m_{sg}, m_{sd} - masa skipu górnego, dolnego

Rys. 3. Ilustracja uproszczonego strukturalnie modelu maszyny wyciągowej

$W_{n+2} = W_1$, a koło pędne jest idealnie sztywne.

2 - tarcie lepkie w linie jest liniowo zależne od prędkości deformacji dw/dt, a stała tarcia lepkiego $C=const=C_{śr}$.

3 - pomija się wpływ drgań poprzecznych i skrętnych lin, oraz sprężystość naczyń wydobywczych.

4 - analizuje się stany nieustalone w przedziale czasu, w którym ilość elementów cząstkowych liny nośnej i wyrównawczej po obu stronach koła pędnego nie ulega zmianie.

Jako cel sterowania przyjęto taki przebieg rozruchu lub zatrzymywania naczynia dolnego, aby zmiana stanu odbywała się przy minimalnej energii wewnętrznej układu. Realizacja kryterium minimalno-energetycznego pozwala spodziewać się uzyskania zmiany stanu w minimalnym czasie przy minimalnych naprężeniach w linie nośnej.

Równania różniczkowe opisujące dynamikę przyjętego modelu mają następujące postacie :

$$\frac{J}{r}W_1'' = M/t/ - /W_1-W_2/S_1r - /W_1'-W_2'/C_1r - /W_{n+2}-W_{n+1}/S_nr - /W_{n+2}'-W_{n+1}'/C_nr$$

$$
\begin{aligned}
&/m_{sg}+m_1/W_2'' = /W_1-W_2/S_1 + /W_1'-W_2'/C_1 - /W_2-W_3/S_2 - /W_2'-W_3'/C_2 - W_2'C_s \\
&m_2W_3'' = /W_2-W_3/S_2 + /W_2'-W_3'/C_2 - /W_3-W_4/S_3 - /W_3'-W_4'/C_3 \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&m_iW_{i+1}'' = /W_i-W_{i+1}/S_i + /W_i'-W_{i+1}'/C_i \qquad (1) \\
&/m_{sd}+m_{i+1}/W_{i+2}'' = /W_{i+3}-W_{i+2}/S_{i+1} + /W_{i+3}'-W_{i+2}'/C_{i+1} - W_{i+2}'C_s \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
&m_nW_{n+1}'' = /W_{n+2}-W_{n+1}/S_n + /W_{n+2}'-W_{n+1}'/C_n - /W_{n+1}-W_n/S_{n-1} - /W_{n+1}'-W_n'/C_{n-1}
\end{aligned}
$$

Cel sterowania wymaga zminimalizowania całki energii wewnętrznej układu w okresie sterowania T równej

$$
I = \int_0^T \left[\sum_{j=1}^{j=i} \frac{/W_j-W_{j+1}/^2}{2} S_j + \sum_{j=i+2}^{j=n+1} \frac{/W_j-W_{j+1}/^2}{2} S_{j-1} + \sum_{j=1}^{j=i} \frac{/W_j'-W_{j+1}'/^2}{2} m_j + \right.
$$

$$
\left. + \sum_{j=i+2}^{j=n+1} \frac{/W_j'-W_{j+1}'/^2}{2} m_{j-1} \right] dt \qquad (2)
$$

przy określonych warunkach początkowych

$$W_i/0/, \quad W_i'/0/,$$

oraz warunkach końcowych

$$W_i/T/, \quad W_i'/T/, \quad \text{gdzie } i = 1,2,3\dots n,$$

przy czym moment przyłożony na wał /napędzający lub hamujący/ może się zmieniać w ograniczonym przedziale

$$M_1 \leqslant M/t/ \leqslant M_2 \qquad (3)$$

Optymalne sterowanie można wyznaczyć w oparciu o zasadę maksimum Pontriagina. W tym celu zagadnienie przedstawia się w aspekcie tej zasady. Wprowadzając nowe zmienne

$$W_i = Y_{2i-1},$$

$$W_i' = Y_{2i},$$

gdzie i = 1,2,...n, układ równań różniczkowych (1) sprowadzony do postaci kanonicznej jest następujący :

$$
\begin{aligned}
Y_1' &= Y_2 \\
Y_2' &= \frac{1}{J^2}\Big[- /Y_1-Y_3/S_1 - /Y_{2n+3}-Y_{2n+1}/S_n - /Y_2-Y_4/C_1 - /Y_{2n+4}- \\
&\quad -Y_{2n+2}/C_n \Big] + \frac{1}{J}M/t/ \\
Y_3' &= Y_4 \\
Y_4' &= \frac{1}{m_{sg}+m_1}\Big[/Y_1-Y_3/S_1 + /Y_2-Y_4/C_1 - /Y_3-Y_5/S_2 - /Y_4-Y_6/C_2 - Y_4C_s \Big] \\
Y_5' &= Y_6
\end{aligned}
$$

$$Y_6' = \frac{1}{m_2}\left[/Y_3-Y_5/S_2 + /Y_4-Y_6/C_2 - /Y_5-Y_7/S_3 - /Y_6-Y_8/C_3\right]$$

. . . . . .

$$Y_{2i-1}' = Y_{2i}$$

$$Y_{2i}' = \frac{1}{m_i}\left[/Y_{2i-1}-Y_{2i+1}/S_i + /Y_{2i}-Y_{2i+2}/C_i\right]$$

$$Y_{2i+3}' = Y_{2i+4}$$

$$Y_{2i+4}' = \frac{1}{m_{sd}+m_{i+1}}\left[/Y_{2i+5}-Y_{2i+3}/S_{i+1} + /Y_{2i+6}-Y_{2i+4}/C_{i+1} - Y_{2i+4}C_s\right]$$

. . . . . .

$$Y_{2n+1}' = Y_{2n+2}$$

$$Y_{2n+2}' = \frac{1}{m_n}\left[/Y_{2n+3}-Y_{2n+1}/S_n + /Y_{2n+4}-Y_{2n+2}/C_n - /Y_{2n+1}-Y_{2n-1}/S_{n-1} - \right.$$

$$\left. - /Y_{2n+2}-Y_{2n}/C_{n-1}\right]$$

Układ równań kanonicznych procesu należy uzupełnić dodatkowym równaniem wynikającym z przyjętego kryterium, a mianowicie

$$Y_{2n+3} = \sum_{j=1}^{j=i} \frac{/Y_{2i-1}-Y_{2i+1}/^2}{2} S_j + \sum_{j=i+2}^{j=n+1} \frac{/Y_{2j-1}-Y_{2j+1}/^2}{2} S_{j-1} +$$

$$+ \sum_{j=1}^{j=i} \frac{/Y_{2i}-Y_{2i+2}/^2}{2} m_j + \sum_{j=i+2}^{j=n+1} \frac{/Y_{2j}-Y_{2j+2}/^2}{} m_{j-1} \qquad (3.1)$$

Zatem proces sterowania można opisać układem równań różniczkowych rzędu 2n+3, którego postać w formie macierzowej można napisać następująco

$$Y_1' = f_1/\bar{Y}/ + \frac{1}{J} M/t/$$

$$Y_2' = f_2/\bar{Y}/ \qquad (4)$$

$$Y_{2n}' = f_{2n}/\bar{Y}/$$

gdzie $\bar{Y}$ - wektor stanu $/Y_1, Y_2 \ldots Y_{2n+2}/^T$ przy warunku początkowym

$$\bar{Y}/0/ = \left[Y_1/0/, Y_2/0/\ldots Y_{2n+2}/0/\right]^T$$

i warunku końcowym

$$\bar{Y}/T/ = \left[Y_1/T/, Y_2/T/\ldots Y_{2n+2}/T/\right]^T$$

i dodatkowym równaniu po wprowadzeniu zmiennej

$$Y_{2n+3}' = f_{2n+3}/\bar{Y}/ \qquad (5)$$

Ponieważ stan końcowy trajektorii jest ograniczony warunkami końcowymi, funkcja Pontriagina ma postać

$$P = \left[\bar{b}, \bar{Y}/T/\right] + \left[\bar{u}, \bar{Y}/T/\right]$$

przy czym $\bar{u}$ jest wektorowym mnożnikiem Lagrange'a.
Uwzględniając równanie 5 otrzymujemy

$$P = Y_{2n+3}/T_k/ + \left[\bar{u}, \bar{Y}/T/\right] \tag{6}$$

oraz $b_i = 0, \quad i = 1,2\ldots 2n+2,$

$$b_{2n+3} = 1$$

Hamiltonian tego układu ma postać

$$H = p_1 f_1 + p_1 M/t/ + \sum_{j=2}^{2n+3} p_i f_i \tag{7}$$

gdzie $p_i/t/$ - zmienne układu równań sprzężonych z analogicznym układem równań różniczkowych procesu sterowania

$$p_i' = -\frac{\partial H}{\partial Y_i}, \quad i = 1,2\ldots 2n+3 \tag{8}$$

Z zasady maksimum Pontriagina wynika, że minimalizacja funkcji Pontriagina wymaga maksymalizacji hamiltonianu względem zmiennej sterującej.
Z równania (7) i ograniczenia (3) wynika, że warunek maksymalności hamiltonianu H względem momentu M/t/ ma postać:

$$\begin{aligned} M/t/ &= M_2 \quad \text{gdy } p_1 > 0, \\ M/t/ &= M_1 \quad \text{gdy } p_1 < 0. \end{aligned} \tag{9}$$

Stąd sygnał sterowania optymalnego, który minimalizuje całkę energii wewnętrznej układu (2) w czasie przejścia układu ze stanu początkowego do końcowego, określa wzór

$$M/t/ = \begin{cases} M_2 & \text{gdy } p_1 > 0 \\ 0 & \text{gdy } p = 0 \\ M_1 & \text{gdy } p_1 < 0 \end{cases} \tag{10}$$

Zatem chcąc znaleść przebieg M/t/ trzeba znaleść $p_1/t/$, a to wymaga rozwiązania układu równań sprzężonych (8) przy warunkach końcowych

$$p_1/T/ = u_i, \quad i = 1,2\ldots 2n+2$$

$$p_{2n+3} = 1$$

Przyjmując stan końcowy Y/T/ taki, że energia wewnętrzna układu jest równa zeru, co jest spełnione przy

$$Y_{2j-1}/T/ - Y_{2j+1}/T/ = 0, \quad j = 1,2\ldots i,$$

$$Y_{2j+2}/T/ - Y_{2j}/T/ = 0, \qquad j = i+2,\ i+3\ \dots\ n,$$

w układzie przybliżonym zilustrowanym na rys. 3 nie powstaną oscylacje podłużne. Należy przy tym zaznaczyć, że przeprowadzenie układu z stanu początkowego do stanu końcowego jest możliwe przy dostatecznie dużych wartościach momentów M_1 i M_2 określonych nierównością (3). Optymalny przebieg momentu w okresie sterowania T określa wzór

$$M/t/ = \begin{cases} \inf M_2 & \text{gdy} \quad p_1 > 0 \\ 0 & \text{gdy} \quad p_1 = 0 \\ \sup M_1 & \text{gdy} \quad p_1 < 0 \end{cases} \tag{11}$$

gdzie inf M_2 oznacza dopuszczalną minimalną wartość momentu M_2, a sup M_1 oznacza dopuszczalną maksymalną wartość momentu M_1.

Wyżej przeprowadzona analiza matematyczna modelu z rys. 3 prowadzi do wniosku, że przebieg momentu napędowego lub hamującego M/t/ wg wzoru (11) zapewnia likwidację oscylacji naczynia dolnego przy minimalnych naprężeniach liny nośnej. Zatem optymalny przebieg momentu dynamicznego na wale koła pędnego

$$M_d/t/ = M/t/ - M_{op}/t/ \tag{12}$$

gdzie M/t/ określa wzór (11), zaś $M_{op}/t/$ jest momentem oporu maszyny wyciągowej danym na wale koła pędnego.

3. Model elektryczny maszyny wyciągowej

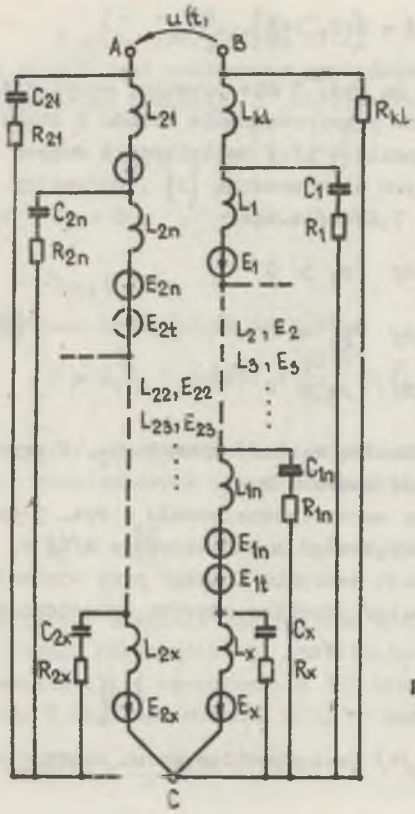
Optymalny przebieg momentu dynamicznego, w aspekcie minimalizacji drgań i naprężeń, można by znaleźć także na drodze pomiarów w obiekcie rzeczywistym, lub w modelu fizycznym, lub w modelu elektrycznym maszyny wyciągowej.

Pomijając ocenę celowości i opłacalności poszczególnych sposobów poznania optymalnego przebiegu momentu dynamicznego można zauważyć, że pewne usługi w sferze projektowania układu sterowania mógłby dać model elektryczny lub fizyczny maszyny wyciągowej.

Propozycję rozwiązania konfiguracji połączeń modelu elktrycznego maszyny wyciągowej przedstawiono na rys. 4. Względnie łatwa budowa oraz względnie łatwy pomiar i zapis wielkości elektrycznych umożliwiają szybkie sprawdzenie efektów konkretnego przebiegu momentu dynamicznego wymuszonego na wale koła pędnego.

4. Uwagi końcowe

Referat niniejszy zredagowano jako dyskusyjny. Wnioski cząstkowe



napięcie u ⟶ siła F
sem E ⟶ ciężar G
sem E ⟶ siła tarcia F_t
prąd i ⟶ prędkość v
indukcyjność L ⟶ masa m
pojemnośc C ⟶ stała sprężystości s
oporność R ⟶ stała tarcia lepkiego c

znaczenia indeksów :

kl - koło linowe
1,2,3,...x - nr odcinka liny po stronie naczynia pełnego
1n,2n - naczynie pełne,puste
1t,2t siła tarcia naczynia pełnego, pustego
21,22,...2x - nr odcinka liny po stronie naczynia pustego

Rys. 4. Schemat modelu elektrycznego maszyny wyciągowej

dnośnie przydatności modelu z rys. 3 i 4 zawarte są w tekście pkt. 2 i 3. Potwierdzenie lub obalenie tych wniosków wymaga skorzystania z usług ośrodka ETO oraz zbudowania modelu elektrycznego. Koszt i czasochłonność obu przedsięwzięć opóźniły zrealizowanie ich.

LITERATURA

[1] Pomarańska J., Piątek H. : Sposób regulacji napędu asynchronicznego maszyny wyciągowej dla minimalizacji drgań naczynia dolnego. Praca dypl., Instytut Elektryfikacji i Automatyzacji Górnictwa Pol.Sl. Gliwice 1976r.

[2] Szklarski L., Kiszka J. : Sterowanie maszyną wyciągową jako układem o parametrach rozłożonych. Archiwum Górnictwa 1976r. T.XXI z.2

ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОВО МОМЕНТА ПОДЁМНОЙ УСТАНОВКИ В ГЛУБОКИХ СТВОЛАХ

В реферате поднято пробу определения оптимального динамического момента в цели минимализации вертикальных колебании сосудов.

PROBLEM ON OPTIMIZATION OF THE DYNAMIC TORQUE IN THE DEEP SHAFT HOISTS

Having taken into consid-ration the influence of the rope elasticity on the vertical oscillations of conveyances it was tried to determine the required dynamic torque under the criterion of minimum vibrations.